

---

# TEORIA DE LAS FUNCIONES

POR

J. ALEJANDRINO VELASCO. — Ingeniero Civil y Profesor en la Universidad <sup>1</sup>

---

## INTRODUCCION

**I. Ciencias matemáticas.**—Se sabe que las CIENCIAS MATEMÁTICAS, *en general consideradas, se proponen estudiar las leyes de la cantidad y la extensión:* de aquí el que esta parte de los conocimientos humanos se divida en dos grandes grupos que constituyen las Ciencias de la Cantidad y las Ciencias de la Extensión. Las que forman el primero, se resumen y encuentran su razón de ser en el Algebra; las que componen el segundo, se identifican con la Geometría: Algebra y Geometría, tales son los dos grandes ramos de las ciencias matemáticas, llamadas, por antonomasia, Ciencias Exactas, á causa de “la exactitud de sus principios y el rigorismo de su método”.

Pero estas ciencias se dividen, además, en dos secciones muy importantes. La úna se conoce con el nombre de Matemáticas puras, porque *investiga las leyes universales que se fundan en los conceptos puros ó abstractos de la cantidad y la extensión:* en este sentido las leyes descubiertas, lo son con independencia de las cualidades de los seres que componen el mundo físico. La otra sección forma las Matemáticas aplicadas, *que se proponen conocer las propiedades cuantitativas de los cuerpos, valiéndose, como*

<sup>1</sup> El T. I. de esta obra se ha remitido para su aprobación, al Consejo General de Instrucción Pública, quien ha dispuesto que la Facultad de Matemáticas Puras y Aplicadas haga el estudio y dé el informe.

de medio, de las leyes sobre la cantidad y la extensión por aquélla descubiertas: á esta parte se refieren, por tanto, las cuestiones relativas á la atracción de las masas, como su equilibrio y movimiento; la formación y progación de las ondas sonoras y luminosas, el movimiento vibratorio del éter, el curso de los astros, &<sup>n</sup> Pero en el estudio actual hay que prescindir de esta sección, porque sus reglas son las de aquélla en cuanto cumplen con los fines mencionados.

**2. Concepto cuantitativo de la extensión.**—Si bien tiene la extensión, como cualidades esenciales, *forma y posición* que jamás pueden ser cantidades; sin embargo, en cuanto á las dimensiones, una cierta extensión puede ser mayor ó menor que ótra de la misma especie; por esto puede encontrarse en la extensión un cierto concepto cuantitativo, lo mismo que en la cantidad considerada en general: en este sentido las *ciencias de la cantidad* y las *ciencias de la extensión* no pueden ser diferentes, y sólo varía la manera de determinar dicho concepto cuantitativo, ó sea la relación entre la *magnitud comparable y la unidad*; pues las ciencias del primer grupo, es decir, las *ciencias algébricas*, proceden por *numeración*, mientras que las *geométricas* lo hacen por *mensura*; de este modo, en el Algebra, llamada también *Aritmética general*, la cantidad es *directa ó inmediatamente numerable*, mientras que en la Geometría lo es *mediatamente*.

Esto supuesto, y en el sentido que venimos considerando, las mencionadas ciencias se identifican de nuevo en la manera de determinar las relaciones que ligán entre sí los números, expresión de las cantidades. Mas, si bien puede decirse que es igual la representación simbólica, varía con todo la manera de enunciar una proposición, ya algébrica, ya geoméricamente. En efecto,

a. b

puede ser un símbolo algébrico ó geométrico, y manifestar, por lo mismo, cierta relación de magnitudes en el Algebra ó la Geometría; pero en la primera, el lenguaje ordinario dirá, que aquel símbolo *representa el produc-*

to de dos números; y en la segunda, el producto de dos líneas ó, mejor dicho, un área.

Que en las ciencias de la extensión, y en cuanto se considera el concepto cuantitativo, es numérica la relación de las magnitudes, es cosa clarísima; pues no puede conocerse una línea, área ó volumen sino mediante el valor de dicha línea, área ó volumen, que es la relación de sus magnitudes respectivas con la unidad; ó, lo que es lo mismo, mediante el número.

Luego, en el Algebra inmediatamente, y mediatamente en la Geometría, el concepto cuantitativo de la magnitud tiene la misma significación matemática; y así, la determinación de la cantidad por la unidad, que se dice, según los casos, contar ó medir, produce solamente el número.

**3. Las Matemáticas con relación al número.**—Si pues, el número es el objeto final de las Ciencias de la cantidad en el estudio de la cantidad discreta, como en el de la extensión, considerada sólo en lo que es cuantitativa, esto es, en cuanto á las dimensiones, las cuales determinan la cantidad continua; claro es que las Matemáticas, al estudiar las cantidades componiéndolas, descomponiéndolas y comparándolas, se proponen descubrir las diferentes maneras como aparecen los números, é investigar sus propiedades por la naturaleza de su generación y las relaciones que entre ellas pueden existir.

**4. Matemáticas elementales y superiores.**—Para cumplir con este fin, las Matemáticas estudian las magnitudes cuantitativas de dos maneras: ó consideran los individuos que forman las relaciones numéricas, mejor dicho, las unidades, como seres más ó menos grandes; es decir, como entidades ya formadas, tangibles, por decirlo así, ó de un valor comparable; ó se ocupan de dichos individuos suponiéndolos compuestos de partes muy pequeñas, que tienen un valor, como si se dijera, ideal; pues no son susceptibles de comparación con otros de magnitud más ó menos considerable: tales partes se denominan elementos. En este caso, la inteligencia con sólo su poder, y sin ningún auxilio ad extra diremos, que le facilite el estudio, investiga los conceptos

*abstractos* de tales elementos: nada físico y tangible hay entonces; la cuestión se coloca sobre lo físico – susceptible de comparación determinada –, y tal estudio no es otra cosa que la *Metafísica – Matemática*, conocida con el nombre de Matemáticas sublimes, y que, con más propiedad, puede llamarse Teoría de las Funciones, como ya lo explicaremos.

Las Matemáticas, procediendo del primer modo, se denominan *Elementales ó Inferiores*; y así:

Matemáticas Elementales, ó Inferiores, *son las ciencias que estudian las leyes generales de la cantidad y la extensión, considerándolas como entidades compuestas de individuos determinados; esto es, sin referirse á los elementos ó últimas partes de los mismos.*

Las reglas de las *Matemáticas elementales* se aplican á los individuos que hemos indicado, sin saber si las partes de ellos, separadamente consideradas, quedan sujetas á las relaciones por aquellas reglas obtenidas.

En la *Aritmética*, el *Álgebra*, la *Geometría* y *Trigonometría elementales* no se consideran de otro modo la *cantidad* y la *extensión*, aunque las dos últimas partes, de cuando en cuando y para ciertas deducciones, ya examinan, en algún sentido, los elementos de las individualidades.

Además, el símbolo

a. b,

uno de los frecuentemente empleados en las Matemáticas elementales, nada dice, por sí sólo, diferente del producto que los caracteres señalan; es decir, en dicho símbolo el entendimiento no percibe más que la operación por esta forma indicada: hay pues, verdadera relación entre el *fondo* – el pensamiento ó idea que se trata de representar – y la *forma* por medio de la cual se representa; y hasta aquí nada hay de sublimidad, ni aún en el simbolismo empleado.

Por el contrario:

Las Matemáticas Sublimes ó sea la *Análisis Superior*, ó *Teoría de las Funciones*, *estudian las leyes generales de la cantidad y la extensión, analizando sus últimos elementos,*

y determinando las relaciones que estos elementos guardan entre sí.

