

TEORIA DEL EMPUJE DE LAS TIERRAS

Y DE LOS MUROS DE CONTENSION Y REVESTIMIENTO.

POR JOSE KOLBERG, S. J. — Profesor en la Universidad.

(Continuación. — V. el n.º 77, pág. 566)



ÁREA HISTÓRICA

DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

Centro del empuje en el caso de sobrecarga.

Cuando en la fig. 31 se escribe h' en lugar de h , se comprenderá que el cálculo del centro de empuje en este caso es idéntico al que hemos efectuado en el § 20; luego bastará sustituir h' en vez de h en las ecuaciones (47)-(50). La ecuación (47) da así

$$a' = \frac{1}{3} H \left(1 - \frac{h'}{H}\right) \left(1 + \frac{h'}{2H}\right) \dots \text{para } h' > 0, \quad (60)$$

expresión que presenta la altura en donde el centro del empuje está colocado en el caso de tener las tierras una sobrecarga.

En otra forma es

$$6a'H = (H-h') (2H+h') = 2H^2 - Hh' - h'^2,$$

y de igual modo es para tierras sin carga

$$6aH = (H-h)(2H+h) = 2H^2 - Hh - h^2.$$

Restando uno del otro, se saca

$$6H(a'-a) = H(h-h') + (h^2 - h'^2).$$

Como $h > h'$, el segundo miembro siempre será positivo, por lo cual se sigue que $a' > a$; de suerte que una sobrecarga hace ascender el centro del empuje.

La ecuación (30) sólo se aplica cuando h' es cantidad positiva, esto es, cuando en (55) es $h > \frac{2p}{3}$; porque, según el cálculo verificado en el § 20, se toma la integral entre los límites h y H , lo que con aplicación a este caso es idéntico á tomarla entre los límites h' y H . Pero si h' es cantidad negativa [véase también la fig. 31], no habrán empujes particulares entre los límites 0 y h . Por donde se concluye, que en el caso de ser

$$h > \frac{2p}{3} \quad h' < 0,$$

ARHS HISTÓRICA
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

la integral sólo habrá de tomarse entre los límites 0 y H . Ya tenemos el resultado correspondiente en la ecuación (i) del último párrafo; sólo falta escribir h' en vez de h y sustituirlo en la ecuación (c), escribiendo D' y a' en lugar de D y a . Así sale

$$D' \cdot a' = k \left(\frac{1}{3} H^3 - \frac{1}{2} H^2 h' \right) = \frac{1}{6} k H^2 (2H - 3h');$$

y como, [(56) y (b) en el § 19], $D' = kH(H-h')$, se deduce por división que

$$a' = \frac{H(2H-3h')}{6(H-h')} = \frac{1}{3} H \left(\frac{H - \frac{3}{2}h'}{H-h'} \right) \quad (61)$$

$$= \frac{1}{3} H \left(\frac{1 - \frac{3}{2} \frac{h'}{H}}{1 - \frac{h'}{H}} \right) \dots \text{para } h' > 0. \quad (62)$$

Una de estas ecuaciones se deberá emplear en vez de la (60) siempre que es $h' \leq 0$, ó $l \leq \frac{2p}{g}$.

Entre los casos, en que $l < \frac{2p}{g}$, ocurre con mayor frecuencia el que tiene $h=0$, despreciándose la cohesión de las tierras. Por la relación $h' = h - \frac{2p}{g}$ sale entonces $h' = -\frac{2p}{g}$ y la ecuación (62) se convierte en

$$a' = \frac{1}{3} H \left(\frac{gH + 3p}{gH + 2p} \right). \tag{63}$$

TABLA V.

