

UN EJEMPLO DE APLICACION DE LA ELASTICIDAD CONSUMO — PRECIO

Por HECTOR CORREA

INTRODUCCION

En el presente trabajo se presenta la solución dada a un problema real, mediante la aplicación de principios y métodos elementales de la Teoría Económica y de la Estadística. La parte fundamental del estudio que aparece a continuación es el análisis de la demanda de aguardiente en el Ecuador.

En calidad de funcionario de la Junta Nacional de Planificación y Coordinación Económica del Ecuador, el autor de este artículo colaboró en la ejecución de los aspectos estadísticos del presente trabajo. El autor agradece por la autorización concedida por la Junta para publicar buena parte del material que aparece a continuación.

EL PROBLEMA

Durante las sesiones del H. Congreso Nacional, correspondiente al período ordinario de 1958, la Junta Nacional de Planificación recibió una comunicación originada en la H. Cámara de Diputados, solicitando su dictamen sobre un proyecto de decreto.

En la parte pertinente el proyecto dice:

"Art. 1º—Elévase en diez por ciento el precio actual de cada litro de aguardiente...".

"Art. 3º—El producto del aumento del precio al que se refiere el Art. 1º se distribuirá en la siguiente forma: ...b) Setenta centavos para la construcción de la carretera Manabí-Esmeraldas ... y, para la carretera que saliendo de Tachina, empalme con el Ferrocarril Ibarra-San Lorenzo...".

"Art. 6º—Autorízase al ejecutivo para la emisión de bonos o la contratación de empréstitos internos o externos para la financiación y más pronta terminación de las obras mencionadas".

Un dato adicional importante es que, en caso de aprobarse el proyecto, entraría en vigencia a partir de 1959, y que elevaría el precio del litro de aguardiente de s/. 10,00 a s/. 11,00.

El paso inicial del estudio sobre la conveniencia del decreto fue el conocer si era o no posible llevar a cabo la obra propuesta con los fondos asignados. Una estimación del costo de la obra, efectuada por la Junta Nacional de Planificación, alcanzaba la suma de s/. 100.000.000,00 para el tramo Manabí-Esmeraldas.

Siendo el monto de los fondos asignados para la obra, proporcional al volumen de consumo; el problema de la suficiencia de ingresos se traduce en el de estimar el volumen de consumo desde 1959. Como se verá posteriormente, para la determinación de la conveniencia del proyecto, no fue necesario ningún estudio adicional.

INVESTIGACIONES NECESARIAS

En resumen, en una primera etapa, el problema se reduce al de la estimación del volumen de aguardiente que se consumiría, en caso de que el precio fuera modificado en la forma proyectada.

Para el tipo de investigación a realizarse existe un princi-

pio fundamental: como punto de partida debe usarse una relación cuya existencia sea demostrada por la Teoría Económica. Es evidente que, en el caso que interesa, la relación a usarse es la existente entre consumo como variable dependiente, e ingreso y precios como variables independientes.

Conocida la relación teórica que servirá de base, es posible determinar que los datos estadísticos necesarios son los de población, de consumo total o de consumo per-cápita, de valor total de ventas o de precio por unidad, y de ingreso. Posteriormente se verá que no son necesarios los precios de los otros bienes. Los datos estadísticos mencionados, y sus fuentes, aparecen en el cuadro 1.