Por tanto, si de la *investigación, distinción y comparación* de los elementos dichos, la *Análisis superior* viene en conocimiento de los individuos determinados que forman la cantidad y la extensión; siendo aquéllos, según lo expuesto, muy pequeños, se hace necesario considerar constantemente para tal síntesis, un número *muy grande* de elementos. En este caso las Matemáticas sublimes comprenden, tanto el estudio de las relaciones entre aquellos elementos, como el de las obtenidas entre los individuos determinados que así resultan; y, como unas y otras relaciones necesitan de formas especiales, ambas comprenden ya todas las formas posibles. En este sentido es aceptable la definición que el Sr. Herr da de las Matemáticas superiores, á saber:

Las Matemáticas Superiores ó Análisis se ocupan en la consideración de todas las formas en que se presentan las relaciones que existen entre las cantidades numéricas. <sup>1</sup>

Tal definición parece excluir de la Análisis superior las ciencias de la extensión; mas, como éstas, por lo dicho (n<sup>os</sup> 2 y 3), comprenden asimismo un concepto cuantitativo, y, por tal causa, susceptible de relaciones numéricas; es manifiesto que dicha definición abraza también las ciencias que exponen las leyes de la extensión, cuando proceden por el estudio de los elementos. Es indudable por otro lado, y según lo manifestaremos á poco, que en la ciencia geométrica hay teorías que no se pueden considerar sino como partes ó secciones de las Matemáticas sublimes.

**5. Caracteres de sublimidad.**—1<sup>o</sup> Nada más lógico que el procedimiento de las Matemáticas superiores: conocidos los individuos no se conoce, sin embargo, la naturaleza de las partes ó elementos que los forman; por el contrario, si se conocen la naturaleza, las leyes, las relaciones de dichos elementos, pueden quedar bien definidas las propiedades de los *individuos compuestos*: basta al efecto observar la manera como se unen las partes. Tal operación es conforme con el axioma:

<sup>1</sup> Herr: Lehrbuch Der Höheren Mathematick. T. I, pág. 3.

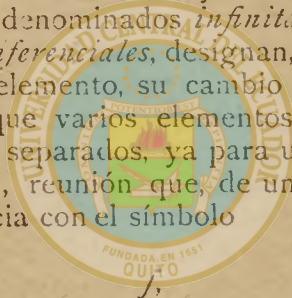
“El todo tiene por naturaleza la de sus partes”.

2º Entre el conocimiento de las Matemáticas superiores y el de las elementales hay la diferencia que va de conocer á un ente, ó individuo, por *sus propiedades intrínsecas* y sólo *sus manifestaciones externas*: es evidentemente superior el conocimiento acerca de un libro por saber lo que contiene, que el adquirido con sólo la vista del mismo.

3º Si  $x$  por ejemplo, designa una cierta cantidad; un elemento muy pequeño de la misma, tal cual se considera en la análisis, se expresa por

$$\Delta x, dx:$$

las características  $\Delta, d$  que preceden al todo ó individuo del cual dicho elemento se toma, y con las que se representan los conceptos denominados *infinitamente pequeños, ó infinitésimas, y diferenciales*, designan, además, un *modo de ser* de dicho elemento, su cambio en otro ú otros, la ley, en fin, con que varios elementos se relacionan, ya para permanecer separados, ya para unirse y formar un todo determinado, reunión que, de un modo especial, se señala en la ciencia con el símbolo



ÁREA HISTÓRICA  
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

inicial de la palabra *suma*, y que es llamado la *integral de los elementos*. Los valores de las magnitudes dependientes del de sus elementos, la relación entre éstos, la razón de sus decrementos sucesivos ó adiciones respectivas, todo, todo se designa con el símbolo, que podemos llamar sintético,

$$y = f(x). \quad (1)$$

Se deduce, pues, que los símbolos

$$\Delta x, dx, f, f(x),$$

denotan relaciones de un orden muy elevado; y por esto, las Matemáticas que los emplean se denominan superiores; la *idea matemática* que con dichos símbolos se manifiesta es superior, en mucho, al simbolismo empleado; el fondo excede ó es superior á la *forma*, y aún por esta

razón se denominan con propiedad Matemáticas sublimes las ciencias que de ellos se valen.

### 6. Dependencia entre los elementos.

Tales elementos, al relacionarse entre sí para manifestar las propiedades de la *cantidad* y la *extensión*, lo hacen influyendo los unos en los otros, de modo que un cambio, en algún sentido, verificado en aquéllos produce un cambio ó variación determinada en éstos; y el carácter que así liga á los indicados elementos se designa, en la ciencia, con la palabra *función*. Si entre los elementos dichos, no hubiera la relación de cambio en los *unos* por los cambios verificados en los *otros*, el estudio de tales formas (nº 4, 2ª definición), sería imposible; porque seres sin relación alguna carecen de unidad; y, siendo diferentes, nada producen. Luego, si las partes ó los elementos de las cantidades alguna cosa dan, á saber, *las cantidades mismas*, es real la relación indicada; y el estudio de tales formas simbólicas con las ideas á que están ligadas, es el estudio de las funciones. Por tanto, la reunión de todos los principios y consecuencias que constituyen el Cálculo sublime, no puede ser menos que una Teoría: he aquí por qué la ciencia que vamos á estudiar puede, con toda propiedad, llamarse Teoría de las Funciones.

**7. Definiciones.**—Entre los elementos que, como se ve, pueden también ser llamados cantidades, pues partes de éstas son, hemos dicho que las variaciones de unos producen cambios ó variaciones en otros; pero es claro que el origen de tales cambios ha de estar arbitrariamente en algunos de ellos, sin referencia á los otros; mas, verificadas dichas variaciones en los primeros, por la ley de relación se han de verificar también en los segundos. Además, puede haber cantidades que no sufran cambio alguno. Cuando en las formas respectivas ocurran casos semejantes, tenemos las siguientes denominaciones:

*Cantidad variable, ó simplemente variable, es la magnitud que, en la cuestión en que se considera, es susceptible de tomar, por lo general sucesivamente, diferentes valores: variables independientes ó arbitrarias son las que reciben valores arbitrarios, esto es, sin relación ó sujeción á cantidad*

*alguna; mas, se llaman variables dependientes las que cambian de valor por las arbitrarias variaciones de aquéllas. Se denominan constantes las cantidades que, en la misma cuestión, no cambian de valor.*

*Función es la forma ó expresión matemática que tiene dos ó más variables de tal modo ligadas, que todo cambio en las únas produce un cambio ó variación en las ótras.*

Y como, en tal forma ó expresión, siempre puede darse una de estas cantidades por las otras variables y las constantes, designaremos, en todo lo que sigue para más sencillez, con la palabra *función* la variable ó variables *dependientes*, y llamaremos *variable simplemente*, la *variable independiente*.

Como ejemplos de funciones podemos citar los siguientes:

1º Si á un colono ó labrador se le ofrece el premio  $a$  por su trabajo diario; y si, además, se le retribuye con el salario  $m$  por cada unidad superficial de terreno que elabora, la expresión que dé el jornal total,  $y$ , para  $x$  unidades elaboradas, será

$$y = mx + a; \quad (2)$$

en la cual,  $y$  es la función,  $x$  la variable,  $a$  y  $m$  cantidades constantes.

2º La Geometría elemental suministra también varios ejemplos de funciones: tales son, entre ótros,

$$C = 2\pi r, \quad A_c = \pi r^2, \quad (3)$$

que expresan, respectivamente, la longitud de la circunferencia y el área del círculo, como funciones de la variable  $r$  radio.

