TRATADO DE FERROCARRILES

POR JOSÉ KOLBERG.

Profesor de Mecánica práctica y construcción de vías de comunicación en la Escuela Politécnica de Quito. (1875)

(Continuación).

y cuando se supone que sea d la distancia de eje á eje, ρ el radio total de las ruedas contando también sus pestañas, m la altura de la pestaña, en cuanto se mide entre su borde inferior y la línea de los carriles en donde les puede tocar la pestaña, se deduce de la fig. 11, que es

$$\mathrm{HF}=\sqrt{(2\rho-\mathrm{m})\mathrm{m}}=\mathrm{u} \qquad \text{(a)}$$

designando esta cantidad, que se repite muchas veces, por la letra u. Como además es $\mathrm{DH}=\frac{1}{2}\mathrm{d}$, se sigue para el *ensanchamiento de vía* la fórmula

$$\varepsilon=\frac{\mathrm{ud}}{\mathrm{R}} \qquad [10]$$

Este valor depende de la anchura de vía, en cuanto que con esta se muda el radio ρ de las ruedas y la distancia de los ejes.

Sea el máximo diámetro de las ruedas, que se emplean sobre el camino, $2\rho=1{,}05^{\mathrm{m}}$, y haciendo $m=0{,}025^{\mathrm{m}}$, valor ya crecido por tener las pestañas una forma redondeada, se sigue

$$\mathrm{u}=\sqrt{(2\rho-\mathrm{m})\mathrm{m}}=\sqrt{1{,}025.0{,}025}=\sqrt{0{,}0256}=0{,}16 \qquad [11]$$

$$\varepsilon=0{,}16\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{R}}\text{ metros} \qquad [12]$$

Hemos supuesto que en los trechos rectilíneos las ruedas llenen del todo la vía, sin dejar juego ninguno: haciendo, ahora, la distancia de las ruedas un poco menor para establecer el juego pedido, lo obtendremos también en los trechos curvilíneos, y la fórmula [12] nos presenta el *ensanche de vía* que se necesita en las curvas.

Los coches de pasajeros tienen $3{,}85^{\mathrm{m}}$ por máxima distancia de eje á eje; luego cuando suponemos una curva de 200^{m}, resultará ε=2 milímetros, cantidad tan pequeña que pueda también omitirse, pues, que se supone un juego de las ruedas por lo menos igual á 10^{mm}. Aún si fuese la curva mucho más aguda, teniendo un radio de 100^{m}, no llegaría el ensanche de la vía á más que 6—7 milímetros, suponiendo que la distancia de los ejes sea la misma é igual á $3{,}85^{m}$; pero como en curvas de 100^{m} solamente se admite una distancia mucho menor, el ensanche en realidad resultará aún con valor más pequeño.

El resultado señalado en [12], cuando el diámetro de las ruedas se supone algo mayor, no se muda notablemente. Por ejemplo, si fuese $2\rho=1{,}12^{m}$ resultaría, u=0,185 en vez de 0,16, mudanza tan pequeña que puede despreciarse.

Así es que el ensanche de la vía, dado por las fórmulas [10] y [12], se puede aplicar siempre que en *todo el camino de hierro* no transiten sino carruajes de dos ejes, y locomotoras que tienen solamente dos ejes fijos y el tercero sujeto por un avantrén movible. Los vehículos con cuatro ejes, se reducen, bajo el respecto del ensanche de vía, á la clase de dos ejes, puesto que constan de dos armazones movibles de ruedas. Aun los carruajes de tres ejes pertenecen á la misma categoría, cuando el eje medio es corredizo á derecha é izquierda, pudiéndose acomodar á las curvas del camino. Pero en este caso, cuando los carruajes son de pasajeros, se deberá tomar d=6,2 metros que es la distancia de los dos ejes extremos fijos; para locomotoras sería d=3—6 metros, conforme á las curvas que contiene el camino. Muchas veces se da también mayor juego á las ruedas del medio, cuando su eje está inmovible, lo que es muy conveniente para las locomotoras, y claro está, que entonces se puede aplicar también la fórmula [10] ó [12]. Sin embargo, veremos en el § 26; que es más ventajoso calcular el ensanche por otra fórmula que le asigna comunmente mayor valor.

