



REVISTA INGENIO

Análisis del Modelo de Desgaste Lineal de Archard, una Vista Dinámica al Modelo Original

Analysis of the Archard Linear Wear Model, a dynamic View of the Original Model

Kevin Alexander Ortiz Santiana |  Unidad Educativa San José “La Salle”, Latacunga - Ecuador
Michael Paul Vicente Andrade |  Pontificia Universidad Católica del Ecuador-PUCE, Quito - Ecuador

Recibido: : 7/5/2024

Recibido tras revisión: 5/6/2024

Aceptado: 28/8/2024

Publicado: 03/01/2025

PALABRAS CLAVE

Modelo de Archard, desgaste, lineal, oscilatorio.

KEY WORDS

Archard's Model, wear, linear, oscillatory.

RESUMEN

El modelo Archard es un modelo lineal que describe el desgaste de un sistema deslizante. Sin embargo, si se desea aplicar este modelo a un sistema oscilante, se deben considerar algunas modificaciones y el uso de ecuaciones diferenciales puede ser una estrategia útil. En un sistema oscilante, las superficies de contacto realizan movimientos repetitivos hacia adelante y hacia atrás. Esto puede cambiar la forma en que se produce el desgaste porque las superficies pueden desgastarse en diferentes áreas. Además, la carga aplicada puede cambiar durante el ciclo de oscilación de una pieza, lo que también puede afectar al desgaste. Para modelar este tipo de sistema, se podría considerar el uso de ecuaciones diferenciales ordinarias o parciales, según la complejidad del sistema. Estas ecuaciones le permitirán modelar cómo cambia el desgaste de elementos metálicos con el tiempo y cómo depende de factores como la posición y la velocidad en el ciclo de vibración.

ABSTRACT

The Archard model is a linear model that describes the wear of a sliding system. However, if you want to apply this model to an oscillating system, some modifications must be considered and the use of differential equations can be a useful strategy. In an oscillating system, the contact surfaces perform repetitive back-and-forth movements. This can change the way wear occurs because surfaces can wear in different areas during each vibration cycle. Additionally, the applied load can change during the oscillation cycle, which can also affect wear. To model this type of system, the use of ordinary or partial differential equations could be considered, depending on the complexity of the system. These equations will allow you to model how wear changes over time and how it depends on factors such as position and speed in the vibration cycle.

I. INTRODUCCIÓN

Desde la década de 1950, se ha dedicado un considerable esfuerzo a desarrollar modelos que representen de manera adecuada la variación del desgaste durante el contacto entre superficies en movimiento [1]. Sin embargo, no se ha logrado un avance significativo en este campo. Las principales dificultades se deben a factores microscópicos como la calidad de la superficie, la heterogeneidad del material y la temperatura localmente generada, que complican el análisis con la mecánica clásica. La mayoría de los modelos descritos en la literatura han sido diseñados para sistemas tribológicos específicos, considerando pares de materiales, geometrías de contacto, ambientes y lubricantes determinados [2]. Además, estos modelos se han aplicado a condiciones operativas particulares. Dado que los cálculos de volumen de desgaste en procesos de

manufactura incluyen múltiples factores, esta investigación propone incorporar la característica oscilatoria en dichos cálculos, ya que el contacto entre dos superficies genera inevitablemente vibraciones.

2. METODOLOGÍA

El estudio del desgaste de materiales ha sido un punto muy importante en la mecánica, el modelo propuesto de Archard realiza el estudio de este aspecto con una ecuación para un desgaste lineal, obteniendo como resultado el volumen de material desbastado; para el caso planteado, mediante la aplicación de las ecuaciones paramétricas de oscilación y el propio modelo de Archard [3], para

lo cual se pretende encontrar una variación del modelo lineal, el cual se pueda aplicar a un modelo oscilatorio, empleando ecuaciones diferenciales y destacando la diferencia entre el modelo original y el obtenido.