**8. Idea del límite.**—Desde el momento que una función puede variar, es claro que ha de recibir valores diferentes; pero semejante propiedad no ha de ser indefinida: algo ha de haber que le ponga un término, y cuando esto se cumpla, la función adquirirá en verdad, un valor propiamente determinado; es decir, un valor tal que para ella es invariable, ó no puede cambiar; y este valor tiene la naturaleza del que hemos llamado *constan-*

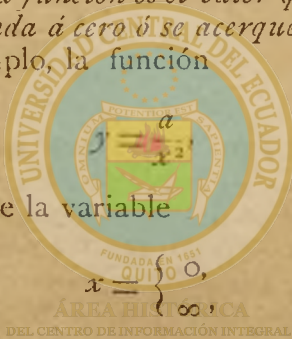


te (nº 7). Cuando las funciones se encuentran en este caso, se dice que llegan al *límite*, ó que han alcanzado un *límite*.

Mas, como la variación de las funciones depende de los cambios efectuados en las variables; se deduce, que tomando éstas un valor *constante*, aquéllas no pueden ya *variar*; esta condición generalmente se verificará cuando las variables adquieran ó reciban valores absolutos más allá de los cuales no hay otros; pero se sabe que los únicos números absolutos más allá de los cuales no hay otros, son *cero* y el *infinito*; luego, hacia éstos únicamente pueden tender las variables, para que las funciones llegen ó alcancen á tener un límite, ó adquieran un valor *invariable*: éste puede ser cualquiera, luego

*Límite de una función es el valor que recibirá cuando la variable tienda á cero ó se acerque al infinito.*

Así, por ejemplo, la función



para los valores de la variable

$$x = \begin{cases} 0 \\ \infty \end{cases}$$

tiene por límites

$$y = \begin{cases} \infty \\ 0 \end{cases}$$

Como, por medio de las funciones, las Matemáticas se proponen adquirir una idea ó, tal vez, representar lo que se verifica en el mundo físico; y como en éste *Natura non facit saltus*, según el aforismo de las antiguas escuelas, claro es que las variables sucesivamente, y por grados, se han de acercar á *cero* ó al *infinito*; de aquí es que, por lo regular, las funciones se acercarán también, por grados y sucesivamente, al valor límite; y decimos *por lo regular*, porque alguna vez acontece que el tránsito se verifica bruscamente, y es el caso de *discontinuidad*, llamado también *solución de continuidad*<sup>1</sup> de las *funciones*.

1 Aunque esta forma ó expresión está censurada por los buenos hablistas, la ciencia la ha consagrado.

Esto supuesto, si una función se acerca sucesivamente á su límite, es claro que en cada momento, cerca de él, la diferencia entre el valor de la función y el del límite se hará menor, ó será cada vez menor; y de este modo, pasando siempre la función á su límite, carácter que constituye la *continuidad de una función*, dicha diferencia terminará por *ser menor que toda cantidad absoluta, determinada ó asignable*. El valor límite, y útil en una función, no se crea, empero, que es el infinito, frecuentemente es un número determinado y constante; y, tanto en este sentido, cuanto por lo que acabamos de expresar, puede también decirse:

Límite de una función *es el valor constante al cual se aproxima indefinidamente, sin llegar nunca á igualarlo*.

Esta aproximación indefinida de las funciones á su límite origina *los elementos* de que ya hemos tratado (n<sup>o</sup> 4); y da razón de ser á las *infinitésimas*, ó *los infinitamente pequeños* de Leibnitz, bases del Cálculo superior.

**9. Objeto de las Matemáticas sublimes.**—Supuesto que estas ciencias, por medio de las funciones, se proponen estudiar las cantidades con el fin de obtener nuevas leyes y verdades que no pueden ser descubiertas por las *ciencias elementales*, claro es que la Teoría de las funciones debe inquirir todas las propiedades de las funciones antes del límite, las que resultan con relación á él y las comparaciones ó relaciones nuevas, que en este sentido se originan. Luego, la Teoría de las funciones debe tratar: 1<sup>o</sup>, *del límite y de las propiedades de las funciones con relación á él*; 2<sup>o</sup>, *del desarrollo de las funciones*; y 3<sup>o</sup>, *de las razones ó relaciones que se pueden formar entre los incrementos ó cambios de valores de las funciones, originados por los cambios de las variables, y los incrementos ó cambios de estas variables*.

**10. Clasificación de las Matemáticas superiores.**—Las secciones 1<sup>a</sup> y 2<sup>a</sup> del n<sup>o</sup> precedente forman la parte que se conoce, entre los modernos, con el nombre de Análisis algébrica; la sección 3<sup>a</sup> constituye el Cálculo sublime ó Infinitesimal, que se subdivide en Cálculo diferencial y Cálculo integral, denominaciones que se explicarán en los lugares respectivos, conocidas que sean las cuestiones que estudia la *Análisis algébrica*.

**11. Ciencias que se fundan en la Teoría de las Funciones.**—Los principios de esta Teoría se aplican, aún en el campo de las *matemáticas puras*: I. A inquirir ciertas cuestiones especiales en las *ciencias de la cantidad*; y son: 1º, *la resolución y teoría de las ecuaciones, ó Algebra superior*; 2º, *estudios acerca de la constitución íntima de los números y exposición de sus propiedades permanentes, en todos los sistemas posibles de numeración, ó Teoría de los números, llamada también, por Poincot, Aritmética Trascendental*. II. A investigar ciertas especiales cuestiones en las *ciencias de la extensión*; y, según que predomine, como medio, la parte *gráfica* ó la *analítica*, resultan los tres ramos conocidos con los nombres de *Geometría descriptiva, Geometría analítica y Geometría moderna ó superior*.

Es evidente, conforme á lo apuntado en el final del nº 4, que estos tres ramos de la *ciencia geométrica*, lejos de ser secciones de las *Matemáticas elementales*, lo son de *las sublimes*; luego es forzoso concluir, que estas ciencias no limitan sus investigaciones sólo á las *cantidades numéricas*, si se excluyen de este concepto las ciencias de la extensión, en cuanto comprenden relaciones cuantitativas, según lo indicado en los nºs 2 y 3. Por tanto, si la definición del Dr. Herr es verdadera, tiene de aceptarse lo que acerca de ella hemos dicho en el nº 4 citado.

---

## PARTE I

### ANÁLISIS ALGEBRICA

---

#### IDEA DE LA ANÁLISIS ALGEBRICA

**12. Significación.**—La voz análisis—del griego ἀνάλυσις, derivado de ἀναλύω, *désatar*—significa distinción y separación de un todo para conocer sus principios ó elementos. Según la noción que hemos dado acerca de las Matemáticas sublimes (Introd. n.º 4), se comprende que esto es lo que ellas se proponen hacer con la cantidad; por tanto, el primer paso que las ciencias matemáticas deben dar con el fin mencionado, si ha de tener algún nombre, ninguno es más propio que el de Análisis; y como tal estudio se verifica por medio de las reglas del álgebra, de aquí que la introducción de las *Matemáticas superiores*, ó sea *Teoría de las Funciones*, en el estudio de la cantidad, considerando los elementos, se haya llamado, con propiedad y rigorismo, Análisis algébrica, nombre que, por primera vez, fué usado por Cauchy.

En la acepción más general, la *análisis algébrica* considera y estudia las relaciones que existen entre las cantidades conocidas y las incógnitas, expresándolas por medio de ecuaciones; mas, si la parte de la *Teoría de las Funciones* de que ahora tratamos, hace lo mismo, no estudia ó investiga dichas relaciones de un modo cualquiera, sino que penetra en la íntima esencia de la cantidad, en los elemetos que la constituyen; y prepara de este mo-

do, el extenso camino que las Matemáticas superiores han de recorrer para llegar al término que se proponen.