3º *Ensanche con respecto á vehículos con tres ejes inmovibles.*

Si en el ferrocarril hay locomotoras con seis ruedas acopladas, ó también vagones con tres ejes inmovibles, el ensanche ε de la vía debe ser igual á la flecha BD [fig. 12] comprendida entre la cuerda FF′ y el arco FBF′, lo que conduce al valor aproximado.

$$\varepsilon=BD=\frac{DF^2}{2R}=\frac{(DH+HF)^2}{2R}$$

Desígnese ahora por d la distancia entre los dos ejes extremos fijos, será $DH=\frac{1}{2}d$, y como $HF=u$ resultará.

$$\varepsilon=\frac{(d+2u)^2}{2R}=\frac{(\frac{1}{2}d+u)^2}{2R} \qquad [13]$$

Para locomotoras uno de los mayores valores que tomará d es 5^m, y si $\rho=0,75^m$, $m=0,25^m$, luego $u=0,19^m$, se tiene con aproximación.

$$\varepsilon=\frac{(2,5+0,2)^2}{2R}=\frac{2,7^2}{2R}=\frac{3,65}{R}\text{ metros} \qquad [14]$$

Una curva de 300^m exige un ensanche de $\varepsilon=1,2$ centímetros. valor mucho más crecido que el de 0,2 centímetros hallado arriba para carruajes de dos,ejes.

Del mismo modo se hallará el aumento de anchura que se debe á la vía, cuando transitan por ella *coches de pasajeros*, que tienen tres ejes fijos, dando á d y u sus valores correspondientes, por ejemplo $d=6$ metros y $u=0,16$ metros, lo que conduce á

$$\varepsilon=\frac{5,00}{R}\text{ metros} \qquad [15]$$

Aunque en la práctica se aplican muchas veces las fórmulas [13] y [14], parece que sus resultados, y mucho más los de [15], son demasiado grandes. El desarrollo de la ecuación [13] concede á las ruedas del medio un juego igual al de los espacios rectilíneos; pero en las curvas la rueda interior de atrás se coloca al lado de la hilera cóncava, por lo cual el juego de la rueda exterior de atrás se hace el duplo del conveniente. Así parece necesario restar del ensanche ε que por las fórmulas anteriores se expresa, la mitad del mínimo juego; resultará

$$\left.\begin{aligned}&\varepsilon=\frac{(\frac{1}{2}d+u)^2}{2R}-0,005\text{ metros},\\ &\varepsilon=\frac{3,65}{R}-0.005;\ \varepsilon=\frac{5,00}{R}-0,005\text{ metros}\end{aligned}\right\} \qquad [16]$$

Además de esto, el juego total en trechos rectilíneos es por lo menos de 1^{cm}, lo que es bastante para que las ruedas de la locomotora, que hemos supuesto arriba, pasen por las curvas cuyo radio sea mayor que 365^m, sin que se necesite agrandar la anchura de la vía. Luego, el ensanche que sale de las fórmulas [13] y [14], siempre se puede disminuir algo, y tanto más, cuanto es mayor el juego en trechos rectilíneos; solo que se deben tomar en cuenta las irregularidades en la posición de los carriles, que nunca pueden evitarse en la construcción de las curvas. Una conducción más estrecha de las ruedas en las vueltas del camino es siempre muy ventajosa, si concuerda con las reglas del § 26.

La práctica.

En los varios caminos de hierro, varían mucho las medidas que se asignan al ensanche de vía; lo que se comprende muy bien, considerando que de igual modo varía la construcción de los vehículos, y que muchas veces en aquellos ferrocarriles transitan locomotoras ó carruajes con tres ejes fijos.

Para curvas de R=500 metros, se observa en los ferrocarriles meridionales de la Austria................ε=15 milím.
de Hanover.......................................=14 milím.
centrales de Orleans.............................=10 ”
franceses del Norte..............................= 5 ”
en las montañas de la Silesia....................= 0 ”

Además en curvas de R=300 metros; en los ferrocarriles de la Baviera...............................ε=21 milím.
meridionales de Austria..........................=19 ”
centrales de Orleans.............................=15 ”
centrales de la Suiza............................=15 ”
franceses del Norte..............................=10 ”
en las montañas de la Silesia....................= 5 ”

En las curvas que ofrecen los cambios de vía, el ensanche se hace algo mayor, hasta de 20 milím.

Con las reglas arriba explicadas está muy de acuerdo la regla alemana en los “principios.”