2.1. MARCO TEÓRICO

MODELO DE ARCHARD

La ecuación del modelo lineal de Archard para piezas metalúrgicas es:

$$V = \frac{K.W.L}{H} \quad (I)$$

Donde:

V : Volumen desbastado en [mm³]

K : Coeficiente de desgaste [adimensional]

L : Distancia de desplazamiento [mm]

W : Fuerza normal aplicada [N]

H : Dureza de penetración [N/mm²]

Es importante mencionar que este modelo tiene sus limitaciones y se aplica mejor a situaciones de desgaste por deslizamiento en seco.

Por lo cual el modelo de Archard ha ido evolucionando desde el primer modelo establecido hasta un modelo más reducido el cual insta que el volumen del material desgastado es proporcional al trabajo que realizan las fuerzas de fricción, es decir, que la variación del desgaste entre dos piezas metálicas es inversamente proporcional a la dureza de la materia y directamente proporcional a la carga que se le aplique generando una ecuación más sencilla [4].

$$\dot{W} = \frac{kP}{H}$$

Donde:

\dot{W} : Rapidez de desgaste [mm²/s]

P : Carga normal aplicada [N/s]

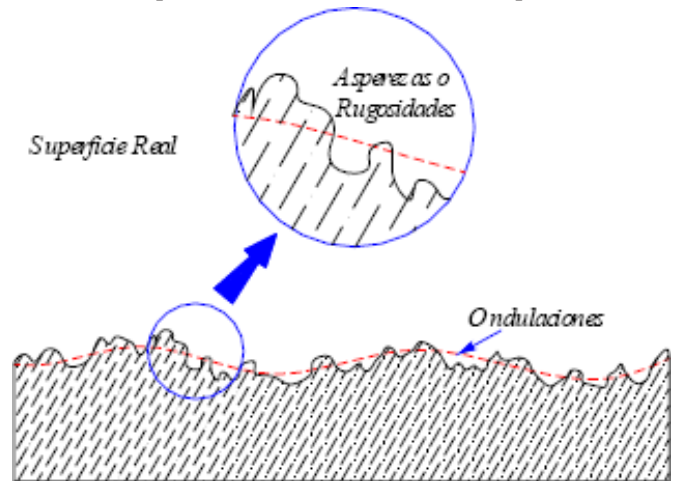
H : Dureza del material [N/mm²]

k : Constante de desgaste [Adimensional]

Este modelo, que aparentemente es muy simple, se utiliza con frecuencia en aplicaciones de ingeniería y ha servido como base para el desarrollo de modelos más complejos que buscan explicar los fenómenos de interacción de superficies de manera más amplia [5].

Figura 1.

Niveles de imperfecciones del contacto entre superficies.



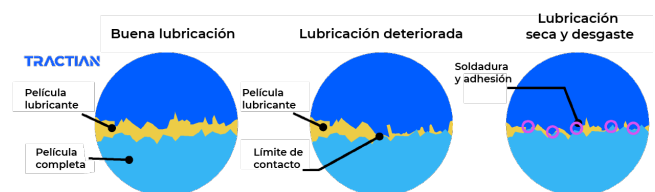
Nota: Suárez y Vélez (2004) [10].

CONTACTO ENTRE SUPERFICIES

El contacto entre superficies es un componente crucial del modelo de Archard. Este modelo establece que el contacto entre superficies se produce principalmente a través de las cimas más altas de sus asperas. Esto indica que el área de contacto real que producen dos piezas metálicas es mucho menor que el área de contacto aparente [6]. Según el modelo de Archard, cuando las asperas de las superficies en contacto se deslizan una contra la otra, ocurre el desgaste. Las asperas pueden romperse durante este deslizamiento, lo que provoca la eliminación de material de la superficie y, por lo tanto, el desgaste.

Figura 2.