La *Análisis algébrica* prepara, pues, el espíritu para el estudio de elevadas cuestiones analíticas, y añade nociones filosóficas, en mucho superiores á las especulaciones del álgebra elemental. Se infiere, por tanto, que esta ciencia es una verdadera parte ó rama de la *análisis general ó superior*, si los conocimientos científicos, para ser accesibles á la inteligencia humana, han de formarse de divisiones metódicas.

**13. Definición de la Análisis Algébrica.**—Todo lo dicho hasta aquí y lo expuesto en los n<sup>os</sup> 8 y 9, acerca de los valores constantes que reciben las funciones, facilitan la inteligencia de la definición que vamos á dar: examinar las propiedades de las funciones por los cambios que verifican en las cantidades los elementos que las componen, es el objeto de la *Análisis algébrica*. De esta manera afirmamos, que

*La Análisis Algébrica es la parte de la Teoría de las Funciones, ó Matemáticas sublimes, que se propone estudiar los cambios de las funciones originados por las variables, antes de que éstas y aquéllas adquieran valores determinados.*

**Observación.**—Estudiar las funciones en los límites y descubrir las nuevas relaciones que se originan entonces, es el objeto de la otra parte de la *Teoría de las Funciones* llamada, en plural, *Cálculos Infinitesimales*.

La Análisis algébrica comprende, pues, el estudio de las cuestiones indicadas en los casos 1<sup>o</sup> y 2<sup>o</sup> del n<sup>o</sup> 9; y, por razón del método, dividimos el tratado en dos Libros: en el I se expondrá lo relativo al caso 1<sup>o</sup>, esto es, se tratará *del límite y propiedades de las funciones con relación á él*; en el II se investigará sobre *el desarrollo de las funciones*, que no es otra cosa que la *teoría de las series*.

# FISICA APLICADA A LA MEDICINA, CIRUGIA, HIGIENE Y FARMACIA

POR

JOSE MARIA TROYA. — Profesor en la Universidad

(Continuación. — V. el nº 65, pág. 394)

369. Reflexión del calorífico.— Cuando una porción de rayos caloríficos llegan á un cuerpo, parte de ellos le penetran y otra parte son rechazados, esto es, *se reflejan* en la superficie del mismo. La prueba experimental de este hecho se demuestra por medio de los espejos parabólicos. En efecto, si en el foco de un espejo parabólico colocamos una cestilla de alambre con carbón encendido, y á la distancia de cuatro ó cinco metros, otro espejo de igual clase, en cuyo foco se halle un cuerpo facilmente combustible, como yesca, ó fósforo; le veremos arder después de algunos momentos si los espejos han estado colocados frente á frente, según sus ejes, lo cual no sucede si el cuerpo inflamable se halla fuera del foco aun cuando los espejos estén más cercanos. Con esta clase de espejos, que se los denomina *ustorios* ó *ardientes*, se dice que Arquímedes quemó la flota romana de Marcelo en el sitio de Siracusa más de 200 años antes de J. C. Bufón hizo también construir á mediados del siglo pasado un espejo ustorio con el que quemó madera á más de 200 pies de distancia y fundió varios metales á 45 pies. Un espejo de latón de un metro de diámetro, puede fundir en su foco el cobre, plata, sílice y otros cuerpos, etc.

370. Condiciones para la reflexión.— Los experimentos sobre la reflexión han hecho ver que no todos los cuerpos

reflejan lo mismo el calor, y que en un mismo cuerpo hay varias circunstancias que aumentan ó disminuyen la cantidad reflejada. En condiciones iguales los metales son los que más reflejan. El color influye también, pudiendo tomar como límite el blanco, que es el que más refleja, y el negro el que menos. En los cuerpos que dejan pasar la luz, como el cristal, se aumenta la reflexión con el ángulo de incidencia; el cristal que refleja 5 con ángulo incidente de  $20^\circ$ , refleja 55 con uno de  $30^\circ$ . He aquí según Leslie la tabla que demuestra la cantidad que reflejan algunos cuerpos.

Latón.....	100	Tinta de china.....	13
Plata.....	90	Estaño mojado con mercurio.....	10
Estaño.....	80	Vidrio.....	10
Acero.....	70	Vidrio engrasado.....	5
Plomo.....	60	Negro de humo.....	6

371. Reflexión Irregular.—El calórico no se refleja todo de una manera regular, ó según las leyes que hemos visto, sino que una porción se refleja perdiéndose en diferentes direcciones, y á ésta se ha llamado *reflexión irregular* ó calórico *difuso*. Melloni ha visto que la difusión se verifica en superficies mates, en escabrosas, y también en las blancas, variando además con la naturaleza del foco calorífico, pues en los metales es mayor la difusión, cuando el calor es *oscuro* ó de un foco que no da luz, que cuando el calor es *luminoso* ó de un foco que produce luz.

372. Poder absorbente y emisor.—Los cuerpos reflejan más ó menos cantidad del calórico que reciben, y el resto lo absorben; siendo evidente que cuanto menor es la cantidad de calórico reflejado, mayor será la absorbida. Leslie ha hecho experimentos para averiguar la cantidad de calórico que absorben los cuerpos poniendo en el foco de un espejo uno de los recipientes de su termómetro cubierto de diferentes cuerpos; pero después Petit y Dulong han demostrado que el poder absorbente de un cuerpo es igual al emisor; esto es, que un cuerpo absorbe el mismo calórico en un tiempo y para una diferencia de temperatura, que emite ó abandona en el mismo tiempo y para la misma diferencia de temperatura; de modo que conocida la cantidad de calórico que emite un cuerpo, se tiene lo que

absorbe. Sin embargo Kirchoff ha visto que para admitir como cierta esta ley se ha de tomar á temperaturas iguales, y el calor ha de ser de la misma naturaleza, oscuro ó luminoso.

373. Trasmisión del calórico á través de los cuerpos.—Algunos cuerpos tienen la propiedad de dar paso á los rayos caloríficos en mayor ó menor cantidad, sin calentarse, existiendo otros que no dejan pasar, ó que sólo dejan paso á una porción muy pequeña: Melloni ha dado el nombre de cuerpos *diatermanos* á los primeros y *atermanos* á los segundos. Para estudiar estos fenómenos se ha valido el mismo físico del aparato que lleva su nombre, y que consta de una pila termo-eléctrica, un galvanómetro sensible, una lámpara ó un foco de calor cualquiera, varias pantallas, y por último, un recipiente para la materia que se trata de examinar. Este ingenioso aparato, y las piezas que hemos indicado, descansan todas sobre una regla graduada que da las diferentes distancias del cuerpo al foco calorífico. Con este aparato ha encontrado Melloni que todos los cuerpos no dejan pasar los rayos caloríficos igualmente: entre los sólidos, los metales son enteramente atermenos. Entre las demás sustancias que se han experimentado, resulta que la sal gema es la más diatermana, pues de  $100^{\circ}$  de calor que recibe deja pasar los  $92^{\circ}$ ; mientras que el sulfato de cobre no deja pasar un solo rayo, siendo por tanto enteramente atermeno.

374. Aplicaciones.—Varias son las que se han hecho de la propiedad que acabamos de estudiar en los cuerpos, según son diatermanos ó atermenos; así si se trata de aprovechar el calor de los rayos solares, por ejemplo, se debe interceptarlos con láminas de vidrio que tienen la propiedad de dejar pasar el calor luminoso directo; pero no el reflejado, porque esta sustancia no deja atravesar los rayos caloríficos oscuros. De esta propiedad se aprovecha en los invernáculos para dar más temperatura á las plantas.