En las curvas que tienen un radio mayor que 600^{m}, *no tendrá lugar un ensanche de vía; en curvas menores este se establecerá conforme á la longitud de sus radios. Pero, aun en curvas de* 180 *metros el ensanche no llegará á un valor que sea mayor que* 25^{mm}.

En vez de 180^{m} y 25 milím. se ha puesto últimamente 100^{m} y 30 milím.

ARTÍCULO II

Relación entre los radios de las curvas y las distancias de los ejes fijos.

§ 24

Distancia más favorable de los ejes.

La distancia conveniente entre los ejes extremos fijos depende de la magnitud de las curvas ó sea de la de sus radios, cuya relación puede considerarse bajo varios respectos como son:

1º *La economía del servicio* demanda que la fuerza de tracción y el roce sean los menores posibles.

2º *La posibilidad de la marcha,* que consiste en que las ruedas hallen el sostén seguro sobre los carriles, y que no desfilen hácia el medio.

Sea ED la recta que une la rueda exterior de atrás con la delantera (fig. 13), sea D el punto de contacto con los carriles, y AD la tangente correspondiente. Conforme á la experiencia, la rueda interior de atrás corre, por lo general, frotando á los carriles interiores, de manera que entre la rueda exterior de atrás y la hilera convexa se halla un pequeño espacio vacío $CE=\delta$, que próximamente es igual al juego σ más el ensanche ε

$$\delta=\sigma+\varepsilon \tag{a}$$

Prolónguese ED hasta que se obtenga la cuerda entera DG, que se designa por s, sea $ED=b(=d+u)$, $GE=x$. Los dos radios GO y DO comprenden un ángulo $GOD=2GDA=2\varphi$, es decir, que es dos veces el ángulo comprendido entre la tangente y el plano de las ruedas. Se sigue que

$$GD=s=2R \operatorname{sen} \varphi \tag{b}$$

Además, si $\sphericalangle OED=\alpha$, será verdadera la doble relación

$$R^2=x^2+(R-\delta)^2+2x(R-\delta)\cos\alpha$$

$$R^2=b^2+(R-\delta)^2-2b(R-\delta)\cos\alpha$$

Por eliminación de α se sigue

$$R^2-(R-\delta)^2-bx=0$$

y como $x=s-b$ sale, despreciando δ^2,

$$b^2-bs+2R\delta=0$$

$$b^2-2bR \operatorname{sen} \varphi+2R\delta=0$$

$$b=R \operatorname{sen} \varphi \pm \sqrt{R^2 \operatorname{sen}^2\varphi-2R\delta} \tag{17}$$

Uno de los signos da b, el otro x.

Además se deduce

$$\operatorname{sen} \varphi=\frac{b}{2R}+\frac{\delta}{b} \tag{18}$$

La distancia más segura de los ejes es la que hace que el ángulo φ sea un mínimo, y esta misma será á la vez, también, la más favorable á la economía del servicio, siendo menor el roce y la fuerza de tracción.

La ecuación [17] manifiesta que para un valor real de b debe ser R sen² $\varphi \geqq 2\delta$; luego el mínimo valor de φ se expresa por

$$\text{sen}\,\varphi=\sqrt{\frac{2\delta}{R}}=\frac{b}{R} \qquad [19]$$

$$\text{y es } b=\sqrt{2R\delta}, \qquad [20]$$

en el caso de ser φ el mínimo, como sigue de (17), haciendo la cantidad radical igual á cero. Como $b=d+u$, resulta que

$$d=\sqrt{2R\delta}-u \qquad [21]$$

es *la distancia más favorable de los ejes.* Para carruajes de dos ejes fijos es el ensanche $\varepsilon=\frac{ud}{R}$, luego será

$$2R\delta=2R(\sigma+\varepsilon)=2R\sigma+2ud.$$

Por otro lado, se sigue de [21]

$$2R=\delta(d+u)^2=d^2+2ud+u^2$$

Luego, igualando ambos valores de $2R\delta$, se consigue $2R\sigma=d^2+u^2$, y como u^2 es cantidad pequeñísima que puede despreciarse en comparación á d^2, será $2R\sigma=d^2$, y de consiguiente

$$d=\sqrt{2R\sigma} \qquad [22]$$

Esta ecuación manifiesta que la distancia más favorable de los ejes sólo depende del radio de la curva y del juego en trechos rectilíneos, y que es independiente de la anchura de vía, puesto que también σ no puede disminuirse notablemente en vías estrechas.