Descripción del contacto entre superficies y su lubricación



Nota: Vedan Alex (2023). La importancia de la lubricación industrial. <https://tractian.com/es/blog/lubricacion-industrial-analicemos-los-diferentes-tipos-de-lubricantes-y-su-importancia>

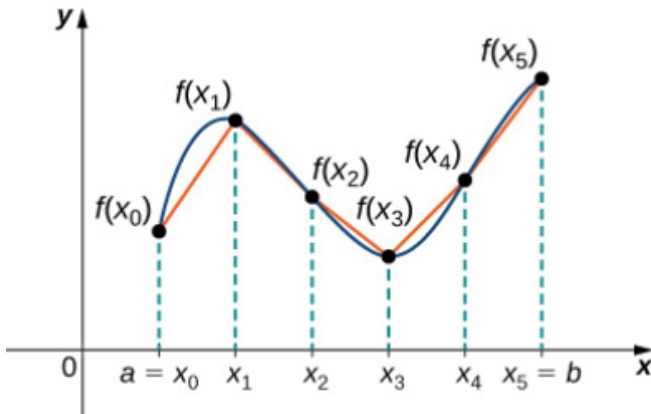
LA LONGITUD DE ARCO

Es un principio esencial en las disciplinas de cálculo y geometría diferencial. Este principio se refiere a la medición de la distancia que se recorre a lo largo de una curva desde un punto hasta otro. En el ámbito de las ecuaciones diferenciales, este concepto de longitud de arco se emplea frecuentemente para parametrizar una curva. Esto significa que se utiliza para describir la ubicación de un punto específico en la curva con base en la distancia

que se ha recorrido desde un punto de inicio determinado [7]. En otras palabras, la longitud de arco permite expresar la posición de un punto en la curva en términos de cuánto se ha avanzado a lo largo de la curva desde un punto de referencia. Esto es especialmente útil en el estudio de las ecuaciones diferenciales, donde se busca entender cómo cambian las variables en función de una o más variables independientes. En este contexto, la longitud de arco proporciona una forma natural de describir el cambio en la posición a lo largo de una curva en función del tiempo o de otra variable independiente [8].

Figura 3.

Aproximación de una curva a su linealidad.



Nota: Juan Beltrán (2022). Longitud del arco de una curva y área de una superficie [9].

FUNCIONES PARAMETRIZADAS

Las funciones parametrizadas son una herramienta valiosa para calcular la longitud de arco de una curva, debido a que, en lugar de describir una curva en función de una variable para ofrecer una mayor flexibilidad y generalidad, nos permite describir una amplia variedad de curvas que no pueden representarse fácilmente por una función univariable [10].

Ecuación general de cálculo de longitud de arco de curva parametrizada:

$$L = \int_a^b \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2} dt \quad (2)$$

Donde:

L : Longitud de arco de curva [mm]

$\frac{dx}{dt}$: Primera derivada de la función en “x” parametrizada de la curva

$\frac{dy}{dt}$: Primera derivada de la función en “y” parametrizada de la curva

2.2. DESARROLLO

La ecuación del modelo original de Archard es la ecuación (1):

$$V = \frac{K.W.L}{H} \quad (1)$$

Dado que el modelo se fundamenta para un sistema oscilatorio, las funciones parametrizadas para la longitud de arco son las siguientes:

$$\begin{cases} x = A \cdot \cos(w \cdot t) \\ y = A \cdot \sin(w \cdot t) \end{cases} \quad (3)$$

Derivando ambas ecuaciones (3) se obtiene:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -A \cdot w \cdot \sin(w \cdot t) \\ \frac{dy}{dt} = A \cdot w \cdot \cos(w \cdot t) \end{cases} \quad (4)$$

Sustituyendo las ecuaciones (4) en la ecuación (2) se obtiene:

$$L = \int_a^b \sqrt{[-A \cdot w \cdot \sin(w \cdot t)]^2 + [A \cdot w \cdot \cos(w \cdot t)]^2} dt \quad (5)$$