375. Conductibilidad de los cuerpos para el calórico.—Si un cuerpo recibe calórico, le deja pasar con más ó menos facilidad por el interior de su masa: calentemos una barra de metal por uno de sus extremos, y pronto tendrá en el otro una temperatura bastante elevada para no poderla tener en la mano, pero calentemos una barra igual de ma-



dera, y no experimentaremos sensación de calor en el otro extremo, aunque esté ardiendo completamente en el calentado. Puede hacerse un experimento que servirá, al mismo tiempo que para comprobar lo que dejamos dicho, para comparar la diferente conductibilidad de los cuerpos; aunque no de una manera exacta: para éllo se emplea el aparato llamado caja de Ingenhousz; se compone de una caja metálica rectangular que lleva en una de sus paredes diferentes barras de varios cuerpos que penetran en el interior de élla: estas barras se cubren de una capa de cera, y se echa agua caliente en el interior á temperatura mayor que  $69^{\circ}$ , punto de fusión de la cera. El cuerpo mejor conductor deja pasar el calórico á más distancia, y la cera se funde en una porción mayor de la barra.

Los cuerpos que dejan pasar bien el calórico se llaman *buenos conductores*, y los que no le dejan pasar, se llaman *malos conductores del calórico*: la transmisión en este caso se supone producida por la transmisión del movimiento de una molécula sobre otra en el interior del cuerpo. Muchos experimentos prueban que los metales son buenos conductores, los cuerpos orgánicos son malos, y la madera deja pasar algo más en sentido de sus fibras, que al través de éllas; siendo las compactas mejores conductores que las flojas: la lana, algodón, paja, serrín, plumas, ceniza, y en general todas las sustancias pulverulentas conducen mal el calor.

376. Conductibilidad de los líquidos.—Los líquidos son muy malos conductores del calórico, y para probarlo basta poner en el interior de un recipiente que contenga líquido, un termómetro de brazos desiguales. Si ponemos encima un foco de calor, por ejemplo un vaso metálico con agua caliente, observaremos que el líquido no se calienta apenas á una pequeña distancia de su superficie, y el termómetro hará mucha variación, porque la esfera que se encuentra cerca del vaso se calentará, y á la de abajo no la llegará el calor. El mercurio es buen conductor, sin duda por ser metal.

377. Conductibilidad de los gases.—La conductibilidad de los gases no es fácil de observar, pues se dejan penetrar por los rayos caloríficos sin calentarse, y además, la excesiva movilidad de sus moléculas hace que las más calien-

tes varíen de lugar, reemplazándose con otras más frías; sin embargo, si se dificultan los movimientos del gas, se ve su mala conductibilidad; así, los cuerpos que retienen el aire en sus poros, ó entre sus filamentos ó diferentes partículas, son malos conductores. Magnus ha estudiado la conductibilidad de los gases y ha encontrado que el hidrógeno es el mejor conductor; que lo es más cuando está más condensado, y que el calor se propaga en él, mejor que en un espacio vacío. Todos los demás gases producen efectos contrarios. Muchos químicos suponen hoy día que el hidrógeno es un metal en estado de gas, y su conductibilidad para el calórico, puede ser una prueba de este supuesto. En el día ya no hay duda acerca de esto.

378. Aplicaciones de la conductibilidad.—La diferente conductibilidad de los cuerpos da lugar á muchas aplicaciones. Cuando se trata de conservar un cuerpo caliente, el mayor tiempo posible, le rodeamos de cuerpos malos conductores, como ceniza, serrín, vidrio machacado ú otros semejantes; lo mismo haremos si hay que conservar el cuerpo á temperatura menor que la de la atmósfera; por ejemplo, el hielo se conserva muy bien en pozos de tierra guarnecidos de ladrillo, tabla, paja y otros cuerpos semejantes. Los mangos ó agarradores de los objetos metálicos que se han de calentar, se hacen siempre de malos conductores; por ejemplo las cafeteras, ollas de hierro y otros utensilios análogos, tienen siempre mangos de madera ó cristal, de lo contrario no podrían agarrarse; y por la misma razón varios aparatos que describiremos, y otros descritos ya, tienen los agarradores de madera. Las alfombras, esteras y tapices con que se cubren nuestras habitaciones en invierno retienen el calor, lo mismo que los pavimentos de madera; las mantas, colchas, y almohadones de pluma ó lana, y las telas y trajes también de lana, producen el efecto de retener el calor de nuestro cuerpo.—La mala conductibilidad de los líquidos se debe tener en cuenta, sobre todo cuando se trata de calentarlos; ya hemos visto el poco efecto que produciría un hogar colocado sobre un líquido, pero si le ponemos debajo produce un resultado enteramente distinto, porque la capa del líquido inmediato al hogar, calentada se dilata y hace más ligera, subiendo á la superficie y reemplazándose por otra capa que á su vez se calienta y sube,

de modo que hay un continuo movimiento de líquido que asciende por el centro que es la parte más caliente en general, y otra porción que desciende inmediata á las paredes, pues si éstas se encuentran al aire, será la parte más fría; sin embargo, puede también producirse el descenso por el centro y el ascenso por las paredes, si éstas se encuentran calentadas también: se hace visible el movimiento del líquido, mezclándolo con un cuerpo en polvo, que tenga una densidad poco diferente de la suya, y calentando la mezcla en un vaso de cristal. Es de la mayor importancia en la industria tener presente lo que acabamos de decir, para colocar siempre los hogares debajo de los líquidos que se hayan de calentar, pues de lo contrario se sacaría muy poco partido del combustible empleado. Un cuerpo caliente se enfría pronto colocado dentro de un líquido, y sobre todo si es dentro del agua, y ésto consiste en lo que diremos después de tratar de la capacidad calorífica de los líquidos, y en la renovación de capas frías en contacto del cuerpo caliente; así, para conservar su calor á un cuerpo, no debemos ponerle en un líquido, atendiendo á la mala conductibilidad de éste.—Los gases también toman calor por el contacto con los cuerpos calientes, y se renuevan las capas con más rapidez que en los líquidos por la mayor movilidad de sus moléculas; así, para enfriar un cuerpo, le pondremos al aire libre, y para que no se enfríe, en aire que no pueda renovarse. En los países fríos se usan dobles vidrieras que retienen una capa de aire el cual forma una masa de cuerpo mal conductor, y no impide la entrada á los rayos solares. La conductibilidad es causa también de que algunos cuerpos nos parezcan más fríos que otros, á pesar de tener igual temperatura, si nos ponemos en contacto con ellos; si tocamos con la mano un cuerpo buen conductor nos quita más calórico que si fuera malo, y por esta causa, la sensación que experimentamos es también muy poco exacta para juzgar de su temperatura.