Como el juego varía entre los límites 10 á 25^{mm}, la relación entre d y R tomará igualmente valores muy diferentes. Así se obtiene la tabla que sigue á continuación, y da á conocer las distancias más convenientes de los ejes para varios radios, y los juegos $\sigma=10^{mm}$, 17,5^{mm} y 25^{mm}

	$\sigma=10^{mm}$	$\sigma=17,5^{mm}$	$\sigma=25^{mm}$
R	d	d	d
100 metros	1,41 metros	1,87 metros	2,24 metros
150 "	1,73 "	2,29 "	2,74 "
200 "	2,00 "	2,65 "	3,16 "
250 "	2,24 "	2,96 "	3,54 "
300 "	2,45 "	3,24 "	3,87 "
400 "	2.83 "	3,74 "	4,47 "
500 "	3,16 "	4,18 "	5,00 "
600 "	3,46 "	4,58 "	5,48 "
700 "	3.74 "	4,95 "	5,92 "

Se ve que los valores de d son muy diferentes para un mismo radio. Sería lo más conveniente tomar los valores que corresponden al valor medio $17,5^{mm}$ del juego. Pero un carruaje debe transitar por todo elcamino de hierro, el cual contiene muchas curvas de muy distinto radio. Luego, cuando se trata de determinar la distancia de ejes para los carruajes de todo un ferrocarril, no se deberá tomar en cuenta solamente una cierta especie de curvas, sino todas en general, y esto según su número y extensión; además, conviene considerar la longitud de los trechos rectilíneos. Así, por ejemplo, si un ferrocarril tiene una curva de 150^m y dos de 300^m, la combinación más favorable no será tomar $d=2,29$, como nos enseña la columna media para$R=150^m$, y tampoco lo será el valor $d=3,24$ que corresponde á $R=300^m$, sino que el valor más ventajoso de d será otro intermedio, que se expresa más ó menos por

$$d=\frac{2,29+2.3,24}{3}=2,92 \text{ metros}$$

tomando en cuenta solo la seguridad de la marcha. Por lo que toca la disminución del roce y de la fuerza de tracción, será muy inútil y difícil buscar un término medio, puesto que ya se supone uno y otro reducido á su valor mínimo por la elevación de la hilera convexa, y además entrarían en el cálculo exacto tantas cantidades que le hiciesen imposible por su complicación. Pero, si respecto de las curvas predomina la consideración de la seguridad, no sucede así respecto de los trechos rectilíneos. Estos siempre demandan mayor distancia de los ejes para evitar el serpenteo que gasta tanto las ruedas. Así convendrá aumentar el número de 2,92 metros hallado arriba, tanto más, cuanto mayores son las longitudes de los trechos rectilíneos en comparación á las de los curvos.

De todo lo dicho se sigue, que la distancia más conveniente de los ejes será considerablemente mayor que la que corresponde á las menores curvas del camino, y que está señalada en la columna de en medio de la tabla anterior.

§ 25.

Distancia de los ejes según la práctica.

Las reglas del último párrafo conducen á un valor aproximado de la distancia de los ejes, tal cual sería la más conveniente ó segura, considerado todo el camino de hierro.

En la práctica se emplearon, en un principio, distancias de ejes muy cortas y radios de curvas excesivamente largos; solo á costa de una larga experiencia se atrevieron los ingenieros á aumentar aquellas, y á la vez, disminuir estos.

En *las convenciones alemanas* se hallan expresadas las reglas siguientes, sobre la *distancia máxima de los ejes fijos extremos para coches de pasajeros:*

"Para ferrocarriles que en camino libre contienen muchas curvas de

240-300^m	será	3,66^m	la máxima distancia de los ejes fijos."
300-360^m	"	4,57^m	"
360-460^m	"	5,05^m	"
460-600^m	"	5,50^m	"
sobre 600^m	"	7,32^m	"

Estos números son algo más grandes que los mayores de la tabla anterior, para $\sigma=25^{mm}$. Aunque en ambas tablas se encuentre la misma ley de aumento de los números, este es más rápido en la última, lo que se explica muy bien, considerando que en ferrocarriles que contienen solamente curvas muy abiertas, deben predominar los trechos rectilíneos, que piden mayor distancia de los ejes. S n embargo, es preciso notar que últimamente el número 7,32^m de la última línea, se ha corregido haciéndolo un poco menor é igual á 7^m.