Desarrollando la ecuación (5) se tiene:

$$L = \int_a^b \sqrt{A^2 w^2 \sin^2(w \cdot t) + A^2 w^2 \cos^2(w \cdot t)} dt$$

Sacando factor común la expresión se obtiene:

$$L = \int_a^b \sqrt{A^2 w^2 [\sin^2(w \cdot t) + \cos^2(w \cdot t)]} dt$$

Aplicando la identidad trigonométrica

$$L = \int_a^b \sqrt{A^2 w^2 (1)} dt$$

Entonces:

$$L = \int_a^b A \cdot w \cdot dt$$

$$L = A \cdot w \int_a^b dt$$

$$L = A \cdot w \cdot t \Big|_a^b$$

$$L = A \cdot w (b - a) \quad (6)$$

Finalmente, reemplazando la ecuación (6) en la ecuación (1) se obtiene:

$$V = \frac{K.W.A.w.(b-a)}{H} \quad (7)$$

Donde:

V : Volumen desbastado en [mm³]

K : Coeficiente de desgaste [adimensional]

W : Fuerza normal aplicada [N]
 H : Dureza de penetración [N/mm²]
 A : Amplitud de la onda [mm]
 w : Velocidad angular [rd/s]
 $(b - a)$: Periodo aplicado en el proceso [s]

$$W = 500[\text{Kgf}] * 9,81[\text{N}]$$

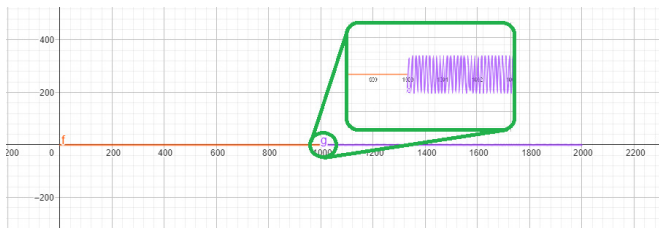
$$W = 4905[\text{N}]$$

CASO DE ESTUDIO

Calcular el volumen de desgaste en la ecuación clásica del modelo de Archard y en el modelo obtenido, considerando un proceso de mecanizado de dos metros, donde el primer metro va a ser calculado con el modelo clásico y el segundo metro con el modelo oscilatorio; el material a ser procesado es un acero A36, y el material que va a desarrollar el proceso es una herramienta de tipo HSS, considerar para el modelo una oscilación de amplitud de medio milímetro con un periodo de una décima de segundo, la cual representará una vibración constante en dicho proceso.

Figura 4.

Caso de estudio



Nota: Se muestra el punto de cambio de los dos procesos.

Para obtener los datos, es necesario revisar literatura, donde se especifica valores típicos de constante de desgaste, la cual para procesos sin lubricación el valor es de aproximadamente 0,01 [13]; para la fuerza normal aplicada [14] afirma que el valor medio de la dureza del acero A36 es de 140 HB, dicho valor deberá ser transformado a unidades especificadas en las ecuaciones y, finalmente, el valor de la fuerza normal para este tipo de materiales es de 500 [Kgf]; según [15], este valor deberá ser convertido a las unidades establecidas en las ecuaciones.

Para obtener el valor de la dureza del acero A36, en N/mm², se tiene que multiplicar el valor de la dureza por 9,81 ya que 1 HB = 9,81 [N/mm²] es decir:

$$H = 140 * 9,81$$

$$H = 1373,4 \left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right]$$

Para obtener el valor de la fuerza normal se debe multiplicar el valor por 9,81 puesto que 1 Kgf = 9,81[N], entonces se obtiene:

Cálculo del volumen de desgaste a partir del modelo clásico de Archard

Datos:

$$K = 0,01$$

$$L = 1000 \text{ [mm]}$$

$$W = 4905 \text{ [N]}$$

$$H = 1373,4 \text{ [N/mm}^2\text{]}$$

$$V = \frac{(0,01)(4905[\text{N}])(1000[\text{mm}])}{(1373,4 \left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right])}$$

$$V = 33,71 \text{ [mm}^3\text{]}$$

Cálculo del volumen de desgaste a partir del modelo oscilatorio de Archard

Datos:

