

JAVELASCO

TRATADO

DE

GEOMETRIA DESCRIPTIVA

POR EL MISMO PROFESOR



Continuación del N.º 127, pág. 99

ÁREA HISTÓRICA
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

III

DEL PLANO

55. NOCIÓN DEL PLANO.—Se sabe que “el *plano* es una superficie sobre la que se puede aplicar una recta en cualquier sentido.” De lo que se infiere, que “si una recta tiene dos cualesquiera de sus puntos en un plano, se encontrarán en éste todos los puntos de aquélla.” Luego “una recta no puede cortar un plano más que en un solo punto.”

“Por tres puntos que no están en línea recta, puede pasar un plano; pero nada más que uno. Luego “la intersección de dos planos es una recta.”

Por tanto, un plano queda determinado en el espacio, si se conocen tres puntos por donde pasa, y que no están en línea recta; ó una recta y un punto fuera de

ella, que corresponden al mismo; ó dos rectas que se cortan ó son paralelas, situadas en el plano,

56. TRAZAS DE UN PLANO.—Llámanse así las *intersecciones de éste con los planos de proyección*; y se dicen *horizontal y vertical*, según el plano de proyección donde se hayan formado ó se las suponga situadas. Si con la letra P se designa la traza horizontal, la vertical se designará con la misma letra, pero añadiéndole el índice, símbolo de la palabra *prima* [nº 25, *Nota*]: así, respecto del plano QR visto en perspectiva (fig. 40, dib. 1º), P es la intersección con el plano horizontal, ó la traza horizontal; y P' , la vertical. En lo escrito, como en el caso del punto y la recta, se indicará un plano mediante esas letras ú otras mayúsculas, separadas con un guión: $P \cdot P'$, $Q \cdot Q'$, $R \cdot R'$, designarán los planos, cuyas trazas son P y P' , Q y Q' , R y R' , etc.

Y como que un plano es siempre indefinido, lo serán las intersecciones con los planos de proyección, ó sean las trazas del plano; de manera que, si se representa en descriptiva el plano QR del dibujo 1º citado, resultará el dibujo 2º de la misma figura, donde las partes punteadas, prolongaciones de P por encima de la línea de tierra, y de P' por debajo, significan porciones de las mismas trazas, invisibles más allá de la línea de tierra.

57. CUALIDADES DE LAS TRAZAS.—Son estas cualidades:

1ª *Las trazas de un plano pasan por un mismo punto de la línea de tierra, ó cortan esta línea en un mismo punto.* Porque, cortándose las trazas, tienen allí un punto común; y, como se encuentran, respectivamente, en los planos de proyección; ese punto común lo es de estos planos; mas la línea de tierra es el lugar geométrico de todos los puntos que son comunes á tales planos; luego ese punto corresponde á la línea de tierra; ó, en otras palabras: las dos trazas de un plano y la línea de tierra tienen un punto común; y así que aquéllas pasen por un mismo punto de ésta; ó que la corten en un mismo punto.

Nota. La proposición demostrada puede presentarse, con más generalidad, en esta forma: *si un plano corta*

otros dos que también se cortan, el punto común de las intersecciones de aquél con éstos, es un punto de la intersección de éstos.

La demostración del principio es idéntica á la dada precedentemente.

2.^a *Una recta situada en un plano tiene, por lo general, las trazas, respectivamente, en las del plano; y viceversa.* Pues, como que una recta situada en un plano corta generalmente todas las otras rectas situadas en el mismo, cortará evidentemente las trazas de dicho plano; las que, sobre ser líneas de éste, se hallan además, respectivamente, en los planos de proyección; pero los puntos en que tal cosa sucede son las trazas de la recta [n.^o 44]; luego las trazas de una recta de un plano están en las del mismo nombre del plano.

VICEVERSA: *si las trazas de una recta se hallan, respectivamente, en las de un plano, la recta se hallará en el plano.* Pues que las trazas de un plano, por ser rectas de éste, tienen todos los puntos en el plano; luego tienen en el mismo los dos puntos que, respectivamente, son las trazas de la recta; por lo que tal recta, teniendo en el plano dos puntos se hallará totalmente en éste [n.^o 55].

