
TRATADO

DE

GEOMETRIA DESCRIPTIVA

POR EL MISMO PROFESOR

INTRODUCCION



1. PARTES DE LAS MATEMATICAS.—Se sabe que las Matemáticas ó sean las *ciencias que exponen las leyes de la cantidad y la extensión*, se dividen, por lo mismo, en dos grandes grupos, cuyo estudio en conjunto suministra un conocimiento perfecto de las numerosas cuestiones teóricas que dichas ciencias entrañan, pero que tienen cada día su aplicación práctica, por las necesidades crecientes de las artes y la industria.

El primero de esos grupos nos enseña las propiedades de la cantidad ó sea de los números; y da los métodos de resolver los diferentes problemas numéricos y analíticos, empleando la análisis como el medio general del procedimiento seguido con dichos números: la síntesis de las diferentes secciones ó partes en que este grupo puede considerarse dividido, es el Algebra, que se la define diciendo: *es la rama de las matemáticas que trata de la cantidad en general, representándola por símbolo*

que no tienen, de ordinario, valores determinados. Se divide en elemental y superior: la elemental se ocupa de las operaciones fundamentales y superiores con números cualesquiera; y la superior, aplicando los principios encontrados por aquélla, de las varias y, á las veces, complicadas relaciones con que se pueden ligar cantidades incógnitas con magnitudes conocidas para determinar los valores de las primeras; relaciones que, genéricamente, se denominan ecuaciones. De modo que, en resumen, el Algebra superior trata de las ecuaciones en general, ó es la teoría de las ecuaciones.

Componen el segundo grupo las partes de las mencionadas ciencias que "se proponen estudiar las propiedades de las figuras y la medida de su extensión": este grupo es el conocido con el nombre de Geometría, que se divide en elemental y superior. La Geometría elemental se ocupa de aquellas propiedades que, por decirlo así, se descubren á la simple inspección de las figuras, ó se obtienen como consecuencia inmediata de sus formas; y la superior, de las propiedades que pueden denominarse más ó menos remotas, por fundarse en aquéllas; y de las que resultan al relacionar las figuras entre sí en los muchos casos en que esto se quiere ó se hace necesario.

2. CORRESPONDENCIA DE LA GEOMETRIA DESCRIPTIVA.—Como lo indica el nombre, la Geometría descriptiva tiene de pertenecer al segundo grupo. A la verdad, en el estudio de las figuras se puede proceder de dos maneras: bien empleando como medio adecuado el cálculo algébrico, y resulta la parte que se llama Geometría analítica, por lo que se la define: *es la rama de la Geometría superior que estudia las propiedades de la extensión representándola por medio de ecuaciones*; y esta rama se subdivide en *cartesiana y moderna ó superior propiamente dicha*; bien, sistemas de representación puramente gráficos para dar una idea clara de los cuerpos en el espacio, de las propiedades de estos cuerpos en razón á sus diversas formas y de las que se originan al relacionarlos entre sí para los múltiples casos prácticos en que tales propiedades se utilizan; y resulta la *Geometría descriptiva*.

De aquí es, que una de las ciencias que forman el segundo grupo, la más sencilla en los procedimientos y más general en las aplicaciones, es la Geometría descriptiva de que vamos á tratar.

3. METODOS DE REPRESENTACION.—Con el fin de estudiar, en ese supuesto, las propiedades de los cuerpos en sí mismos, en sus diversas formas y en sus relaciones se han imaginado varios métodos de representación, á saber: el de *dibujo mediante dos dimensiones*, el de *modelos* y el sistema conocido con el nombre de *perspectiva*.

4. DIBUJO MEDIANTE DOS DIMENSIONES.—Aunque tienen tres todos los cuerpos de la naturaleza, hay circunstancias que precisan á estudiar sólo dos de ellas; pues que la tercera no aparece como un elemento esencial en los problemas: así sucede en la medición de los terrenos. En los casos que esto ocurre, que son los que resuelve la geometría plana ó de dos dimensiones, pueden representarse sobre un papel las partes de los cuerpos, objeto de la cuestión, con sólo copiar, en la acepción estricta de la palabra, lo que se trata de definir.

5. REPRESENTACION POR MEDIO DE MODELOS.—Si se desea, por el contrario, como generalmente sucede, estudiar las cuestiones relativas á los cuerpos como son en sí mismos, bien sea para conocer sus propiedades, bien para determinar las relaciones que, en cualquier concepto, pueden existir entre ellos, el problema se dificulta notablemente; y no son posibles las representaciones sobre un plano sino valiéndose de métodos especiales, pero que transforman en cierto modo las figuras, por más que tales transformaciones se sujeten á reglas fijas y sencillas.