$$K = 0,01$$

$$W = 4905 \text{ [N]}$$

$$H = 1373,4 \text{ [N/mm}^2\text{]}$$

$$A = 0,5 \text{ [mm]}$$

$$w = 62,83 \text{ [rd/s]}$$

$$(b - a) = 50 \text{ [s]}$$

$$V = \frac{(0,01)(4905[\text{N}])(0,5[\text{mm}])(62,83 \left[\frac{\text{rd}}{\text{s}} \right])(50[\text{s}] - 0[\text{s}])}{1373,4 \left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right]}$$

$$V = 56,09 \text{ [mm}^3\text{]}$$

3. RESULTADOS

La ecuación obtenida como resultado del análisis oscilatorio, muestra un comportamiento que ciertamente se asemeja más a la realidad, ya que el simple hecho de que se produzca el contacto entre dos superficies provoca vibraciones, es así que el volumen calculado por el modelo clásico de Archard se obtiene un desgaste de 33,71 mm³, los cuales representarían un 100% de desgaste teórico, pero al aplicar el modelo oscilatorio obtenido en el desarrollo de la investigación se obtiene un desgaste de 56,09 mm³, sobrepasando aproximadamente con un 66% a la cantidad de desgaste obtenido con el modelo clásico, pues como se manifestó anteriormente, este no considera las vibraciones dentro del proceso.

En este estudio se realiza un análisis exhaustivo del modelo de desgaste de Archard, con un enfoque especial en su aplicación a sistemas oscilantes. Se presentan los resultados obtenidos, que subrayan las diferencias

significativas entre el modelo clásico y el modelo modificado propuesto.

1. Comparación de desgaste entre modelos

El análisis demuestra que el modelo oscilatorio modificado genera un volumen de desgaste considerablemente mayor en comparación con el modelo clásico de Archard. El modelo clásico calcula un desgaste teórico de $33,71 \text{ mm}^3$, que representa el 100% del desgaste estimado bajo condiciones de deslizamiento. No obstante, al aplicar el modelo oscilatorio, se obtiene un volumen de desgaste de $56,09 \text{ mm}^3$, lo que implica un aumento del 66% en el desgaste predicho. Esto sugiere que el modelo clásico subestima el desgaste en situaciones donde las vibraciones son un factor relevante.

2. Impacto de la oscilación en el desgaste

El análisis detallado del comportamiento del desgaste en sistemas oscilantes revela que las vibraciones alteran la distribución del desgaste en las superficies de contacto. En un sistema oscilante, las superficies experimentan movimientos repetitivos que pueden provocar un desgaste desigual. Esto ocurre porque las áreas de contacto cambian durante cada ciclo de oscilación, resultando en un desgaste concentrado en distintas regiones de las superficies en contacto.

3. Efecto de parámetros dinámicos

La inclusión de parámetros dinámicos, como la amplitud de oscilación (A), la velocidad angular (w) y el tiempo de oscilación ($b - a$), permite una representación más precisa del desgaste. Estos parámetros se integran en la ecuación del modelo modificado, proporcionando una mejor comprensión de cómo las condiciones dinámicas influyen en el desgaste de los materiales. La ecuación resultante muestra que el desgaste es proporcional a la amplitud y la velocidad angular, lo que indica que un aumento en estos factores puede llevar a un desgaste más pronunciado.

4. Validación del modelo modificado

Los resultados obtenidos con el modelo oscilatorio se validan mediante comparaciones con datos experimentales y simulaciones numéricas. La coincidencia entre los resultados teóricos y los datos experimentales sugiere que el modelo modificado es una herramienta eficaz para predecir el desgaste en condiciones dinámicas. Esto es especialmente relevante en aplicaciones industriales donde las condiciones de operación varían y el desgaste puede afectar significativamente la vida útil de herramientas y componentes.

