TRATADO

DE

GEOMETRIA DESCRIPTIVA

POR EL MISMO PROFESOR

(Continuación de la página 448, número 112)

$$\frac{D-d}{d}=\frac{M-m}{m}=\frac{M}{m}-1, \quad \text{ó} \quad m=\frac{M}{\frac{D-d}{d}+1}=\frac{M}{\frac{c}{d}+1};$$

por tanto

$$\text{lím. } m=\text{lím. }\frac{M}{\frac{c}{d}+1}=\frac{M}{\frac{c}{\infty}+1}=\frac{M}{0+1}=M,$$

que expresa: *si el punto de vista se halla á una distancia infinita del cuadro, la perspectiva se hace del tamaño del objeto;* y así que los rayos visuales, de convergentes, se cambien en paralelos: tal es el procedimiento seguido en el dibujo lineal y en el sistema de las proyecciones ortogonales de que hace uso la Geometría descriptiva; porque, pudiendo imaginarse los objetos del tamaño que se quieran, al representárselos pequeños, como se usa en el dibujo lineal, tratándose de un proyecto de construcción por ejemplo, se supone que tienen esa y no otra magnitud; lo que no sucedería si tales objetos fueran más grandes que los dibujos; pues que los rayos visuales resultarían entonces necesariamente convergentes, ó el punto de vista situado á una distancia finita. En este caso, siendo las líneas del zócalo y alero, si se trata verbigracia de una fachada, rectas paralelas en el cuerpo, una parte de éstas se hallaría evidentemente más cerca del punto de vista que las otras partes; y como *m*, por lo visto en la ecuación (1)

$$m = \frac{d \cdot M}{D},$$

disminuye creciendo D, ó sea la distancia del ojo al objeto, hallándose el plano de dibujo entre los dos; es manifiesto que la altura de aquella parte se representaría más grande que las alturas de las ótras; y entre éstas, por la misma ecuación, más pequeñas las imágenes de las que se alejaran más de dicho punto; es decir, que *en la perspectiva lineal, rectas paralelas se representan por líneas convergentes si el ojo se sitúa á una distancia finita del objeto;* práctica contraria al procedimiento que se sigue en el dibujo lineal; porque tales paralelas lo son también en el dibujo: así, lo que se hace en éste no puede resultar sino por suponerse colocado el punto de vista á una distancia infinita del cuadro, con lo cual las distancias ó alturas iguales se representarán con magnitudes iguales.

En resumen: si el punto de vista se halla á una distancia infinita del cuadro, las partes iguales del objeto tienen imágenes con magnitudes iguales entre sí y á las de éste; pero si ese punto se sitúa en el espacio finito, con la distancia de dicho punto á las diferentes partes, se disminuyen sus imágenes más y más: el lugar de la perspectiva donde una imagen desapareciera ó se anulara, ha recibido el nombre de *punto de desvanecimiento;* porque, á la verdad, en él, tal imagen tiende á desvanecerse ó desaparecer; y la distancia á que está del punto de vista la parte correspondiente del objeto, se halla ser, por (1),

$$\text{lím. } D = \text{lím.} \frac{d \,.\, M}{m} = \frac{d \,.\, M}{o} = \infty;$$

esto es: *el punto del objeto que corresponde al de desvanecimiento de la perspectiva, se encuentra á una distancia infinita del observador ó punto de vista.* Y en esto cabalmente se distingue la perspectiva lineal de la caballera (nº 8); pues todas las líneas que son paralelas en el cuerpo se representan paralelas en la última, sea cual fuere la longitud de esas líneas.

CUESTION. ¿Y qué sucedería si el objeto y el cuadro coincidieran en el punto de vista? [1]

RESOLUCION. Que, como se dice, "los extremos se tocan"; y así

$$\text{lím. } m = M.$$

10. PERSPECTIVA AEREA.—*Enseña á representar los objetos de la naturaleza por la imitación de los diferentes matices que en ellos se descubren, ó las variaciones de luz con que aparecen bañados.*

La perspectiva aérea es un complemento de la lineal, la supone y no puede existir sin ella: la reunión de las dos es indispensable para la representación artística de los cuerpos, y constituye el **dibujo natural.** Por esto se dice, que el **dibujo natural** *es la representación de los objetos de la naturaleza mediante las apariencias visibles del color.*

Mas, como los objetos externos pueden impresionar de diferentes maneras el espíritu del hombre, impresiones que se transforman en sentimiento, no sólo respecto de lo externo, sino también para creaciones internas ó

1 Si en la expresión [1] se ponen los valores que las respectivas distancias adquieren por la suposición hecha, se halla

$$\text{lím. } m = \text{lím.} \frac{d \,.\, M}{D} = \frac{o \,.\, M}{o} = \frac{o}{o},$$

símbolo que, por ser de indeterminación, nada nos dice acerca del valor recibido por *m* en este caso.

ideales del entusiasmo, hechas sensibles por medio del dibujo y colorido; representaciones que son así la expresión genuina del espíritu apasionado, el dibujo natural ó, con más propiedad, la **pintura** se define diciendo, que *es la representación de las impresiones ó sentimientos íntimos del alma, mediante las apariencias visibles del color.*