$\frac{h}{H}$	$\frac{a}{H}$	$\frac{h}{H}$	$\frac{a}{H}$	$\frac{h}{H}$	$\frac{a}{H}$
0,1	0,315	0,4	0,240	0,7	0,135
0,2	0,293	0,5	0,208	0,8	0,093
0,3	0,268	0,6	0,173	0,9	0,084

Esta tabla sirve para hallar la distancia del centro del empuje á la base de la construcción, tanto cuando no hay sobrecarga, como en el caso de haberla, solo que en la última hipótesis en vez de h se sustituirá h' , verificándose la suposición $h' > 0$. Si fuese $h' \leq 0$, el valor correspondiente de a' se calculará directamente valiéndose de la ecuación (63).

TABLA VI

Superficie de las tierras en igual nivel con la cima del muro.	<i>Empuje</i> contra una pared de la altura H y que forma un ángulo ϵ con la vertical.	<i>Distancia</i> que el centro del empuje tiene á la base de la construcción.	Notas.
Tierras sin cohesión y sin sobrecarga.	kH^2	$\frac{1}{3}H$	$k = \frac{1}{2} \frac{g}{\cos \epsilon} \left[\frac{\sin \frac{1}{2} (\alpha - \epsilon)}{\cos \frac{1}{2} (\alpha + \epsilon)} \right]^2$ [Tabla I & V]
Tierras sin cohesión y con sobrecarga.	$k \left(1 + \frac{2p}{gH}\right) H^2 > kH^2$	$\frac{1}{3}H \left[\frac{gH + 3p}{gH + 2p} \right] > \frac{1}{3}H$	α = ángulo del talud natural g = peso de un metro cúbico de las tierras.
Sierras coherentes sin sobrecarga.	$k \left(1 - \frac{h}{H}\right) H^2 < kH^2$	$\frac{1}{3}H \left(1 - \frac{h}{H}\right) \left(1 + \frac{h}{2H}\right) < \frac{1}{3}H$ [Tabla V]	p = peso de la sobrecarga por metro cuadrado. h = altura de cohesión.
Tierras coherentes con sobrecarga.	$k \left(1 - \frac{h'}{H}\right) H^2 \approx kH^2$	$\frac{1}{3}H \left(1 - \frac{h'}{H}\right) \left(1 + \frac{h'}{2H}\right) \approx \frac{1}{3}H$, para $\left(h' = h - \frac{2p}{g}\right) \approx 0$ [Tabla V]	
	$k \left(1 - \frac{h'}{H}\right) H^2 \approx kH^2$	$\frac{1}{3}H \left\{ \frac{1 - \frac{2p}{gH}}{1 - \frac{h'}{H}} \right\} \approx \frac{1}{3}H$, para $h' = \left(h - \frac{2p}{g}\right) \approx 0$.	



§ 23.

Influjo que una condensación artificial de las tierras tiene en la magnitud del empuje.

Si las tierras se hacen más densas, por un lado se aumentará su peso específico y con éste el empuje, por otro lado se podrá aumentar la cohesión que disminuye el empuje; así que ambos efectos se destruyen parcialmente. Luego, el resultado de una condensación artificial de las tierras será menos ó más favorable, según que el primer efecto sea más ó menos considerable que el segundo.

Para establecer una regla segura sobre esta cuestión, sea el empuje de tierras movedizas, no tomando en cuenta su poca cohesión, D_o ,
 el empuje de las tierras apelmazadas..... D^c ,
 el peso específico para el estado movedizo..... g_o ,
 el peso específico para el estado condensado..... g^c ,
 la altura de cohesión para el último estado..... h .

La tabla VI da inmediatamente

$$D_o : D^c = g_o : g^c \left(1 - \frac{h}{H}\right).$$

Para tierras comunes vegetales el valor medio de g_o es 1330 kil. y el de $g^c=1680$ kil.; además el término medio es $h=3,792$ metros para una pared vertical. Luego en este supuesto es

$$D_o : D^c = 1330 : 1680 \left(1 - \frac{3,792}{H}\right);$$

de donde se saca que será $D_o \underset{>}{\overset{>}{=}} D^c$, conforme sea $H \underset{>}{\overset{>}{=}} 18,2$ me-

tros; ó traduciendo esta condición:

Para muros verticales y alturas menores que 18,2 metros, el empuje de tierras comunes vegetales bien condensadas es menor que el de movedizas y no coherentes. Sólo cuando la altura sobrepasa el término indicado, se verificará lo contrario.