## CAPÍTULO III

CALÓRICO ESPECÍFICO: CALÓRICO LATENTE: CAMBIOS  
DE ESTADO DE LOS CUERPOS

379. *Calórico específico.*—Todos los cuerpos, en igualdad de peso, cuando pasan de una temperatura á otra superior, no absorben la misma cantidad de calórico; es decir, que la cantidad de éste, que hace subir á un cuerpo desde la temperatura de  $20^{\circ}$  á  $30^{\circ}$ ; hará subir á otro desde  $20^{\circ}$  á más ó menos de  $30^{\circ}$ ; para probar que esto es cierto, se hace el experimento siguiente. Mezclamos 1 kilogramo de mercurio á  $100^{\circ}$  con otro también de mercurio á  $0^{\circ}$ ; como es natural, resultarán 2 kilogramos á  $50^{\circ}$ ; pero hagamos la mezcla del kilogramo de mercurio á  $100^{\circ}$  con otro de agua á 0, y encontraremos 2 kilogramos de líquido á  $3^{\circ}$ . Es evidente según esto, que el calórico perdido por el mercurio, que es el necesario para elevar su temperatura desde  $3^{\circ}$  que le quedan, hasta  $100$  que tenía, es decir,  $97^{\circ}$  es el que necesita un peso igual de agua para subir solamente  $3^{\circ}$ ; de modo que el agua necesita  $97 : 3 = 32 \frac{1}{3}$  veces más calórico que el mercurio para que su temperatura suba los mismos grados que éste. Tyndall ha dispuesto otro experimento: se hace un disco de cera de 12 milímetros de grueso que se coloca sobre un soporte: además se calientan esferas de diferentes cuerpos, pero de igual peso, á  $180^{\circ}$  en un baño de aceite, y se colocan encima del disco: una de hierro, funde la cera en seguida y la atraviesa; el cobre tarda más; el estaño no llega á pasar y el plomo y bismuto apenas funden el disco hasta la mitad de su grueso. Se llama *calórico específico*, á la cantidad de calórico diferente que necesitan los cuerpos en peso igual para aumentar de  $0$  á  $1^{\circ}$  su temperatura.

380. *Capacidad calorífica.*—Se llama *capacidad calorífica* de un cuerpo á la mayor ó menor cantidad de calórico específico que le corresponde.

381. *Unidad para el calórico específico.*—Para medir el calórico específico de los cuerpos se toma por unidad el *de un peso igual de agua*.

382. *Variación de capacidad calorífica.*—Según los experimentos hechos, ha resultado que el calórico específico de

los cuerpos no es el mismo á todas las temperaturas, sino que crece con ellas: es decir que una cantidad de calórico que eleva un cuerpo de 100 á 150°, no elevaría el mismo cuerpo de 200 á 250, sino á menos de este número. Como ejemplo pondremos los números obtenidos por Petit y Dulong para la capacidad media del hierro, empleando siempre el mismo método.

De 0 á 100°.....	0,1098	De 0 á 200.....	0,1150
De 0 á 300.....	0,1210	De 0 á 400.....	0,1255

En general todo lo que tiende á dar densidad á los cuerpos disminuye su capacidad calorífica; por esto es mayor cerca de la temperatura á que cambian de estado por más calor. En los líquidos el aumento de capacidad calorífica con la temperatura, es mayor que en los sólidos; la del agua aumenta menos que la de los demás líquidos, el aumento es muy pequeño. En el estado líquido, la capacidad de los cuerpos es mayor, que en el de los sólidos ó gaseosos.

**383. Cambio de estado de los cuerpos de sólido á líquido.**—Hemos dicho, que el calórico dilata los cuerpos sólidos hasta que llegan á una temperatura en que cambian de estado, pasando á líquidos. Esto se verifica en todos los cuerpos, excepto en aquellos que se descomponen antes de fundirse, como sucede á la madera, lana y muchas otras sustancias orgánicas y algunas sales. La temperatura de fusión de los cuerpos es muy diferente, pues hay algunos, como el agua y el mercurio, que son líquidos á la temperatura ordinaria, otros que lo son á más elevadas temperaturas, y algunos otros que no han podido obtenerse líquidos, por ejemplo el carbón, que dice Despretz haber logrado sólo ablandar á la temperatura más alta, que ha podido obtener. Según experimentos recientes, la temperatura de fusión aumenta con la presión, excepto en el hielo que disminuye. Cuando un cuerpo necesita muy elevada temperatura para fundir, puede hacerlo á más baja mezclándole con otros, que en este caso toman el nombre de *fundentes*; así se practica en varias fabricaciones. La tabla siguiente nos da la temperatura á que funden los cuerpos más importantes.

Acido carbónico.....	—58	Sodio.....	90
Mercurio.....	—39	Aleación: 1 plomo, 1 es-	
Hielo.....	0	taño, 4 bismuto.....	94
Sebo.....	33	Aleación: 2 plomo, 3 es-	
Fósforo.....	44	taño, 9 bismuto.....	100
Potasio.....	58	Azufre.....	111
Estearina.....	60	Estaño.....	228
Cera.....	69	Bismuto.....	264
Talio.....	290	Plata con 1,20 de oro....	1048
Plomo.....	334	Hierro, fundiciones 1050 á	1200
Antimonio.....	430	Oro.....	1200
Zinc.....	500	Cobalto.....	1400
Cobre.....	780	Acero.....	1400
Bronce.....	900	Hierro.....	1600
Plata pura.....	999	Platino.....	2000

384. Calórico latente.—Cuando un cuerpo llega á la temperatura en que cambia el estado, se liquida tomando una gran cantidad de calórico; pero ni el cuerpo sólido ni el líquido, que de él resultan, aumentan su temperatura sea cualquiera la intensidad del foco calorífico, mientras la fusión no sea completa; es decir, que *un cuerpo sólido para ser líquido de la misma temperatura*, necesita una cantidad de calórico mayor, y á esta cantidad se llama *calórico latente*. El termómetro no le indica; pues tanto al liquidarse el hielo como al solidificarse el agua marcan  $0^{\circ}$  de temperatura; pero es fácil convencerse de que el agua contiene mayor cantidad de calórico. Mezclando 1 kilogramo de agua á  $79^{\circ}$  y otro á  $0^{\circ}$ , tendremos 2 á  $39\frac{1}{2}$ , que es la temperatura media; pero si el kilogramo de agua á  $79^{\circ}$  se mezcla con 1 de hielo á  $0^{\circ}$  tendremos 2 kilogramos de agua á la temperatura también de  $0^{\circ}$ ; de donde resulta que 1 kilogramo de hielo para ser líquido quedando á  $0^{\circ}$ , tiene que absorber una cantidad de calórico igual á la que necesita 1 kilogramo de agua para elevar su temperatura á  $79^{\circ}$ , ó sean 79 unidades de calor.

385. Aplicaciones.—De lo dicho podemos deducir que si es necesario absorber calor de un cuerpo, no será lo mismo ponerle en contacto de agua á  $0^{\circ}$  ó de hielo, pues éste tomará calórico que hará latente para convertirse en agua á  $0^{\circ}$ , y entonces el agua tomará el que necesite para elevar su temperatura y equilibrarla con la del cuerpo: en Medicina puede tener aplicación lo que acabamos de indicar.

386. Cambio de sólido á líquido por disolución.—Los cuerpos pasan también á líquidos disolviéndose en otros líquidos, por la afinidad entre las moléculas de uno á otro cuerpo; en este caso el que se liquida toma todo el calórico que necesita hacer latente, y por tanto la mezcla se enfría. Este frío es sensible si no hay más que disolución; pero si el cuerpo que se liquida se combina con el líquido, hay como en toda combinación química, desprendimiento de calor, de modo que la temperatura en unos casos sube más que baja, en otros será lo contrario, y aun podrá suceder en algunos que suba tanto como baja. En ésto se funda el que algunas mezclas produzcan muy bajas temperaturas, de lo cual se saca partido, como veremos más adelante.