CUADRO 1

1 Años	2 Población * (miles)	3 Volumen ** consumido (miles de litros)	4 Valor total (miles sucres)	5 Precio por litro	6 Consumo Per-Cápita	7 Ingreso Nacional *** (millones sucres)	8 Ingreso Per Cápita
	(a)	(b)		(c) / (b)	(b) / (a)	(d)	(d) / (a)
1944	2.682	6.209,0	49.868,8	8,031	2.315	2.075	773,68
1945	2.753	7.428,0	60.973,1	8,208	2.695	2.659	964,80
1946	2.832	7.661,0	68.388,0	8,926	2.705	3.534	1.247,88
1947	2.910	6.484,0	75.319,3	11,614	2.229	4.486	1.541,58
1948	2.989	6.174,7	74.090,9	11,999	2.065	5.535	1.851,79
1949	3.072	5.749,6	68.984,1	11,998	1.872	5.390	1.725,26
1950	3.156	6.034,9	72.409,2	11,998	1.912	6.032	1.911,28
1951	3.243	6.040,2	72.455,3	11,995	1.863	6.395	1.971,94
1952	3.332	6.158,0	73.839,7	11,990	1.848	7.335	2.201,38
1953	3.423	6.119,8	73.348,5	11,985	1.788	7.691	2.246,86
1954	3.517	6.203,6	74.787,9	12,055	1.764	8.663	2.463,18
1955	3.614	6.270,6	75.163,3	11,986	1.735	9.165	2.535,97
1956	3.717	6.653,3	68.097,9	10,239	1.790	9.304	2.503,09

* Estimaciones de la Junta Nacional de Planificación y Coordinación Económica.
 ** Proforma Presupuestaria para 1958 "Comisión Técnica de Presupuesto".
 *** Sección Ingreso Nacional del Banco Central del Ecuador

A continuación se debe procurar adaptar los datos existentes de manera que presenten las condiciones implícitas en la relación teórica adoptada como punto de partida. Por otra parte, en caso de que no sea posible disponer de todos los datos estadísticos necesarios, debe tomarse en cuenta el error que se introduce en la estimación y utilizar los métodos estadísticos aconsejados para determinar si la estimación efectuada es o no aceptable.

Una vez que se hayan resuelto los problemas de adaptación de los datos estadísticos a las condiciones exigidas por la relación de la Teoría Económica que se utiliza como punto de partida, el instrumento estadístico que se usará en el de la regresión.

ESTUDIO DE LA VARIABLE DEPENDIENTE

La relación cuya existencia se demuestra en la Teoría Económica entre el consumo, por un lado, y el ingreso y los precios por otro, se refiere al consumo de un solo individuo que tiene una escala de preferencias constante. Por lo tanto, los datos estadísticos que deben usarse, son los del consumo per cápita que aparecen en la columna (6) del Cuadro 1.

Una estimación más exacta de las modificaciones del consumo debidas a cambios de la población se obtendría calculando la demanda por persona en posibilidad de usar el producto considerado, tanto por la edad como por el ingreso; desgraciadamente, no fue posible disponer de datos de esta clase.

ESTUDIO DE LAS VARIABLES INDEPENDIENTES

Como queda indicado anteriormente, la relación de la Teoría Económica que sirve de base al presente estudio, establece que las variables independientes son los precios y el ingreso.

Como los valores de las variables independientes se expresan en dinero, ver cuadro 1, en primer lugar, se debe resolver, si se usarán valores nominales o reales.

En los estudios estadísticos de la demanda, generalmente se consideran valores reales. Esta costumbre se basa en que la "teoría de la demanda del consumidor descansa en el supuesto de que el dinero es una unidad de medida definida" (Wold y Jaureen "Análisis de la demanda").

Sin embargo, al utilizar valores reales no se considera que es posible demostrar que "las elasticidades respecto a los precios y rentas reales son iguales a las correspondientes elasticidades respecto a los precios y rentas nominales" (Wold y Jaureen, obra citada).

Habiéndose verificado que la Teoría Económica no establece como condición indispensable el uso de valores reales o el de nominales, una razón práctica determinó los que usarán en el presente trabajo.

El objeto que se persigue al estudiar la demanda de aguardiente entre 1944 y 1956 es el de estimar el consumo en 1959. Si es que se utilizaran valores reales al estimar la relación entre consumo, precios, e ingresos, habría sido necesario usar valores reales de las variables independientes en 1959 para efectuar la proyección. Pero como una estimación de los valores reales futuros es poco confiable, se emplearán los valores nominales tanto en la regresión como en la proyección.