En este caso, para evitar las dificultades que puede ofrecer la representación, como para auxiliar debidamente la inteligencia del asunto, se estudian las cuestiones relativas á los cuerpos en el espacio, construyéndolos reducidos á dimensiones convenientes; quiere decir, por medio de *modelos* procedimiento eminentemente práctico, pero de aplicación muy limitada, ya por las dificultades

que se presentan de ordinario en la ejecución de los indicados modelos, ya por las mayores aún que se ofrecen intentando construir dichos modelos en las posiciones relativas que, en cada cuestión, han de tener los cuerpos de que se trata.

6. REPRESENTACION EN UN PLANO.—Es pues, preciso buscar un procedimiento para representar en un plano, que sólo tiene dos dimensiones, todos los cuerpos de la naturaleza, haciendo respecto de la tercera dimensión convenios especiales que permitan conocer que existe sin que sea tangible en la representación: á esto corresponde el sistema llamado de *perspectiva*.

7. PERSPECTIVA.—De la voz latina *perspectiva*, designa el método que enseña á representar sobre una superficie todos los objetos de la naturaleza en la forma y disposición que tienen ó con que aparecen á la vista.

Como los objetos pueden representarse, ya con sus formas propias, por lo menos en parte, y sin consideración á otras circunstancias; ya por las formas con que se manifiestan, según las distancias de sus partes respecto del observador; ya, finalmente, por la manera con que dichas partes son percibidas en virtud de la luz que reciben; la perspectiva puede ser *caballera*, *lineal* y *aérea*.

8. PERSPECTIVA CABALLERA.—Es el método de representar en un plano, y en la verdadera forma, las caras de los cuerpos, paralelas á dicho plano, conservando en la representación el paralelismo de las líneas que en el cuerpo lo tienen, aunque varíen la dirección y magnitud de las que no reúnan esta circunstancia.

Si se quiere, por ejemplo, representar un paralelepípedo rectángulo, se obtendrá la forma de la figura 1.^a: en ella, las caras ABCD, EFGH, paralelas al papel ó plano de dibujo, son rectángulos, como en el cuerpo; respecto de las tres clases de aristas se verifica

$$\begin{aligned} AD \mp BC \mp GF \mp HE, \\ AH \mp BG \mp CF \mp DE, \\ AB \mp GH \mp FE \mp CD; \end{aligned}$$

por lo que las otras caras, lejos de ser rectángulos, no son sino paralelogramos romboídes; y de aquí que varíen la dirección y magnitud de ciertas líneas, como BC, CF, no paralelas en el cuerpo.

Respecto de esta manera de representar las figuras se pueden hacer las siguientes observaciones:

VENTAJAS.—Es conveniente para resolver las cuestiones teóricas de la geometría elemental; pues una cierta indeterminación que resulta representando las caras no paralelas al plano, como en la dirección y magnitud de las líneas tampoco paralelas en el cuerpo, permite prescindir de construcciones inútiles y hacer lo que más convenga para la demostración de que se trate; porque es evidente que un mismo cuerpo se puede representar de diferentes maneras, satisfaciéndose lo dicho acerca del paralelismo de las caras y líneas; y dibujando las que no lo son, de una manera, aunque arbitraria, conveniente y clara para el objeto.

DESVENTAJAS.—Pero esa misma indeterminación es causa de alteraciones en las caras y líneas no paralelas; de lo que se originan variaciones que no pueden sujetarse á reglas fijas. De aquí, que por la metamorfosis sufrida en algunas partes de los cuerpos, como por la indeterminación en la dirección y magnitud de ciertas líneas, no se puedan fijar las construcciones de un modo preciso; y que no haya, por lo mismo, principios científicos para la representación.

Una y otra cosa se descubren observando la figura 1^a: igualdad y paralelismo de aristas, paralelismo y congruencia de las caras opuestas, relación de partes que se imaginen, todo se puede hacer, como en el paralelepípedo rectángulo, en la forma que lo representa dicha figura; pero las aristas convergentes resultan más ó menos oblicuas entre sí, ó pueden ser más ó menos largas: de aquí que las caras no paralelas al papel jamás puedan ser rectángulos sino rombos ó romboídes más ó menos oblongos; y aun puede suceder que la misma forma represente un paralelepípedo oblicuo.

9. PERSPECTIVA LINEAL.—Esta, que frecuentemente se la llama sólo perspectiva, *enseña á representar en un cuadro ó plano la forma de un objeto, mediante las intersecciones con dicho cuadro, de las líneas ó rayos visuales que del ojo del observador, llamado punto de vista, se dirigen á todos los puntos del objeto indicado.*

Las líneas que resultan en el cuadro por los puntos más exteriores, ó sean las que limitan la figura ó representación, determinan el *contorno*; las producidas por los puntos interiores, el *dintorno*; y el cuadro de representación es lo que se denomina *plano de dibujo*.