Sobre *la distancia de los ejes fijos de las locomotoras, en las mismas convenciones* se establece la ley siguiente:

"Para las locomotoras se recomienda una distancia de los ejes fijos tan grande como es compatible con las circunstancias del camino. En ferrocarriles que contienen en camino libre muchas curvas de

240–300^m	será 3,0^m	la máxima distancia de los ejes fijos."	
300–360^m	" 3,8^m	"	
360–460^m	" 4,3^m	"	
460–600^m	" 4,9^m	"	
sobre 600^m	" 6,0^m	"	

El último número se ha añadido posteriormente; y todos son mucho menores que los de la tabla que precede, y aun un poco menores que los de la tabla en la página 55 para $\sigma=25^{mm}$; solo que el número 6,0^m del último renglón corresponde más á $R=700^m$, y se explica por estar destinado para todos los radios mayores que 600^m.

Los valores destinados á las locomotoras se hacen algo menores de lo absolutamente necesario por el mayor peligro, rozamiento y exigencia de fuerza; pero á los coches de pasajeros se asignan mayores por la razón opuesta, y por el influjo que tienen las cadenas del enganchamiento.

En la tabla siguiente, en la primera columna tenemos los radios medios que corresponden á las dos últimas tablas; en la segunda columna se hallan asignadas las distancias de los ejes fijos de coches de viajeros, conforme á la segunda tabla; en la tercera se ven las de locomotoras conforme á la tercera tabla; en la cuarta se encuentran los términos medios de ambas especies de distancias; y finalmente, en la quinta se han puesto los valores como se siguen de la fórmula (22) para $\sigma=0{,}025^m$.

R	d (car. de pas.)	d (locomotor.)	d (térm. med.)	d teór. $\sigma=25^{mm}$
270^m	3,66 metros	3,0 metros	3,33 metros	3,67 metros
330^m	4,57 "	3,8 "	4,18 "	4,06 "
410^m	5,03 "	4,3 "	4,66 "	4,53 "
530^m	5,50 "	4,9 "	5,20 "	5,15 "
700^m	7,00 "	6,0 "	6,50 "	5,92 "

Se ve que los valores teóricos son muy conformes con los términos medios de la penúltima columna.

§ 26.

Ensanche de la vía para carruajes de dos ejes, con respecto á la seguridad y economía del servicio.

Adoptada la distancia de los ejes como conviene más á las condiciones del camino de hierro, el ensanche de la vía puede determinarse por un método más científico que el que hemos visto en el § 23.

El ángulo φ que el plano de las ruedas exteriores forma con la hilera convexa es un mínimo, luego el más favorable, si se verifica la condición [20] ó bien sí

$$\delta = \frac{b^2}{2R}$$

Tenemos $\delta = \varepsilon + \sigma$, b+u, luego cuando á σ le asignamos su valor medio, tal como corresponde á un estado mediano de las ruedas, se deduce

$$\varepsilon = \frac{[d+u]^2}{2R} - 0{,}0175 \text{ metros} \qquad [23]$$

Dando á las curvas este ensanche, la seguridad de la marcha y la economía del servicio llegarán á ser las más convenientes.

Si hacemos, por ejemplo, la distancia de los ejes $d=3{,}66^{mm}$ $u=0{,}16^{m}$, $d+u=3{,}82^{m}$, la fórmula (23) se convierte en

$$\varepsilon = \frac{14{,}59}{2R} - 0{,}0175 \text{ metros} \qquad [24]$$

La ecuación (10) suministra bajo las mismas condiciones el valor

$$\varepsilon = \frac{0{,}686}{R} \text{ metros} \qquad [25]$$

En la tabla siguiente están señalados los valores en milímetros de ε según salen de la primera y segunda fórmula:

$R=100^m$	$\varepsilon = 56^{mm}$	$\varepsilon = 6{,}8^{mm}$	$R=300^m$	$\varepsilon = 6{,}5^{mm}$	$\varepsilon = 2{,}3^{mm}$
150^m	$= 31$ "	$= 4{,}6$ "	$= 400^m$	$= 0{,}5$ "	$= 1{,}7$ "
200^m	$= 19$ "	$= 3{,}4$ "	$= 500^m$	$= 0{,}0$ "	$= 1{,}3$ "
250^m	$= 12$ "	$= 2{,}7$ "	$= 600^m$	$= 0{,}0$ "	$= 1{,}1$ "

Según esto, el ensanche más ventajoso es mucho mayor que el necesario, cuando los radios son pequeños, pero es un poco menor cuando estos son grandes.