De acuerdo a lo dicho, una de las variables independientes que debe considerarse es el precio nominal por litro de aguardiente, esto es, los datos que aparecen en la columna (5) del Cuadro 1.

Respecto a los precios de los demás bienes existentes en el mercado que, según la relación teórica que sirve de base, también deben constar entre las variables independientes, se tiene que comúnmente se supone que ejercen un influjo poco notable. Este supuesto debe confirmarse en cada caso particular una vez que se haya estimado la función de regresión. En el presente trabajo se seguirá este método y posteriormente se verá los resultados a que conduce.

Por último debe analizarse si se incluye o no el ingreso

como variable independiente para explicar el consumo de aguardiente.

Para resolver este punto debe conocerse si existe o no correlación entre el ingreso per cápita, que aparece en el cuadro 1, columna (8), y los precios nominales.

Aplicando la fórmula:

$$\tau = \frac{n \sum X_i Y_i - (\sum X_i) (\sum Y_i)}{(n \sum X_i^2 - (\sum X_i)^2) (n \sum Y_i^2 - (\sum Y_i)^2)}$$

(Hoel «Introducción to Mathematical Statistics»)

donde:

$n = 13 =$ de datos

$X_i =$ ingreso per cápita en el año i ; $i = 1944, \dots, 1956$

$Y_i =$ precio nominal en el año i ; y

las sumatorias se extienden sobre todos los valores de i ; es fácil verificar que:

la sumatoria de las X ; $\sum X_i = 23.938,69$

la de las X^2 ; $\sum X_i^2 = 44.639.466,71$

la de las Y ; $\sum Y_i = 143,02$

la de las Y^2 ; $\sum Y_i^2 = 1.603,41$

y la de las XY ; $\sum X_i Y_i = 271.271,32$

con lo que se obtiene:

$$\tau = 0,6458$$

La consecuencia de una correlación como la observada es que "hay una cierta indeterminación, ya que las relaciones normales no son suficientes para determinar unívocamente las elasticidades del precio y la renta ("Wald y Jaureen, Obra citada). Por lo tanto, si se utilizan como variables independientes el precio y el ingreso en las condiciones de correlación observadas, los

valores de las elasticidades que se obtendrían serían poco confiables.

Existen métodos que permitirían incluir como variables independientes al precio y al ingreso, a pesar de la correlación observada. Dichos métodos requieren de una estimación independiente de alguna de las elasticidades en cuestión. Como no fue posible disponer de una estimación con las características necesarias, no fue posible utilizar los métodos en referencia en el presente trabajo.

Del estudio realizado de las variables independientes que según la Teoría Económica deberían incluirse para explicar las variaciones del consumo per-cápita del aguardiente, se concluye que sólo se usará el precio nominal por litro de aguardiente.

FUNCION A AJUSTARSE

Determinados los elementos de la regresión que trata de estimarse, queda por determinar la forma matemática de la fn. que se utilizará.

Para la estimación de elasticidades por regresión generalmente se usa la función

$$z = a w^b$$

donde:

z = demanda per cápita

w = precio

a y b = constantes a estimarse.

La función dada se usa porque presenta la ventaja de que la elasticidad de la demanda respecto al precio es una constante igual a "b". Lo afirmado se verifica a continuación, aplicando la definición de elasticidad.

$$E_{\frac{z}{w}} = \frac{dz}{dw} \cdot \frac{w}{z} = abw^{b-1} \cdot \frac{w}{z} = \frac{abw^b}{aw^b} = b$$

donde:

$E_{\frac{z}{w}}$ = elasticidad de z respecto a w

$\frac{dz}{dw} = abw^{b-1}$ es la derivada de «z» respecto a «w»

OBTENCIÓN DE LAS ESTIMACIONES DE "a" y "b"