387. Cambio de líquidos á sólidos.—Cuando se enfría un cuerpo líquido disminuye de volumen hasta una temperatura en que cambia de estado pasando á sólido, y en este caso desprende una cantidad de calórico que es la misma que tomaría el cuerpo sólido para pasar á líquido. Hay algunos que no se han solidificado á las temperaturas más bajas á que se les ha podido someter, como el eter y el alcohol. Un cuerpo que se solidifica lentamente y en reposo, resulta en forma de prismas, cubos ú otras figuras geométricas más ó menos regulares, que toman el nombre de *crisales*; habiendo algunos que no toman tales formas regulares, por lo que se los llama *amorfos*, como la goma albúmina, gelatina, etc. La temperatura de solidificación de un líquido se supone la misma que la de fusión del sólido; pero Despretz según sus observaciones, afirma que nunca se solidifica el líquido á la misma temperatura que se liquida el sólido.

388. Particularidades del agua.—El agua presenta fenómenos particulares: si se tiene en un estado completo de reposo, se solidifica á una temperatura más baja que  $0^{\circ}$ ; si tiene en disolución otros cuerpos también resiste á la congelación, por ejemplo, el agua del mar no es sólida hasta  $-2^{\circ}, 5$ ; privada de aire y en reposo, ó con una pequeña capa de aceite, puede llegar hasta  $-12^{\circ}$  líquida, y Despretz asegura haber tenido el agua líquida á  $-20^{\circ}$  en tubos capilares de termómetro. Boussingault ha llenado completamente de agua un tubo de acero, cerrándole después con una tapa ó rosea y poniéndole una bala en el in-

terior: á  $-24^{\circ}$ , temperatura del 27 de diciembre de 1870, en París, á las ocho de la mañana, la bala se movía; lo que prueba que el agua estaba líquida: á una temperatura de  $-10^{\circ}$  se abrió el tubo y al instante se congeló el agua. En grandes masas se solidifica con dificultad, pues la que pasa á sólida, transmite su calórico latente al resto de la masa, haciéndola aumentar de temperatura. El agua cuando se enfría aumenta su densidad como todos los cuerpos, pero sólo hasta  $4^{\circ}$ , y desde esta temperatura empieza á disminuir hasta la congelación; de modo que á la temperatura de  $4^{\circ}$  es su mayor densidad, y por eso se toma para unidad en los pesos específicos con esta circunstancia. Se ha determinado el máximo de densidad del agua por varios métodos, y también se han encontrado resultados diferentes; pero Despretz ha dado la temperatura de  $4^{\circ}$ , y ésta es la que se toma en el día, porque ofrece más garantías de exactitud. El agua ofrece también la particularidad de producir un sólido de menos densidad que la suya, por lo cual el hielo formado flota siempre en ella. Varios físicos han determinado la densidad del hielo, siendo el mayor 0,950 encontrado por Dumas y el menor 0,905 por Heinrich: aceptaremos en término medio 0,918.

389. Cambio de estado de líquido á gas.—Si un cuerpo líquido se calienta, aumenta de volumen hasta cierta temperatura, diferente para cada líquido, á la que pasa al estado gaseoso convirtiéndose en *vapor*. Hay cuerpos sólidos que dan vapores sin que se advierta que pasan á líquidos, como el alcanfor y otros, y aún el hielo. Se llama *vaporización* la formación rápida de vapores en toda la masa de un líquido por el efecto de un foco calorífico, por ejemplo, la formación del vapor en una caldera para una máquina ó para calentar. Cuando la vaporización se hace con el objeto de separar dos cuerpos que pasan al estado de vapor á diferentes temperaturas, ó que uno sólo es volátil, se llama *destilación*; tal es la separación del agua y alcohol. Se entiende por *evaporación* la formación lenta de vapores en la superficie del líquido, y generalmente á temperaturas poco elevadas: si la evaporación tiene por objeto quitar á un sólido el líquido que le moja, toma el nombre de *desecación*. En todos los casos hay calórico absorbido por el cuerpo que pasa á vapor sin aumentar la temperatura; es decir, que el cuerpo en el cam-



bio de estado, hace latente una cantidad de calórico que se llama también calórico de *elasticidad* ó de vaporización.

390. *Equivalente mecánico del calor.*—Hemos visto que los cuerpos se dilatan produciendo una fuerza, y que los vapores tienen una tensión que aumenta con la temperatura, lo cual prueba que la teoría dinámica del calor es racional. Además, la fuerza produce también calor, como se ve en el choque, frotamiento, y en otros casos en que hay un trabajo. En vista de esto, varios físicos se han ocupado de la cuestión, haciendo ver, no sólo que el calor produce fuerza, sino que una cantidad de calor puede convertirse en una determinada de fuerza, y han llamado *equivalente mecánico del calor* al trabajo que se puede producir con una caloría. Diferentes medios se han empleado para resolver este problema sin olvidar el cálculo, y se han fijado en 425 kilográmetros; es decir, que el calor que eleva 1 kilogramo de agua de 0 á 1°, puede producir la fuerza necesaria para elevar 425 kilogramos á 1 metro de altura en 1 segundo de tiempo, y recíprocamente una fuerza de 425 kilográmetros podrá producir una caloría. En todos los casos la fuerza resultante hace desaparecer su equivalente de calor, y así por ejemplo, el vapor que ha producido un trabajo no dará después todo el calor que tenía antes de producirle, sino que dará tanto menos cuanto mayor sea la cantidad de este trabajo que ha resultado.

391. *Vaporización.*—Si un líquido se calienta, pierde el aire que tiene en disolución, y de aquí resultan unas pequeñas burbujas que se ven atravesar el líquido: después aumentando la temperatura, se forma vapor en la parte más próxima al foco calorífico; pero este vapor, que como más ligero se eleva atravesando la masa líquida, la encuentra más fría y se condensa dejándola su calórico. Cuando toda la masa líquida está á la temperatura del vapor, ya no le condensa al atravesarla, y se desprende produciendo un movimiento en el líquido, en cuyo caso se dice que se encuentra este en *ebullición* ó que *hierve*. Resulta de ésto que el vapor que un líquido produce, tiene la misma temperatura del líquido al producirle. En la temperatura de ebullición de los líquidos influye la presión, los cuerpos en disolución y la naturaleza de los vasos.

392. *Influencia de la presión.*—Es fácil reconocer la influencia de la presión en la temperatura de ebullición de

un líquido. Desde luego puede deducirse que la tensión del vapor de todos los líquidos es igual á la presión de la atmósfera en la temperatura de ebullición, porque es evidente que el vapor se forma cuando su tensión puede vencer la presión atmosférica; luego si esta presión aumenta ó disminuye, tendrá el vapor la tensión conveniente para vencerlo á más ó menos temperatura. Varios experimentos pueden probarnos también esta verdad. Coloquemos en un balón de cristal, agua á una temperatura de 70 á 80° que no le llene completamente; tapado bien, pongámosle invertido y echemos agua fría por la parte exterior, esta agua enfría el balón y condensa una parte del vapor que hay sobre el líquido, al mismo tiempo que hace disminuir el volumen de aire interior por enfriarle; de modo que disminuye la presión y el líquido entra en ebullición á la temperatura que tenía. El mismo fenómeno tendrá lugar si colocamos agua á la temperatura de 35 á 40° bajo de una campana en la máquina neumática; en cuanto al aire queda con una presión igual á la tensión que corresponde al vapor con la temperatura que tiene el agua, empezará la ebullición. Hay un aparato debido á Franklín, que consiste en un tubo terminado por dos esferillas, todo de cristal: abierta una de ellas se hace entrar alcohol ó agua hasta que llene la mitad del aparato, y después haciendo hervir, cuando todo el interior está lleno de vapor, se cierra á la lámpara el recipiente abierto: tomando en la mano uno de los recipientes, el vapor que llena se dilata con el calor de ella, y el líquido pasa al otro recipiente donde se le vé hervir con sólo ese calor, pues no hay en el interior más presión que la producida por el vapor del líquido.—Si la presión aumenta, sube la temperatura de ebullición; por ejemplo, si en un tubo de termómetro cerrado se ha introducido alcohol, podrá calentarse á 100° sin que hierva, pues el vapor formado, producirá una presión que aumentará la temperatura de ebullición: por este método puede obtenerse una elevada temperatura en los líquidos; poniendo en un vaso de paredes resistentes un líquido cualquiera y cerrándolo perfectamente, el vapor que se forma hará presión sobre el mismo líquido y no hervirá puesto que la presión de su vapor irá aumentando con la temperatura. Sin embargo, hay un límite en la temperatura y presión, y llegando á él, todo el líquido se convierte en vapor,

siendo este límite diferente para cada cuerpo. Se deduce fácilmente de lo que llevamos dicho, que la temperatura de un líquido en ebullición no será uniforme en toda su masa, pues en el fondo, como soporta la presión del líquido que tiene encima, se formará el vapor á una temperatura más elevada que en la superficie.