RESUMEN. Lo expuesto, con más generalidad, se expresa diciendo, *que el lugar geométrico de las trazas respectivas de todas las rectas situadas en un plano, son las trazas del mismo nombre del plano; y viceversa.*

Nota. En la proposición 2.^a se ha dicho *por lo general*, porque sólo cuando la recta sea paralela á las trazas del plano, no estarán las dos de aquélla en las de éste; pero, prescindiendo de tal supuesto, se verificará la tesis respecto de todas las demás líneas del plano que tengan otra dirección, como sucede con la HV del plano QR de la figura en perspectiva, ya citada: la misma línea representada por sus proyecciones, se ve en el dibujo 2.^o, en el cual, por lo dicho, son h, v' las trazas horizontal y vertical; y así $hv-h'v'$ la recta de que se trata, situada en el plano.

De lo que se infiere un método fácil para situar una recta en un plano; pues tomando el punto $h-h'$ en P ; y el $v-v'$, en P' ; basta unir h con v , y h' con v' : $hv-h'v'$ será una recta del plano $P-P'$ dado por sus trazas.

58. PROYECCION DE UN PLANO.—Tal proyección se formaría proyectando sobre los planos de proyección todos los puntos del dado; pero, tanto por la imposibilidad de proyectar todos los infinitos puntos de un plano; cuanto porque tales proyecciones, cubriendo el espacio de los planos de proyección en descriptiva, ocultarían elementos importantes sobre los planos considerados, la representación suficiente de un plano en descriptiva, se hace ó por tres puntos que no están en línea recta; ó por una recta y un punto fuera de ella; ó por dos rectas que se corten ó sean paralelas; ó, en fin, que es lo más práctico y mejor, por las trazas del mismo plano. Así $a-a'$, $b-b'$, $c-c'$ designarán un plano dado por tres puntos que no estén en línea recta; $ab-a'b'$, $c-c'$ el que estuviera definido por la recta AB y el punto C fuera de ella; las $ab-a'b'$, $cd-c'd'$ el determinado por las rectas AB , CD , paralelas ó en ángulo; y, en fin, por $P-P'$, como queda dicho, el plano dado por sus trazas.

59. DIFERENTES POSICIONES DE UN PLANO.—Este puede tener respecto de los planos de proyección en perspectiva, las posiciones que se indican en el siguiente

CUADRO

		Número de posiciones		
Generales	Oblicuo á los planos de proyección y á la línea de tierra;	1		
Particulares	Paralelo	al plano horizontal... { encima de él.....1 en él.....1 debajo de él.....1	3	
		al plano vertical.... { delante de él.....1 en él.....1 detrás de él.....1	3	
	Perpendicular	á la línea de tierra y oblicuo á los de proyección, considerando que la porción de plano definida por las trazas, puede estar en el diedro 1°, 2°, 3°, 4°:	sin condición ninguna....4 perpendicular al plano bisector del diedro 1°, 2°, 3°, 4°.....4	8
		pasando por la línea de tierra; y como que el plano del diedro 1° se dirige al 3°; y del 2° al 4°; ó viceversa:	sin condición ninguna....2 coincidiendo con los planos bisectores.....2	4
			al plano horizontal y oblicuo al vertical.....1 al plano vertical y oblicuo al horizontal.....1 á la línea de tierra.....1	3
	Total de las posiciones diferentes.....		22	

60. POSICION EN DESCRIPTIVA DE LAS TRAZAS DE UN PLANO.—Como en el caso de la recta [nº 46], principiaremos con

I Las posiciones generales. *Un plano oblicuo á los de*

proyección y á la línea de tierra se encuentra de igual manera y al mismo tiempo en los cuatro diedros; de aquí que, en el ángulo triedro, cuyo vértice está en la línea de tierra, definido por el plano supuesto y los de proyección, los ángulos planos de éstos, limitados por esa línea y las trazas de aquél, tengan valores cualesquiera ó sean más ó menos agudos, más ó menos obtusos; por consiguiente, verificado el rebatimiento, las trazas de un plano oblicuo á los de proyección y á la línea de tierra, tendrán respecto de ésta, una dirección oblicua, cortándola en un mismo punto [n.º 57. 1.ª].

En este caso y como lo manifiesta la figura 40, pueden tener las trazas tres posiciones, con relación al mismo segmento de la línea de tierra, desde el punto donde la cortan, á saber: 1.º formando con dicho segmento ángulos agudos, como en el dibujo 1.º: sucederá así cuando, en el triedro que tiene por arista el segmento aludido, son agudos los ángulos diedros formados por el plano y los de proyección. 2.º *Es agudo el uno de esos ángulos y obtuso el ótro, estando las trazas además, en línea recta;* lo que sucederá si, respectivamente, el uno de los dos ángulos diedros es obtuso, y el otro agudo; pero entonces, como se demostrará después, *el plano oblicuo, considerando sus trazas en el primer cuadrante, deberá ser perpendicular al plano bisector del segundo.* 3.º *Es, simplemente, agudo el uno de esos ángulos, y obtuso el ótro,* como en el dibujo 3.º: sucede esto si se verifica lo dicho en el caso anterior, pero no existe la perpendicularidad indicada.