Para usar la regresión lineal, que permite estimar los parámetros de una función del tipo:

$$Z = A + b W$$

con "A" y "b" constantes, es necesario utilizar la siguiente transformación:

$$\log Z = \log a + b \log w$$

y hacer:

$$Z = \log z$$

$$A = \log a$$

$$W = \log w.$$

CUADRO 2

Años	Consumo per cápita z	Precio nominal w	Z = log z	W = log w
1944	2,315	8,031	0,3645519	0,9047696
1945	2,695	8,208	0,4305588	0,9142376
1946	2,705	8,926	0,4321673	0,9506569
1947	2,229	11,614	0,3481101	1,0649818
1948	2,065	11,999	0,3149201	1,0791451
1949	1,872	11,998	0,2723058	1,0791089
1950	1,912	11,998	0,2814879	1,0791089
1951	1,863	11,995	0,2702129	1,0790003
1952	1,848	11,990	0,2667020	1,0788193
1953	1,788	11,985	0,2523675	1,0786380
1954	1,764	12,055	0,2464986	1,0811672
1955	1,735	11,986	0,2392995	1,0786743
1956	1,790	10,239	0,2528530	1,0102575

Para obtener las estimaciones de "A" y "b" es necesario resolver el sistema de ecuaciones:

$$\Sigma Z = n A + b \Sigma W$$

$$\Sigma Z W = A \Sigma W + b \Sigma W^2$$

Utilizando los datos del Cuadro 2, se obtiene:

$$\begin{aligned} \Sigma Z &= 3,9720354 \\ n &= 13 \\ \Sigma W &= 13,4785653 \\ \Sigma Z W &= 4,0740657 \\ \Sigma W^2 &= 14,0305128 \end{aligned}$$

y sustituyendo estos valores en el sistema de ecuaciones anteriores:

$$\begin{aligned} 4,0740657 &= 13,4785658 A + 14,0305128 b \\ 3,9720354 &= 13 A + 13,4785653 b \end{aligned}$$

se obtiene

$$\begin{aligned} A &= 1,1271671 \\ b &= -0,7924536 \end{aligned}$$

luego

$$Z = 1,1271671 - 0,7924536 W \quad (1)$$

y

$$z = 13,402 - 0,7924536 W$$

De acuerdo a lo que queda indicado anteriormente, la elasticidad del consumo respecto al precio es de $-0,7924536$

VARIACION EXPLICADA POR LA REGRESION

Obtenida la estimación de Z como función de W debe estudiarse hasta que punto la variación de la variable independiente explica la de la dependiente.

Un índice de la variación total de Z se obtiene mediante la fórmula:

$$v. t. = \sum Z^2 - n \bar{Z}^2$$

$$\text{donde } \bar{Z} = \frac{1}{n} \sum Z$$

Utilizando los datos del Cuadro 2 es fácil obtener los valores de $\sum Z^2$ y $n \bar{Z}^2$ con lo que resulta:

$$v. t. = 0,054.963.3$$

El índice de variación explicada por la regresión, correspondiente al dado de variación total, se obtiene con la fórmula:

$$v. e. = \frac{\sum Z W - n \bar{Z} \bar{W}}{\sum W^2 - n \bar{W}^2}$$

donde $\bar{W} = \frac{1}{n} \sum W$. Con los datos del Cuadro 2 puede verificarse que:

$$v. e. = 0,0350183$$

El índice de variación no explicada se obtiene por diferencia, esto es

$$v. no e. = 0,0199453$$

Los resultados aparecen resumidos en el siguiente Cuadro 3 de Análisis de Varianza.

CUADRO 3

Causa de Variación	Indice de Variación	Porcentaje
Variación explicada	0,0350183	63,71
Variación no explicada	0,0199450	36,29
Variación total	0,0548633	100

El resultado obtenido no es totalmente satisfactorio pues el porcentaje de variación no explicada, 36, 29%, es bastante alto. Esto significa que las variables independientes que se descartaron si tienen influencia en la variación del consumo de aguardiente.