Muros de tal altura tienen rara aplicación en la práctica; luego para los casos comunes puede emplearse la regla de apelmazar amontonamientos de tierras vegetales tan fuertemente como es posible, pero en el cálculo del empuje, no se tomará en consideración ni la condensación ni la cohesión así aumentada. Determinando el

empuje como conviene á tierras movedizas y sin cohesión, se hallarán resultados prácticos sin largos cálculos.

La condensación de las tierras es además necesaria para que entre menor cantidad de agua, mayormente en las capas más bajas; pues las aguas aumentan el peso de la masa considerablemente y destruyen la cohesión que pudiera haber. Por fin, las tierras movedizas se condensan con el tiempo espontáneamente, lo que debe evitarse en cuanto se pueda.

La misma regla puede aplicarse también á arcillas, las cuales se afianzarán apelmazándolas en estado algo húmedo, conforme á las reglas del §. 13.

Las arenas, ripios, piedras toscas, &c no son capaces de una condensación notable; y aun caan lo las últimas, así como otras masas semejantes, se mezclan con tierras vegetales, se hará aplicación de la regla arriba indicada, puesto que el aumento del peso se compensa por la cohesión obtenida y aún se consigue mayor seguridad en las construcciones.

Luego, respecto de los casos que ocurren comunmente, se puede hacer abstracción de la cohesión que hubiese en los materiales, tomando por su peso el que corresponde al estado movelizo. Sólo en casos extraordinarios, cuando la cohesión es muy considerable, se tomará esta en cuenta.



Aumento del empuje por aguas.

I Caso: cuando las tierras de la construcción solamente son húmedas. Cuando la lluvia ó el agua de una fuente natural pueden entrar en las tierras del relleno solo mojandolas algún tanto, irá en aumento el peso de aquellas tierras y en disminución la coherencia de sus partes. Para obviar el daño que esta eventualidad puede causar, en el cálculo del empuje se tomará por base un peso algo mayor que el que corresponda al estado movelizo de las tierras, aumentándolo en los casos comunes, por métro cúbico, de esta manera:

tierras comunes vegetales.	de 90-180 kilogramos,
arenas.	de 140-280 kilogramos,
arcillas.	de 180-360 kilogramos.

Supónese que las aguas solo pueden entrar por encima, comunicándose la humedad por capas, y que además las capas consecutivas, sobre todo las superiores, sean bastante densas, no dando paso á mayor cantidad del líquido, sino solamente á la humedad, que en tiempos secos desaparece. En este supuesto se aplican los mayores de aquellos números que arriba hemos indicado, cuando la altura de la pared no sobrepasa á 4 métrros, y los menores cuando sobrepasa á esta medida, puesto que en

grandes profundidades no pueden entrar las aguas con tanta facilidad, si el terreno es suficientemente denso.

Pero si la humedad puede entrar también por el lado ó por detrás, lo que sucede generalmente cuando el muro de contención se halla colocado al pié ó declive de una montaña, se deberán emplear por lo menos los mayores de aquellos números, sea cual fuere la altura del muro, y aun se habrán de aumentar según las circunstancias.

En todo caso conviene disponer la superficie del terreno de manera que las aguas de lluvia y fuentes puedan pasar por encima del muro sin detenerse, para que la humedad que éntre sea la menor posible.

Los terrenos pantanosos que dan paso á las aguas por los lados ó por detrás, necesitan un sistema completo de canalización interior.

Muy dañosos son los agujeros hechos por topos, conejos, ratones y demás animales de la lava: porque las aguas que entran por allí en las tierras pueden derribar al muro, si los materiales del relleno son movedizos ó menos duros.