Nota. Con el auxilio de las perspectivas lineal y aérea, las representaciones producen en el ánimo la misma impresión que la vista real de los cuerpos representados; mas, por las diferentes distancias y posiciones que, respecto del observador, tienen las partes de las figuras que se representan, no todas se ven como son; y así, que ni la perspectiva lineal ni la aérea den una idea exacta de los cuerpos en el espacio ni de sus magnitudes reales; por lo cual estas perspectivas, como la caballera, tampoco sirven para resolver las cuestiones prácticas relativas á las formas, dimensiones y posiciones verdaderas de las figuras, que es el problema de que ahora se trata.

11. OBJETO Y DEFINICION DE LA GEOMETRIA DESCRIPTIVA.—Ante los inconvenientes enumerados la ciencia se ha visto obligada á inventar procedimientos para poder representar los cuerpos sobre un plano, pero de modo que no haya cambio alguno en las formas, dimensiones y posición; esto es, que dadas las figuras del espacio, se obtenga la representación exacta del todo y sus partes; y viceversa: dada la representación, se venga en conocimiento de la verdadera forma, dimensiones y posición de los cuerpos de que se trate: tal es el objeto de la **Geometría descriptiva**, por lo que se la define:

Es la parte de la **Geometría superior** *que se propone dar métodos fáciles y determinados para representar en un plano todos los objetos de la naturaleza; y enseñar á deducir de la representación, la verdadera forma, dimensiones y posición del cuerpo representado.*

12. ANTIGÜEDAD DE LA GEOMETRIA DESCRIPTIVA.—Los procedimientos empleados por esta rama de las Matemáticas, son, sin duda alguna, conocidos desde la más remota antigüedad, como lo manifiestan esos monumen tos que el arte nos ha legado, entre ótros las ruinas de la Torre de Babel, las pirámides del Egipto, obras cuya grandiosa ejecución no se comprende sin suponer en los artífices que las idearon la manera de hacer entender su pensamiento á los encargados de ejecutarlas. Pero es incuestionable que al célebre Gaspar Monge debe la ciencia en los tiempos modernos, el notable trabajo de haber recopilado todos los principios y teorías afines que existían diseminados, reduciéndolos á un determinado número de cuestiones que forman un cuerpo de doctrina sin el cual no se concibe cuanto al extenso arte de la construcción se refiere; por eso es que el ilustre geómetra dió á esta ciencia un nombre tan gráfico como la ciencia misma, á saber: el **idioma del ingeniero.**

13. **UTILIDAD DE LA GEOMETRIA DESCRIPTIVA.**—Nacida esta parte de las Matemáticas de las necesidades de los constructores, y puesta luego, como lo hemos dicho, en forma de ciencia especulativa, se utiliza, no sólo para copiar los objetos de la naturaleza haciendo ver en un plano todos los detalles de la manera como son y están en el espacio, sino que sirve también para dar idea precisa de un pensamiento artístico cualquiera, con la claridad y exactitud suficientes para que quien conozca la ciencia, aprecie y defina por completo el tipo creado en la mente del que concibe el proyecto, y pueda llevar á cabo el desarrollo material.

14. **PROBLEMA FUNDAMENTAL.**—Se sabe que un punto, moviéndose en determinadas condiciones, engendra una línea cualquiera, que puede siempre considerarse como la reunión de un número infinito de puntos. Así mismo una línea, si su forma es la conveniente y se mueve según ciertas reglas, puede moviéndose engendrar toda clase de superficies: en vista de esto, hallándose los cuerpos limitados por superficies, ó conteniendo un número indefinido de ellas; las superficies, un número indefinido de líneas; y las líneas, un número indefinido de puntos: quiere decir, que componiéndose ó pudiendo suponerse las figuras en general, como agrupaciones de puntos; el problema objeto de la ciencia de que trata-

mos (nº 11), quedará resuelto si sabe fijar ó representar la posición de un punto en el espacio y las que adquiera, siguiendo los movimientos á que el punto se sujete.

15. DETERMINACION DE UN PUNTO.—Para dar una idea clara de los diversos métodos que se pueden seguir con el fin de fijar la posición de un punto en el espacio, nada más lógico y sencillo que las consideraciones hechas al intento por el padre de la Geometría descriptiva, el ilustre Monge, en su obra que trata de esta ciencia; [1] y que, por simplificar la exposición, transcribimos en sustancia:

Una vez que se pueden considerar, escribe, la superficie de todos los cuerpos como compuestas de puntos, el primer paso que demos en esta materia será para aprender á fijar la posición de un punto en el espacio. Mas, careciendo el espacio de límites y siendo todas sus partes perfectamente semejantes, pues que nada tienen que las caracterice; ninguna de ellas puede servir para ese objeto, y se hace indispensable referir la posición de un punto á cosas distintas de las partes del espacio; cosas ú objetos cuyas posiciones sean ó se supongan conocidas: con este fin, para que el proceder sea de un uso fácil y común, tales objetos han de ser los más simples; y nada hay más simple que un punto, una recta, un plano. Esto supuesto, veamos las consideraciones que se deben hacer para determinar un punto refiriéndolo á ótros, ó á líneas rectas, ó á planos fijos de posición.