Al referirse a las variables independientes descartadas se quiere decir no sólo las descartadas explícitamente: precios de los otros bienes e ingreso; sino cualquier otra que pueda tener influjo sobre el fenómeno.

Puede hacerse frente de dos maneras a la situación planteada: la una es mejorar la investigación; la otra es aceptar los resultados obtenidos.

Para decidir la alternativa a seguir se debe analizar las consecuencias del error introducido. Si la magnitud del error es tal que puede conducir a una decisión equivocada, se debe procurar mejorar la estimación, en caso contrario no.

Si es conveniente mejorar la estimación, la forma de hacerlo es incluir entre las variables independientes, las descartadas que se consideren más importantes. Sin embargo, se debe tener presente que en muchos casos, existirán correlaciones similares a la ya discutida al tratar del ingreso.

En el presente estudio se acepta la estimación obtenida por razones que se indicarán posteriormente.

ESTIMACION DEL CONSUMO

La estimación puede hacerse de dos maneras:

- a) La primera da el monto promedio del consumo per cápita de todos los montos que podrían ocurrir si el precio es de s/. 11,00.
- b) La segunda da el monto del consumo que ocurriría tomando como dato el consumo de 1956.

Para obtener la primera estimación simplemente se sustituye en la fórmula (1). Con esto se obtiene $y = 2,0041$.

$$\log 11 = 1,041392.7$$

Para la segunda estimación se parte del concepto de elasticidad. Denotando por b la elasticidad precio del consumo se tiene:

$$b = \frac{\Delta z}{\Delta w} \cdot \frac{w}{z}$$

de donde:

$$\Delta z = b \frac{\Delta w}{w} \cdot z$$

Haciendo

$$b = \text{---} 0,7924536$$

$$w = 10,239 \text{ precio en 1956}$$

$$\Delta w = 0,761 \text{ incremento de precio para llegar a } \$ 11,00$$

$$z = 1,790 \text{ consumo per cápita en 1956.}$$

se tiene:

$$\Delta z = \text{---} 0,105$$

Por lo tanto, si el precio llega a s/. 11,00 el consumo per cápita se reduciría en — 0,105 tomando el valor de 1,685 litros.

La segunda estimación es la más aceptable. La primera elimina los factores determinantes de los valores individuales para dar la tendencia, la segunda aprovecha tanto de la información obtenida para determinar la tendencia, como un dato, en este caso el del consumo en 1956, que incluye el efecto de todos los factores que determinan los valores individuales.

El dato del consumo total se obtiene multiplicando el consumo per cápita por la población en 1959, que se estima será de 4'044.000 personas. Por lo tanto el consumo total en litros, si se aprobara el aumento de precio, sería de 6'814.000 litros.

Por último, debiendo destinarse s/. 0,70 por litro a la construcción de las carreteras proyectadas, el monto que se les asignaría sería aproximadamente de cinco millones de sucres el año de 1959.

SOLUCION DEL PROBLEMA

Siendo el costo estimado de parte de la obra cien millones de sucres, y la asignación anual para la misma cinco millones, la única posibilidad de financiarla estaría en un empréstito.

Considerando un plazo de 10 años, y un interés del 8% anual, con una anualidad de cinco millones sólo se podría contratar un empréstito de unos 35'000.000,00. Por lo tanto la asignación prevista no es suficiente para cubrir el costo de la obra proyectada.

Al tratar de la variación explicada por la regresión se indicó que debía juzgarse el error introducido, considerando si puede o no conducir a una decisión equivocada.

Comparando la asignación estimada para la obra, y su costo, se ve que aún existiendo un alto porcentaje de error no se

modificarían los resultados, luego no es necesario mejorar los cálculos.

Como conclusión se puede indicar que la Junta Nacional de Planificación presentó un informe desfavorable al proyecto de decreto motivo de este estudio.