Los valores 56^{mm} y 31^{mm} para 100^{mm} y 150^{m} no se admiten, sino se les sustituye simplemente 30^{mm}, que es el límite del ensanchamiento, el que no debe traspasarse.

§ 27.

Magnitud del radio de las curvas, tomando en consideración la posibilidad del trayecto.

La posibilidad de la marcha consiste en que las ruedas no caigan de los rieles en su intervalo, y depende del radio de la curva, del de las ruedas, de la anchura de estas, y finalmente de la distancia que tienen entre sí los ejes fijos. Solamente consideraremos carruajes de dos ejes y de igual categoría; porque cuando se trata de franquear curvas menores no se pueden emplear vehículos con tres ejes fijos.

En la (fig. 14), sea la posición del vagón tan estrecha como puede ser. Será,

$$BD = \frac{DF^2}{2R'} = \frac{\left(\frac{d}{2}+u\right)^2}{2R'}; \quad BC = \frac{CG^2}{2R'} = \frac{\left(\frac{d}{2}\right)^2}{2R}$$

$$CD = BD - BC = \frac{(d+u)u}{2R'}$$

La distancia GF ó CD es igual â la anchura α de la rueda, sustrayendo de esta cantidad la anchura β de la pestaña, la anchura γ del carril y el juego δ que se quiere dar á las ruedas; designándola con k se tiene

$$k = \frac{(d+u)u}{2R'} \tag{a}$$

Para las ruedas interiores se deduce semejante relación

$$k' = \frac{(d-u)u}{2R''} \tag{b}$$

en donde k'es igual á C' D'. Los radios R' y R'' de las dos hileras de carriles son sensiblemente iguales al radio medio R; luego, despreciando el término pequeñísimo u^2, resultará con aproximación k'= k, y

$$k = \frac{ud}{2R}$$

$$\text{ó bien } \alpha - \beta - \gamma - \delta = \frac{ud}{2R}$$

Por el ensanche ε reciben las ruedas el juego necesario; la rueda exterior de atrás retrocede en la hilera convexa una cantidad δ, que es proximamente igual al juego σ en los trechos rectilíneos más el ensanchamiento ε, puesto que el eje de atrás toma una dirección más ó menos según el radio de la curva. Así se sigue

$$\alpha-\beta-\gamma-\sigma-\varepsilon=\frac{ud}{2R} \qquad \text{(c)}$$

y como por lo menos es $\varepsilon=\frac{ud}{R}$, resulta

$$\alpha-\beta-\gamma-\sigma=\frac{3ud}{2R}$$

luego

$$R=\frac{3ud}{2(\alpha-\beta-\gamma-\sigma)} \qquad [26]$$

Este será, pues, el radio de la mínima curva, cuando se supone el menor ensanche posible, conforme al § 23. Para otro ensanche más considerable, la curva mínima tendrá mayor radio.

Se ve que este mínimo radio puede ser tanto menor, cuanto lo sea el diámetro de las ruedas (u), la distancia de los ejes fijos (d) y cuanto mayor es la anchura de las ruedas (α).

Ahora la anchura α de las ruedas comúnmente es de	125^{mm}
la anchura β de la pestaña varía entre....	$27-34{,}5^{mm}$
el juego σ varía con esta, entre...........	$35-10$ ^{mm}
$\alpha-\beta-\sigma$ varía entre....................	$73-80{,}5^{mm}$

La primera combinación que corresponde á un estado de deterioro en las ruedas, es menos favorable á una curva cerrada; luego haciendo $\alpha-\beta-\sigma=73^{mm}$ y la anchura del carril $\gamma=60^{mm}$ resulta $\alpha-\beta-\gamma-\sigma 13=^{mm}$ y si además se pone u=0,16, será el mínimo radio

$$R=18,5d \qquad [27]$$

Para d=3,66 metros se obtiene por curva mínima la que tiene R=68 metros por radio.