Generalmente se supone situado este plano entre el punto de vista y el objeto; pero puede estarlo en dicho punto, en el objeto y detrás del objeto; y aun puede suceder que, fijo de posición el cuadro, se aleje el punto de vista al infinito: descubramos en estos casos las condiciones de la imagen ó dibujo.

Sean con este fin, O [fig. 2] el punto de vista, C el plano de dibujo, AB el objeto, como un árbol, que se trata de representar, ab la perspectiva, AO, BO los rayos visuales extremos y OE el rayo medio ó perpendicular al cuadro; además:

M la magnitud del objeto AB,

DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

m „ „ „ dibujo ab,

D „ distancia de O al objeto y

d „ „ „ „ cuadro.

Por ser $\triangle AOB \sim aOb$, resulta

$$OE : Oe = AB : ab,$$

$$\text{ó} \quad D : d = M : m = \frac{d \cdot M}{D} \quad (1)$$

1 La forma obtenida en el cuadro la llamaremos, indistintamente, *imagen, dibujo, perspectiva ó representación.*

se ve pues, que la magnitud de la imagen varía directamente con la distancia del punto de vista al cuadro; é inversamente, con la distancia del mismo punto al objeto.

DISCUSION

1º *Esté el plano de dibujo entre el punto de vista y el objeto, ó sea*

$$d < D: \text{ entonces } \frac{d}{D} < 1, \quad \text{ó} \quad \frac{d \cdot M}{D} = m < M;$$

esto es: *si el cuadro se halla entre el ojo y el objeto, la magnitud de la representación ó perspectiva es menor que éste.*

2º *Esté el plano de dibujo en el punto de vista.* Si disminuye d , se ve de [1], que disminuye $d \cdot M$; y así, el cociente $\frac{d \cdot M}{D}$ ó m ; por lo cual, para

$$d = 0, \text{ será } \lim. m = \lim. \frac{d \cdot M}{D} = \frac{0}{D} = 0;$$

esto es: *acercándose el cuadro al punto de vista, se disminuye el tamaño de la perspectiva; luego, si el plano se sitúa en dicho punto, la perspectiva se reduce á cero ó un punto.* Así justamente se verifica con las representaciones en la retina, representaciones ó imágenes que son las únicas que percibe el hombre: ¡y, sin embargo, son tan claras las visiones de los objetos externos!

3º *Esté el plano de dibujo en el objeto.*—Si crece d , crece $d \cdot M$; y así, el cociente $\frac{d \cdot M}{D}$ ó m ; por lo cual, si

$$d = D; \text{ entonces } \frac{d}{D} = 1, \quad \text{ó} \quad \frac{d \cdot M}{D} = m = M;$$

esto es: *acercándose el cuadro al objeto, se aumenta la*

magnitud de la perspectiva; luego, si el cuadro se sitúa en el objeto, la perspectiva adquiere el tamaño de éste. Lo mismo se infiere si, suponiendo fijo el cuadro, se acerca el objeto hasta coincidir con dicho cuadro.

4º *Esté el plano de dibujo detrás del objeto.* Entonces, creciendo más y más d , más y más crece $\frac{d \cdot M}{D}$; por tanto, si

$$d > D, \text{ resulta } \frac{d}{D} > 1, \quad \text{ó} \quad \frac{d \cdot M}{D} = m > M;$$

esto es: *si el cuadro llega á estar detrás del objeto, la perspectiva se hará mayor que éste; y así, para*

$$d = \infty, \text{ resulta } \lim. m = \lim. \frac{d \cdot M}{D} = \frac{\infty}{D} = \infty;$$

esto es: *hallándose el cuadro á una distancia infinita por detrás del objeto, es infinita la magnitud de la perspectiva.*

5º *Aléjese, finalmente, por delante del cuadro el punto de vista al infinito, conservándose aquél fijo de posición, ó constante la distancia entre el cuadro y el objeto.* En esta virtud se tiene

$$D - d = c, \text{ cant. const.};$$

y si $d = \infty$, será *á fortiori* $D = \infty$, valores que, puestos en [1], producen

$$\lim. m = \lim. \frac{d \cdot M}{D} = \frac{\infty}{\infty};$$

mas, como por ser éste un símbolo de indeterminación, nada nos dice acerca del valor que adquiere m , componemos la proporción primitiva; y será

(Continuará).