393. Marmita de Papín.—Para producir elevadas temperaturas en los líquidos, hay un aparato conocido con el nombre de *marmita de Papín*, que consiste en un vaso de forma cualquiera metálico y de paredes resistentes, tapado con un disco; dos piezas salientes sostienen el arco de hierro que está sugeto á ellas con clavijas también de hierro; un tornillo entra en este arco y hace presión sobre el disco, impidiéndole separarse; además el disco lleva un reborde saliente al rededor, que entra en una caja practicada en el borde del vaso, y de este modo cierra completamente, pudiendo poner para más seguridad un anillo de piel ó de estopa. Debe acompañar al aparato, una válvula de seguridad, para evitar explosiones: más adelante nos ocuparemos de estas válvulas.—El agua hierve á una temperatura menor que  $100^{\circ}$  en todos los puntos del globo más elevados que el nivel del mar, porque la presión será menor que 0,76, llegando en algunas altas montañas habitadas, á ser bastante baja la temperatura de ebullición, para que no se cuezan las legumbres y carnes hasta el punto de poderse comer; haciendo uso en este caso de la marmita de Papín, se tiene una cocción perfecta. Aun puede usarse lo mismo para ciertas carnes duras que no se cuecen bien á la temperatura de  $100^{\circ}$ , y de aquí proviene también la costumbre de tapar las ollas donde se cuece una sustancia dura, con papeles ó paños húmedos, que con las tapaderas puestas encima, si son algo pesadas, dificultan la salida del vapor y el líquido hierve á una temperatura algo superior á la que le corresponde, por lo que se produce mejor cocción.

394. Hipómetro: medidor de alturas.—Puesto que la temperatura de ebullición de un líquido disminuye elevándose en la atmósfera, podremos determinar la diferencia de nivel entre dos puntos si observamos cual es la temperatura á que hierve un líquido en ellos. Forbes y Regnault se han ocupado de esta cuestión, dando el nombre

de *hipsómetro* al aparato dispuesto para medir facilmente las alturas.

Observando en diferentes puntos la temperatura de ebullición se han encontrado los números siguientes:

Nombres de las localidades.	Altura sobre el Océano.	Altura media barométrica.	Temperatura de ebullición.
Nivel del mar Océano.....	0	0 <sup>m</sup> . 76	100°
París.....	65 <sup>m</sup> .	0, 754	99, 7
Viena.....	133	0, 747	99, 5
Moscou.....	300	0, 732	98, 0
Madrid.....	638	0, 700	97, 8
Cima del Vesubio.....	1200	0, 672	97, 0
Hospedería de San Gotard..	2075	0, 580	92, 9
Méjico.....	2277	0, 572	92, 3
Quito.....	2850	0, 553	90, 5
Caserío de Antisana.....	4075	0, 454	86, 3
Monte blanco.....	4811	0, 403	84, 0

395. Influencia de un cuerpo en disolución.—El líquido que tiene en disolución un cuerpo menos volátil que él, hierve á una temperatura tanto más elevada cuanto más cantidad de cuerpo tiene disuelto; pero el vapor que resulta tomará la tensión correspondiente á la presión atmosférica y no tendrá la temperatura del líquido que le produce, sino la que éste tendrá al vaporizarse si estuviera puro: cuando el cuerpo está sólo en suspensión en el líquido, no aumenta la temperatura de ebullición: el agua saturada de sal común, hierve á 107°, de nitro á 116, de carbonato de potasa á 135, y de cloruro de calcio á 179.

396. Influencia del vaso.—Los líquidos no hierven á una misma temperatura en todos los vasos; el agua en uno metálico, hierve á 100°; y si es de porcelana ó cristal, puede llegar hasta 105°; siendo sin embargo 100 la temperatura del vapor; pero si se echan pedazos de metal en el vaso, la temperatura de ebullición es la misma que si todo él fuera metálico. Estos pedazos producen otro efecto, que es el de evitar los movimientos bruscos que resultan en algunos líquidos al vaporizarse; por ejemplo, el ácido sulfúrico cuando se concentra hace estos movimientos, proyectándose fuera de los vasos que le contienen, y por eso para evitarlos se ponen siempre en el fondo algunos pedazos de platino.

397. *Influencia del aire y los gases.*—Si se hace hervir el agua para quitarla todo el aire que contiene y después se la cubre con una capa de aceite, puede llegar á  $120^{\circ}$  sin entrar en ebullición; pero á esta temperatura el vapor se produce bruscamente. Dony ha hecho también hervir el agua á una temperatura muy superior á  $100^{\circ}$  preparando de otro modo el experimento: se pone en un tubo de vidrio encorvado una cantidad de agua que ocupe una parte de él, y haciéndola hervir algún tiempo, el vapor que forma expulsa el aire del tubo; en este estado se cierra á la lámpara: colocado después el aparato en un baño saturado de cloruro de calcio, se va elevando la temperatura y el agua del interior del tubo no hierve hasta  $138^{\circ}$  produciéndose la evaporación de un modo tan violento, que rompe el vidrio si no es bastante resistente. Dufour ha colocado el agua en suspensión dentro de otro líquido preparado de modo que su densidad fuera la misma que la de aquella, por ejemplo, una mezcla de aceite de linaza y esencia de clavo; el agua en suspensión dentro del líquido no hierve hasta  $120^{\circ}$ , y el ácido sulfuroso cuya temperatura de ebullición es de  $-10^{\circ}$ , en suspensión dentro del ácido sulfúrico diluido convenientemente, no hierve hasta  $+18^{\circ}$ ; pero si dispuestos así los líquidos y estando á una temperatura superior á la de ebullición, se tocan con un cuerpo sólido, la vaporización es instantánea, acaso por la acción del aire que va adherido á la superficie del cuerpo con que se toca; y parece confirmar esta opinión, el que repetido el experimento con el mismo cuerpo, va perdiendo su propiedad de hacer evaporar, sin duda porque pierde el aire que llevaba al principio. En general, cuanto menos aire ó gas tiene un líquido, más se elevará su temperatura de ebullición.

398. *Temperatura de ebullición de los líquidos.*—La tabla siguiente contiene la temperatura de ebullición de los líquidos más importantes, á la presión de  $0^m$ , 76.

Acido sulfuroso.....	$-10^{\circ}$	Aguarrás.....	150
Éter clorhídrico.....	11	Fósforo.....	290
Éter sulfúrico.....	37,3	Acido sulfúrico concen-	
		trado.....	325
Sulfuro de carbono.....	47	Aceites fijos.....	316 á 330
Alcohol.....	79	Mercurio.....	350
Agua destilada.....	100	Azúfre.....	440

Continuará.