Conviene observar que la posición de la rueda interior delantera es aún menos favorable, porque el eje delantero no tiene la dirección del radio de la curva, sino forma un ángulo agudo con la hilera interior. Así para dicha rueda debe escribirse en vez de σ otro número algo mayor. Variando de esta manera, $\alpha-\beta-\gamma-\sigma$ solamente en 3 milímetros, el resultado varía notablemente, puesto que para $\alpha-\beta-\gamma-\sigma=10$ milímetros, se sigue

$$R=24d \qquad [28]$$

y si $d=3{,}66$ metros, la curva tendrá un radio mínimo $R=88$ metros.

El ensanche que hemos supuesto es el menor posible; para otro mayor no sirve toda la anchura del carril para sostén de las ruedas. Así, por ejemplo, cuando en una curva de 150 metros se admite un ensanche $\varepsilon=30$ milímetros, para vagones que tienen $d=3{,}66$ y $\alpha=125^{mm}$, se deduce de [c] que γ es solamente$=38^{mm}$.

Aunque hemos dado ciertas reglas por medio de las cuales se determinan los radios mínimos de las curvas, los resultados que hemos encontrado, no pueden considerarse como provistos de la exactitud pue corresponde á la importancia de la cuestión. El factor u queda siempre algo incierto, y en el denominador varía $\alpha-\beta-\sigma$ entre términos muy distantes. Además debe atenderse, si el ensanche se toma conforme al § 23 ó con otro valor que sea más crecido.

Si embargo, las expresiones para el mínimo radio saldrán mucho menores, si á la distancia de los ejes y al diámetro de las ruedas se les asignan menores valores. Aunque la fórmula (26) no dependa de la anchura de vía, cuando se considera en sí misma, los valores de d y u se mudarán para vías angostas proporcionalmente á esta anchura. Por ejemplo, si la anchura de vía es solamente la mitad de la normal, se puede escribir $\frac{d}{2}$ y $\frac{u}{2}$, en vez de d y u, resultando que el radio de la curva puede ser igual á la cuarta parte del radio mínimo admisible para vías anchas, suponiendo que las otras cantidades α, β, γ y σ permanezcan las mismas; pero en verdad $\alpha-\beta-\gamma-\sigma$ toma también un menor valor en las vías angostas, lo que hace R un poco mayor.

Por lo demás, la dificultad no consiste tanto en poder franquear curvas muy cerradas, dando al tren una pequeñísima velocidad, sino en hacerlo sin peligro con una velocidad más crecida. Las curvas menores nunca excluyen el peligro del descarrilamiento, cuando se transita con una velocidad que es mayor que la debida, la cual por desgracia no se conoce científicamente por principios seguros de la mecánica. Trazar curvas de menor radio de lo que se ha acostumbrado hasta el día, siempre será una empresa de grande riesgo.

La relación que debe haber entre la velocidad y las curvas se halló empíricamente, y está marcada en el § 22. En una curva, por ejemplo, de 150 metros, la velocidad máxima ordinariamente admisible es de 6 metros; y conviene advertir, que cuando la velocidad se disminuye aun más, en menores curvas, el tren está siempre expuesto á pararse completamente.

Por fin, los carriles tienen que encorvarse de un modo ratifical, con el objeto de que correspondan á las diferentes curvaturas, operación tanto más dificultosa cuanto menor es el radio. Por la misma razón suelen adoptarse tan sólo radios determinados.

Sobre los radios mínimos de las curvas *las convenciones alemanas* contienen lo que sigue:

> "Los radios mínimos ordinariamente no deben ser menores que 150 metros" [vale para ferrocarriles principales].
>
> "En los ferrocarriles, en que se admiten los vehículos de los de primera clase, los radios mínimos no deben ser menores que 150 metros. En los otros ferrocarriles, en que aquellos vehículos no se admiten, los radios mínimos serán conformes con la distancia elegida de los ejes, y con las disposiciones de los mismos y de las ruedas" [se aplica á caminos de 2ª orden de vía ancha].

Es preciso notar que para curvas de 150 metros, aún se considera como admisible una distancia de los ejes de 3,66 metros. Sobre *caminos de vía angosta* se establece la regla:

> "Se aconseja no construir curvas inferiores á 80 metros [para ferrocarriles que tienen 1 metro de anchura de vía], ni menores de 60 metros [para los de 0,75 metros de anchura].