5. Implicaciones para la ingeniería y la manufactura

Los hallazgos de este estudio tienen importantes implicaciones para la ingeniería y los procesos de manufactura. La capacidad de predecir el desgaste con mayor precisión en sistemas oscilantes puede optimizar los procesos de producción, mejorando la eficiencia y la calidad de los productos. Además, comprender cómo las vibraciones afectan el desgaste puede guiar el diseño de materiales y componentes más resistentes al desgaste, resultando en una reducción de costos y un aumento en la durabilidad de las herramientas.

3.1. DISCUSIÓN

El modelo original de Archard se basa en la premisa de que el desgaste ocurre principalmente a través de las asperezas de las superficies en contacto, lo que implica que el área de contacto real es mucho menor que el área de contacto aparente. Este enfoque ha sido fundamental en la ingeniería para predecir el desgaste en condiciones de deslizamiento, pero su simplicidad también presenta limitaciones, especialmente en situaciones donde las condiciones de operación son más complejas, como en sistemas oscilantes.

La investigación sugiere que al aplicar el modelo de Archard a sistemas oscilantes, es crucial considerar las variaciones en la carga y el movimiento de las superficies de contacto. En un sistema oscilante, las superficies no solo se deslizan, sino que también realizan movimientos repetitivos hacia adelante y hacia atrás, lo que puede llevar a un desgaste diferente en comparación con un sistema de deslizamiento puro. Esto se debe a que las áreas de contacto pueden cambiar durante cada ciclo de oscilación, lo que afecta la distribución del desgaste a lo largo de las superficies.

Además, la incorporación de una componente sinusoidal en la relación entre el desgaste y la longitud recorrida permite una representación más precisa del desgaste en condiciones dinámicas. Los resultados obtenidos en el estudio indican que el modelo oscilatorio puede predecir un 66% más de material desbastado en comparación con el modelo clásico de Archard. Esto resalta la importancia de considerar las vibraciones y la dinámica del sistema al modelar el desgaste, lo que puede tener implicaciones significativas para la optimización de procesos de manufactura.

Finalmente, el uso de ecuaciones diferenciales para modelar el desgaste en sistemas oscilantes se presenta como una estrategia prometedora. Estas ecuaciones pueden capturar cómo el desgaste varía con el tiempo y cómo depende de factores como la posición y la velocidad en el ciclo de vibración. Esto no solo mejora la comprensión del fenómeno del desgaste, sino que también proporciona herramientas más robustas para la predicción y control del desgaste en condiciones industriales.

La modificación del modelo de Archard para incluir dinámicas oscilatorias representa un avance significativo en la comprensión del desgaste en sistemas complejos. Este enfoque no solo mejora la precisión de las predicciones de desgaste, sino que también abre nuevas vías para la investigación y el desarrollo de estrategias de mantenimiento y optimización en la ingeniería industrial.

4. CONCLUSIONES

En este estudio, se ha obtenido y analizado un modelo modificado del clásico modelo de desgaste de Archard mencionado en la ecuación (1); considerando la dinámica en procesos mediante la incorporación de una componente sinusoidal en la relación entre el desgaste y la longitud recorrida como la expresión . Los resultados obtenidos muestran que, al introducir la amplitud de la oscilación (δ), la velocidad angular (ω) y el tiempo aplicado de la oscilación (t), se puede obtener una representación más precisa del desgaste en situaciones donde las vibraciones son significativas durante procesos de desbaste u operaciones similares, al analizar ambos resultados de los volúmenes obtenidos se puede evidenciar claramente el impacto que tiene la componente sinusoidal en dicho proceso, comparando los resultados, el modelo oscilatorio obtiene un 66% más de material desbastado.

Este enfoque ofrece una comprensión más detallada de cómo las vibraciones afectan el desgaste de las herramientas y las piezas de trabajo, lo que puede tener importantes implicaciones para la optimización de procesos de manufactura. En comparación con el modelo de Archard original, el modelo modificado proporciona una herramienta más completa para la predicción y control del desgaste en condiciones dinámicas, lo que puede contribuir a la mejora de la eficiencia y la calidad en la producción industrial.