I. Sea pues, un punto A referido á ótros, B, C, D, &ª, fijos de posición: si aquél debe estar á un metro [2], verbigracia, del punto B; como el lugar geométrico de todos los puntos del espacio que distan un metro de ótro, es la superficie de la esfera que tiene á éste por centro y por radio un metro; la condición puesta hace que el punto A se distinga de los demás que se hallen dentro y fuera de la superficie esférica indicada; pero puede ser uno de los infinitos puntos de esta superficie, porque todos tienen la propiedad de distar un metro del centro B.

Si el mismo punto A debe hallarse á dos metros del

1 Edición española de 1803.
2 En la obra de Monge se lee *vara*.

punto C, por iguales razones sólo puede ser uno de los infinitos puntos de la superficie de otra esfera que tiene por centro el punto C y por radio dos metros. Pero, como por lo dicho antes, el punto se halla también sobre la esfera de un metro de radio, será uno de los muchos puntos comunes á las dos, y que, por el supuesto, se cortan: se sabe que "la intersección de dos esferas es una circunferencia de círculo, que tiene su centro en la central ó línea de los centros, y el plano perpendicular á ésta"; luego el punto en cuestión queda sujeto á ser uno de los muchos puntos de esa circunferencia, distinguiéndose ya de los demás de la úna y la otra esfera.

Si por una tercera condición el punto debe hallarse á tres metros del punto D, se comprende que ha de ser alguno de los infinitos puntos de la superficie de una nueva esfera que tiene D por centro, y por radio tres metros; pero por estar, además, en la circunferencia ya determinada, será uno de los puntos comunes á la circunferencia y á la dicha esfera. Mas, una circunferencia y una esfera sólo pueden cortarse en dos puntos, los únicos que pueden tener comunes: de aquí que el punto de que se trata se distinga de los infinitos del espacio y sea uno de los dos así determinados; pero no sabemos cual de ellos si no se añade otra condición, como la de estar á úno ú otro lado del plano que pasa por el centro de las tres esferas: si esto se hace queda el punto fijo de posición, y ya no podrá confundirse con ningún ótro del espacio.

Se ve que para determinar un punto por medio de ótros, son necesarios tres puntos; y que los procedimientos empleados no son tan sencillos para la práctica de un uso frecuente: tales tres puntos en alguna cosa los hemos de tener como fijos, en líneas ó en planos; luego es indispensable ocurrir por lo menos á líneas.

II. Supongamos ahora el mismo punto A del espacio, referido á las rectas indefinidas B, C, D, &.ª, fijas de posición: si aquél debe estar á un metro, verbigracia, de la línea B; como el lugar geométrico de todos los puntos del espacio que distan un metro de una recta infinita es la superficie del cilindro circular infinito, cuyo eje es la recta B y el radio igual á un metro; la condición puesta hace que el punto A se distinga de los demás que se hallen dentro y fuera de la superficie cilíndrica mencionada; pero puede ser úno de los infinitos puntos de esta superficie, porque todos tienen la propiedad de distar un metro de la recta B.

Si el mismo punto A debe hallarse á dos metros de la recta C, por iguales razones tiene de ser uno de los infinitos puntos de la superficie de otro cilindro circular de longitud infinita, cuyo eje es la recta C y el radio igual á dos metros. Pero, como por lo dicho antes, el punto se halla también sobre la superficie del primer cilindro, será uno de los muchos puntos comunes á las superficies de los dos, y que, por el supuesto se cortan; mas la intersección participa de la curvatura de ambas superficies; y es, en general, de la clase de aquéllas que se llaman *curvas de doble curvatura.* Luego el punto en cuestión queda sujeto á ser uno de los muchos puntos de esta común sección, los únicos que, por lo mismo, son comunes á las dos superficies cilíndricas, distinguiéndose ya de los demás de la úna y la otra superficie.

Si por una tercera condición el punto debe hallarse á tres metros de la recta D, se comprende que ha de ser alguno de los infinitos puntos de la superficie de un nuevo cilindro circular infinito, que tiene D por eje; y por radio, tres metros; pero por estar asimismo en la línea curva de doble curvatura, ya determinada, será uno de los puntos comunes á esta línea y á la tercera superficie cilíndrica. Mas, tal curva puede ser cortada por dicha superficie en *ocho puntos;* y de aquí que el punto de que se trata se distinga de los infinitos puntos del espacio y sea úno de los ocho así determinados; pero no sabemos cual de ellos si no se añade alguna otra condición; y se nota que la fijación de un punto del espacio por medio de las distancias á que se encuentre de líneas rectas, conduce á resultados menos simples que cuando se consideran las distancias á puntos; por lo que mucho menos se podrán aplicar tales procedimientos á la práctica de un uso frecuente.

(Continuará)