De la ecuación (26) se deduce, que bajo iguales circunstancias se tiene

$$R : R' = d : d'. \qquad [29]$$

esto es, que *los radios mínimos son como la distancia de los ejes.* Por consiguiente, si en caminos principales se admite $d=3,66$ para $R=150$, las vagones del sistema Norte-Americano que tienen $d=1,3^m$, se podrán aplicar aun en curvas de 53 metros de radio, bajo semejante circunstancias, solo que se debe disminuir la velocidad.

En Austria hay ferrocarriles de vía ancha, en que transitan los vehículos de los caminos principales, y no obstante se encuentran en ellos curvas de 85 metros.

ARTÍCULO III.

CURVAS DE TRANSICION.

§ 38.

Curva parabólica de transición para un cambio de dirección.

Ya queda expuesto, como en las curvas ó vueltas de un ferrocarril la hilera convexa se eleva algo sobre la cóncava. En los trechos rectilíneos ambas hileras de carriles conservan el mismo nivel. De donde se infiere, que debe haber un corto *trecho de transición* en que la hilera exterior ascienda poco á poco al nivel de su parte encorvada.

En primer lugar conviene tener cuidado de hacer dicha transición lentamente, por un espacio bastante largo, porque si este fuese demasiado corto, varias ruedas de la locomotora experimentarían un descargue sensible en el plano desigual por donde corren, y además los choques que sufren todos los vagones, podrían causar el rompimiento de los ejes ó por lo menos un deterioro considerable.

Así, se necesita dar al plano inclinado de transición una pendiente muy pequeña. Hay direcciones de ferrocarriles que prescriben hacerla igual á 0,001, 0,002, ó 0,003. Si estos números se expresan por la tangente del ángulo ϑ, que la pendiente de los rieles forma con la base horizontal, tendremos

$$\tan \vartheta = 0{,}001;\ 0{,}002;\ 0{,}003\ \&^{a}$$

según el mayor ó menor esmero con que se efectúa la transición.

Si h es la magnitud de la elevación del carril, y l la longitud del trecho de transición, será $l \tan g\vartheta = \mathrm{h}$, luego

$$l = \frac{\mathrm{h}}{\tan\vartheta} \qquad [31]$$

Por largo tiempo se acostumbraba colocar el trecho de tránsito, tan sólo, en la línea recta del camino, de suerte que en el punto tangencial se hallaba toda la elevación pedida de la hilera convexa.

Más científica es otra disposición, por medio de la cual, entre el trecho rectilíneo y circular, se intercala un tercer trecho de forma parabólica, que tiene la propiedad particular de que *la elevación de cada punto corresponde al radio de curvatura de este mismo punto, y de consiguiente también á la fuerza centrífuga que allí tiene lugar.*

El problema, por tanto, que ahora vamos á resolver, es el que sigue:

Hay una recta MA (fig. 15) y un círculo del radio R en que se quiere transitar; una parte DA de la recta y otra AB del círculo tiene que reemplazarse por una curva OB, para la cual el radio ρ de curvatura, en el punto inicial O, sea infinito. en B igual al radio R del círculo, y en cualquiera otro punto P corresponda á la elevación del carril en este mismo punto.

El origen O de las coordenadas sea el punto inicial de la curva de transición que se busca, y sea h' la elevación en P; desígnese la anchura de vía, como antes, por a,

Conforme con la fórmula (2) es

$$h' = \frac{av^2}{g\rho}; \text{ y además } h' = x \tang \vartheta$$

de donde se saca

$$\frac{1}{\rho} = \frac{gx \tang \vartheta}{av^2} \qquad (a)$$

La mecánica suministra para el radio ρ de curvatura, la fórmula

$$\rho = \frac{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{3/2}}{\frac{d^2 y}{dx^2}}$$

El cociente diferencial $\frac{dy}{dx}$ es la tangente trigonométrica del ángulo que la geométrica forma con el eje de las abscisas. Suponiendo la flecha t muy pequeña, este cociente diferencial se podrá despreciar en comparación á la unidad, resultando simplemente

$$\frac{1}{\rho} = \frac{d^2 y}{dx^2} \text{ ó bien por (a) } \qquad \frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{gx \tang \vartheta}{av^2}$$

y por doble integración

$$y = \frac{gx^3 \tang \vartheta}{6av^2} \qquad [32]$$

(Continuará).