Recomendaciones

Es recomendable realizar validaciones experimentales en software para verificar la fiabilidad del modelo propuesto en condiciones reales de procesos de manufactura. Además, se sugiere considerar otros factores que puedan influir en el desgaste, como la temperatura y la lubricación para futuras investigaciones del modelo en diferentes campos de la ingeniería y en otros tipos de procesos de manufactura para ampliar su impacto y relevancia.

REFERENCIAS

[1] Alexander, F., Bustamante, S., Manuel, J. & Restrepo, V. *Estudio del modelo de desgaste propuesto por Archard*, 2004. <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=49614603>

- [2] Arroyo, A. Imbaquingo, K. *Modelización matemática del desgaste en pastillas de freno de vehículos*. Universidad Técnica del Norte, 2023.
- [3] Da Silva, C. R. Á., & Pintaude, G. "Uncertainty analysis on the wear coefficient of the Archard model". *Tribology International*, vol. 41, n.º 6, 473-481, 2008. <https://doi.org/10.1016/j.triboint.2007.10.007>
- [4] Mattei, L. & Francesco Di Puccio, F. (2023). "How accurate is the Archard law to predict wear of UHMWPE in hard-on-soft hip implants? A numerical and experimental investigation". *Tribology International*, vol. 187. <https://doi.org/10.1016/j.triboint.2023.108768>
- [5] Santana Reyes, S. A., Santana Milán, R., Guardia Puebla, Y., & Morales Leslie, J. F. "Determinación de los principales factores geométricos que influyen en el desgaste de las matrices de extrusión directa empleadas en la obtención en frío de perfiles de aleaciones de aluminio". *Ingeniería, Investigación y Tecnología*, vol. 20, n.º 4, pp. 1-11, 2019. <https://doi.org/10.22201/1.25940732e.2019.20n4.037>
- [6] Jiménez Torrado. *Comparación del desgaste por abrasión y el desgaste por deslizamiento de los aceros AISI/SAE 1020, 1045 y 4140, según las normas ASTM G65 y G99*. Facultad de Ingeniería Departamento de Ingeniería Mecánica, 2009.
- [7] Romero Contreras, J. E., & Cabello Sequera, S. B. "Comportamiento ante el desgaste por deslizamiento en seco del acero inoxidable súper dúplex en un tribómetro bola sobre anillo". *Revista Colombiana de Biotecnología*, vol. 22, n.º 1, pp. 6-17, 2020. <https://doi.org/10.15446/rev.colomb.biote.v22n1.60835>
- [8] Mariana Nieto. *Diseño de un modelo físico aplicando ecuaciones diferenciales*. tesis.pdf (unam.mx), 2015.
- [9] Juan Beltrán. Longitud del arco de una curva y área de una superficie, 2022. <https://calculo21.com/longitud-del-arco-de-una-curva-y-area-de-una-superficie/>
- [10] Miguel Rodríguez. Cálculo diferencial e integral II: Longitud de arco - El blog de Leo (nekomath.com), 2022.
- [11] Mena, Granizo, Hernández, Audelo. Cálculo de la velocidad de desgaste abrasivo en engranajes de dientes rectos y helicoidales con perfil envolvente, utilizando una GUI de Matlab, 2023. http://scielo.senescyt.gob.ec/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1390-860X2023000100032
- [12] Vedan Alex. La importancia de la lubricación industrial, 2023. <https://tractian.com/es/blog/lubricacion-industrial-analicemos-los-diferentes-tipos-de-lubricantes-y-su-importancia>
- [13] Ramírez-Cuellar, Jorge & Chavela, Julio & Sandoval-Caballero, Ignacio & Cantu-Rangel, Miguel & Olvera-Briseno, José. Desgaste en rodillos de trabajo ICDP, HSS, HICR en el cuarto castillo en un laminador tipo compacto y uno convencional de productos planos, 2003.

- [14] Ruiz Zelada, Marco. Compendio de normas para productos de acero, 2000.
- [15] Struers Ensuring Certainty. Ensayos de dureza (s. f.) <https://www.struers.com/es-ES/Knowledge/Hardness-testing#>