II Posiciones particulares. A). *Paralelo á alguno de los planos de proyección.* Como, por el supuesto, el plano dado no corta éste, no puede existir la traza del mismo nombre; pero el ótro de proyección, cortando los dos paralelos, determina intersecciones paralelas: la úna es la traza del mismo nombre de ese plano, ó sea de nombre contrario del paralelo; y la ótra, la línea de tierra. Luego, en descriptiva ó verificado el rebatimiento, resulta, que *si un plano es paralelo á alguno de los de proyección, no existirá la traza del mismo nombre; pero la de nombre contrario será paralela á la línea de tierra.*

Por lo visto en el cuadro, si el plano es paralelo al horizontal de proyección, la figura 41 da una idea sobre la posición de la traza vertical P' : en el dibujo 1º estará encima de la línea de tierra, por estar el plano encima del horizontal; en el dibujo 2º estará en la línea de tierra, por coincidir el plano con el horizontal: en este caso, é imaginando finita la traza, se dibujarán dos pequeños rasgos encima de la línea de tierra, pero muy pórximos á ella; en el dibujo 3º, finalmente, estará dicha traza por debajo de la línea de tierra; pues que el plano se halla por debajo del horizontal; y, como éste lo oculta, se hará con puntos el dibujo de la traza.

Pero si el plano es paralelo al vertical, no habrá más que la traza horizontal P , paralela á la línea de tierra; visible por debajo de la misma, como en el dibujo 1º de la figura 42; en dicha línea y designada con pequeños trazos por debajo de ella, como en el dibujo 2º; por encima, finalmente, pero señalada con puntos, por ser invisible: lo dicho según que el plano se halle, respectivamente, delante del vertical, coincidiendo con éste, ó detrás del mismo.

B) Paralelo á la línea de tierra y oblicuo á los de proyección. Se sabe, que "si por una recta paralela á un plano se hace pasar otro secante, la intersección será paralela á la recta"; y como que la recta paralela es en el caso actual la línea de tierra, por la que pasan los planos horizontal y vertical de proyección, secantes respecto del plano dado, las intersecciones, que son las trazas de éste, serán paralelas á la línea de tierra. Luego, verificado el rebatimiento de los planos de proyección, *un plano paralelo á la línea de tierra, pero oblicuo á los de proyección, tiene las trazas paralelas á esa línea; y esto, sea cual fuere, por otro lado, la posición del plano.*

Por tanto:

1º *Si no hay ninguna condición particular, las trazas, paralelas á la línea de tierra ó, lo que es lo mismo, siendo paralelas entre sí, distarán desigualmente de esa línea; y según se considere la parte de plano definida por las trazas, en el diedro 1º, ó en el 3º, se hallarán éstas á distinto lado de dicha línea: la horizontal por de-*

bajo y la vertical por encima, si se trata de aquél; pero inversamente si se trata de éste [figura 43, dibujos 1º y 3º]; mas si la parte que se considera está en el diedro 2º ó en el 4º, se hallarán las trazas al mismo lado de la línea de tierra: ambas por encima respecto de aquél; ó por debajo respecto de éste [fig. cit., dibujos 2º y 4º].

2º Si el plano es perpendicular al bisector del diedro 1º, 2º, 3º ó 4º, las trazas, por lo demostrado, paralelas á la línea de tierra ó, lo que es lo mismo, siendo paralelas entre sí, equidistarán de dicha línea; pues que cortando los tres planos por un cuarto perpendicular á la línea de tierra, resultan dos triángulos rectángulos, cuyas hipotenusas son las distancias de las trazas á esta línea; luego tales distancias son iguales. Luego en descriptiva y según que se considere el plano perpendicular al bisector del diedro 1º ó 3º, se hallarán á distinto lado de la línea de tierra, pero á igual distancia de la misma: la horizontal por debajo y la vertical por encima si se trata de aquél; pero inversamente si se trata de éste (fig. 44, dibujos 1º y 3º); pero si la perpendicularidad se refiere á los bisectores de los diedros 2º ó 4º, las trazas se confundirán en una línea paralela á la de tierra por encima de ella, considerando aquél, ó por debajo respecto de éste [fig. cit., dibujos 2º y 4º]

(Continuará).