II Caso: *cuando hay una mezcla de aguas y materiales.* Los escombros, ripios, piedras toscas y otros materiales semejantes contienen entre sí muchos espacios vacíos, ocupando en término medio solamente 0,6 del volumen total exterior que presentan, en cuya consecuencia las aguas de lluvia y corrientes pasan con facilidad hasta la base del muro; y cuando allí no encuentran orificios bastantes por donde puedan salir, se detienen acumulándose hasta que su presión, unida con la que las tierras producen por sí mismas, es suficiente para derribar el muro, lo que sucede con facilidad en tiempos de una lluvia copiosa. Luego, cuando esta eventualidad se prevea, no se emplearán en la construcción tales cuerpos, ó por lo menos deberán mezclarse con muchas tierras vegetales ó arcillas, para que sea más densa toda la masa y con especialidad su superficie. Pero, aun cuando la construcción no tenga sino tierras vegetales, arcillas ó arenas, puede derribarse el muro de contención, si por largo tiempo ha sido expuesto á la acción continuada de una humedad extraordinaria; porque si aquellos materiales se saturan completamente de aguas, de manera que vengán á desleírse del todo, ya no formarán mas que una mezcla con agua, y entonces ya no se considera un empuje producido solamente por tierras, sino un empuje compuesto de las acciones unidas de tierras y aguas y en que estas no pierden nada de su presión, si bien la de aquellas es algo menor por la presencia del líquido.

Para formarse una idea exacta sobre este hecho importante, sea g el peso específico ó de un métró cúbico de un material seco, por ejemplo, de ripios. El empuje de este material seco será:

$$D = \frac{1}{2} g \frac{H^2}{\cos \varepsilon} \left[\frac{\sin \frac{1}{2} (\alpha - \varepsilon)}{\cos \frac{1}{2} (\alpha + \varepsilon)} \right]^2 \quad (1)$$

Si g' es el peso de un metro cúbico de *agua*, el empuje de aguas solas contra el propio muro se expresará por

$$D' = \frac{1}{2} g' \frac{H^2}{\cos \varepsilon} \quad (1b)$$

Finalmente, si tras del muro hay una mezcla perfecta de agua y materiales, el empuje que las aguas producen, no se disminuye en nada por la presencia de los cuerpos sólidos que en ellos se hallan colocados; pues conocido es el principio de la hidrostática, que la presión de un líquido es independiente de su cantidad y que solo depende de su altura, y además se sabe que son iguales en capas horizontales, transmitiéndose en todos sentidos con igual intensidad. Los cuerpos sólidos que están en el líquido, sufren la misma presión, y si por algunos puntos tocan á la pared, estos serán comunmente poquísimos. De donde se sigue que el muro tiene que sostener por lo menos, una presión igual á la indicada en [b]. Pero, como las piedras del amontonamiento tienen un peso específico mayor que el agua, tenderán á caer también, y de consiguiente causarán su empuje propio, el cual será un poco menor que el [a], puesto que el peso de los sólidos en el agua disminuye una cantidad igual la peso del agua desalojada. En el caso de ripios, los espacios vacíos forman 0,4 del espacio total; así que el material ocupa en realidad solamente 0,6 de su volumen exterior y aparente, y por ende 1 metro cúbico del material, que tiene g por su peso, desaloja 0,6 metros cúbicos de agua, que á su vez tienen 0,6 g' de peso; de consiguiente el peso de los materiales bajo el agua será por metro cúbico: $g - 0,6 g'$. Para hallar el empuje que los ripios rodeados de agua producen, se empleará la misma fórmula [a], introduciendo $g - 0,6 g'$ en vez de g ; de manera que dicho empuje es

$$D'' = \frac{1}{2} (g - 0,6 g') \frac{H^2}{\cos \varepsilon} \left[\frac{\sin \frac{1}{2} (\alpha - \varepsilon)}{\cos \frac{1}{2} (\alpha + \varepsilon)} \right]^2,$$

que deberá sumarse con la presión (1) para hallar el empuje actual que el muro sufre y es

$$D''' = D + D'' = \frac{1}{2} \frac{H^2}{\cos \varepsilon} \left\{ g + (g - 0,6 g') \left[\frac{\sin \frac{1}{2} (\alpha - \varepsilon)}{\cos \frac{1}{2} (\alpha + \varepsilon)} \right]^2 \right\} \quad (54)$$

Si esta ecuación se divide por (), se obtiene

$$\frac{D'''}{D} = \frac{1}{g} \left\{ g' \frac{\cos^2 \frac{1}{2} (\alpha + \epsilon)}{\sin^2 \frac{1}{2} (\alpha - \epsilon)} + g - 0,6 g' \right\} \quad (35)$$

como relación entre los dos empujes, el primero de los cuales corresponde á la saturación de agua y el otro al estado seco.

Ejemplo. Supóngase que dos ripios tengan un peso de 1600 kilogramos por metro cúbico, que su talud natural sea $\text{tang. } \alpha = 1,3$ y su cohesión cero. El muro sea vertical, de manera que $\epsilon = 0$. El peso específico de agua es 1000 kilogramos. Según estas condiciones se halla

1) el empuje del material seco:

$$D = \frac{1}{2} g H^2 \cdot \frac{w}{g} = \frac{1}{2} \cdot 1600 H^2 \cdot 0,212 = 193,6 H^2 \text{ kilogramos,}$$

2) el empuje de aguas puras:

$$D' = \frac{1}{2} g' H^2 = \frac{1}{2} \cdot 1000 H^2 = 500 H^2 \text{ kilogramos,}$$

3) el empuje de los ripios solos actuando bajo las aguas:

$$D'' = \frac{1}{2} (g - 0,6 g') H^2 \cdot \frac{w}{g} = \frac{1}{2} (1600 - 0,6 \cdot 1000) H^2 \cdot 0,242 \\ = 500 \cdot 0,242 H^2 = 121 H^2 \text{ kilogramos.} \quad (36)$$

4) el empuje actual contra el muro:

$$D''' = D' + D'' = (500 + 121) H^2 = 621 H^2 \text{ kilogramos,}$$

$$\frac{D'''}{D} = \frac{621}{193,6} = 3,2, \quad \frac{D'''}{D'} = 1,242.$$

Luego, cuando los ripios están mezclados con agua, su empuje será 3,2 veces mayor que cuando se hallan en estado seco, y es el empuje aun notablemente mayor que el que causan aguas puras.

El resultado no varía mucho, cuando se sustituyen tierras vegetales, arenas y arcillas en vez de los ripios, solo que deberá escribirse otro número mayor en vez de 0,6, con tal que este número permanezca menor que la unidad, lo que no mudará esencialmente el resultado. Sin embargo, la cohesión es cantidad

mas ó menos considerable en todas las tierras que contienen arenas y sobre todo arcillas, de donde puede resultar un empuje que no es mayor que el causado por aguas puras.

De todo lo que acabamos de decir, se saca la regla que se deben evitar en cuanto es posible las acumulaciones de aguas tras del muro, ya sea por medio de una condensación suficiente de los materiales, ya por una canalización y cañería conveniente, como lo demuestra por ejemplo la fig. 33, en donde las aguas pueden pasar por la cima y por el pie del muro. En la misma figura se observa que el piso natural tiene una forma escalonada, sirviendo para que se haga más perfecta la unión con los materiales nuevos que se colocan por encima.

En la figura son :

- A. Muro de contención.
 - B. Muro de revestimiento.
 - C. Carretera.
 - D. Tierras nuevas de relleno.
 - E. Suelo natural.
- a, b, c conductos de agua.



Continuará.

ÁREA HISTÓRICA
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL