DESARROLLO DE UNA FORMULA PARA CALCULAR LAS DISTANCIAS

ENTRE LOS SOPORTES DE UN TUBO DE PRESION

POR FRANCISCO MALDONADO V.

Alumno Ingeniero [4° año].

En las instalaciones de fuerza hidro–eléctrica, los tubos que llevan el agua del tanque de presión á las turbinas se encuentran colocados sobre soportes de mampostería. Los métodos empleados para calcular la distancia de un soporte á otro, han sido generalmente largos y complicados, como lo es toda operación que se ejecuta por tanteos.

Considerando este inconveniente nos hemos propuesto desarrollar una fórmula que sirva para determinar dicha distancia, de una manera más rápida y fácil. (1)

En el presente estudio:

d = diámetro exterior del tubo;
d_1 = ,, interior ,, ,,
W_1 = ,, peso del agua contenida en el tubo de centro á centro de los pilares;
W_2 = peso del tubo, tomado también de centro á centro de los pilares;
$W = W_1 + W_2$ = peso total que soportan estos pilares;
L = luz ó sea la distancia de pilar á pilar;
Mf = momento de flexión del tubo
Mr = ,, ,, resistencia, el cual debe ser igual al momento de flexión.
I = momento de inercia
$\frac{I}{C} = S$ = módulo de la sección.

p = 15.000 libras por pulgada cuadrada: es la tensión máxima admitida en el metal.

c=peso de una pulgada cúbica de agua en libras= 0,036127

---

(1) En vista de la fórmula original que hemos desarrollado, nuestro Profesor, el Sr. Richard Muller, nos ha recomendado publicarla sin reserva.

V_1 = volúmen del agua correspondiente á W_1
V_2 = „ „ tubo „ „ W_2
$A = (d^2 - d_1^2)$;
y $B = (d + d_1^2)$.

La unidad de las magnitudes geométricas será la pulgada lineal, cuadrada ó cúbica, según los casos; y la unidad de peso, la libra.

Como hemos dicho, la manera de determinar la longitud de la luz en función de d y d_1 ha sido, dando á L valores arbitrarios con los cuales se obtenga para

$$p = \frac{Mf}{S}$$

un valor comprendido entre los límites 12.500 y 16.000 (p se toma generalmente igual á 15.000).

Momento de flexión.—Para calcular el momento de flexión de un tubo, se le puede considerar como una viga sostenida por dos soportes, y con peso igualmente distribuido en toda la longitud considerada.

Siendo el peso de esta viga W, la reacción en cada extremo será igual á ½W. Ahora, si la luz de la viga es L, y el peso por unidad de longitud W, cada reacción por unidad de longitud será ½WL.

El momento de flexión máximo se encuentra en el centro y tiene por expresión:

$$Mf = \frac{WL}{2} \times \frac{L}{2} - \frac{WL}{2} \times \frac{L}{4} = \frac{WL^2}{8}$$

Como en este caso W es por unidad de longitud, W sobre una distancia ó luz L dará

$$Mf = \frac{WL}{8}.$$

Aplicando, pues, esta fórmula al caso del tubo tendremos:

$$Mf = \frac{L}{8}(W_1 + W_2). \qquad (1)$$

Ahora $$W_1 = V_1 \times c = \frac{\pi d_1^2}{4} \times L \times c. \qquad (2)$$

y $$W_2 = V_2 \times 7{,}65 \times 1{,}1 \times c$$

es decir, que el peso del tubo es igual á su volumen multiplicado por 7,65, que es la densidad del acero, por c (cuyo valor hemos dado ya) y por 1,1 para que se aumente de un 10 por ciento que es el peso aproximado de los rivetes.

Por consiguiente:

$$W_2 = 8{,}415 \times c \times \frac{\pi L}{4}(d^2 - d_1^2) \qquad (3)$$

Sustituyendo en la fórmula (1) W_1 y W_2 por los valores expresados en (2) y (3), tenemos:

$$Mf = \frac{L}{8}\left[\frac{\pi L c d_1^2}{4} + \frac{8{,}415 \pi L c}{4}(d^2 - d_1^2)\right]$$

Sacando el factor común $\frac{\pi Lc}{4}$ y simplificando nos queda:

$$Mf = \frac{\pi L^2 c}{32}\left[d_1^2 + 8{,}415\,(d^2 - d_1^2)\right]$$

ó también

$$Mf = \frac{\pi L^2 c}{32}(d_1^2 + 8{,}415\ A), \qquad (4)$$

expresión que representa el momento de flexión en el caso considerado.

Momento de resistencia.—El momento de flexión de cualquier sección tiende á causar rotación. Esta tendencia es contrarrestada por los momentos de tensión y compresión en el material, accionando como un par de fuerzas internas que constituyen el momento de resistencia.

Tiene por expresión

$$Mr = p\frac{I}{C}.$$

en la cual

$$\frac{I}{C} = \text{módulo de la sección.}$$

Momento de inercia.—Este momento con relación á cualquier eje puede definirse como siendo la suma de los productos obtenidos por la multiplicación de cada superficie elemental *da*, de la sección por el cuadrado de la superficie elemental considerada, hasta el eje.

Su expresión es

$$I = \int z^2 \, d\, a$$

en la cual z es la distancia de la superficie elemental hasta el eje.

El momento de inercia depende de la forma de la sección considerada. Se observa que el valor de I será mayor para las secciones que tienen la superficie más grande y á mayor distancia del eje que se llama neutral.

$$I = \frac{\pi(d^2 - d_1^2)(d^2 + d_1^2)}{64}$$

ó

$$I = \frac{\pi AB}{64}$$

Módulo de la sección.—Así se llama, como hemos dicho, $\frac{I}{C}$ en la expresión del momento de resistencia.

Siendo la distancia máxima de la fibra al eje neutral igual á $\frac{d}{2}$, el módulo de la sección se expresará por

$$S = \frac{2\pi AB}{64d} = \frac{\pi AB}{32d} \qquad (5)$$

Ahora sustituyendo en la fórmula

$$p = \frac{Mf}{S}$$

los valores encontrados en (4) y (5) tendremos:

$$p = \frac{\frac{\pi L^2 c}{32}[d_1^2 + 8{,}415A}{\frac{\pi AB}{32d}};$$

Dividiendo numerador y denominador por $\frac{\pi}{32}$, y multiplicando estos dos términos por d, resulta:

$$p = \frac{dL^2c(d_1^2+8{,}415A)}{AB}$$

de donde

$$L^2dc(d_1^2+8{,}415A) = pAB$$

$$L^2 = \frac{pAB}{dc(d_1^2+8{,}415A)}$$

y por fin

$$L = \sqrt{\frac{pAb}{dc(d_1^2+8{,}416A)}}$$

En esta expresión las cantidades *p* y *c* son constantes, por consiguiente podemos simplificarla sacando fuera del radical la relación $\frac{p}{c}$, y dividiéndola por 12 para tener L en pies.

Así, pues, tendremos que, haciendo

$$\alpha = \frac{\sqrt{\frac{p}{c}}}{12}$$

la fórmula final será

$$L = \alpha\sqrt{\frac{AB}{d(d_1^2+8{,}415A)}}$$

en la cual, haciendo las operaciones, resulta $\alpha = 53{,}696$.

Aplicación numérica.—El tubo que lleva el agua del tanque de presión á las turbinas de una planta hidro-eléctrica, está sostenido por pilares de mampostería; siendo el diámetro exterior de este tubo 48″ y el espesor del metal ⅛″, calcular la luz entre los dos pilares.

Las condiciones del problema son las siguientes:

$d = 48''$
$d_1 = 47{,}75''$
$\alpha = 53{,}696$
$L = ?$

Por sustitución tenemos:

$$A=(d^2-d_1^2)=23.9375$$
$$B=(d^2+d_1^2)=4.584,0625$$
$$A\times B=109.728,6$$
$$d_1^2=2.280,0625$$
$$8,415A=201,4340$$

Reemplazando estos valores en la fórmula tenemos:

$$L=53,696\sqrt{\frac{109728,6}{48\times 2481,4965}}$$

$$L=53,696\times 0,9598$$
$$L=51,538 \text{ pies}$$

ó en metros:

$$L=15,71$$

En la instalación de Cervara (Italia) la tubería que lleva el agua á las turbinas tiene un diámetro interior de 2,30 m. con un espesor del metal de 7 m. m. Los soportes están á una distancia de 6 m. según consta en un artículo publicado en "La Houille Blanche", correspondiente al mes de setiembre de 1910, que ve luz en Grenoble.

Aplicando nuestra fórmula en este caso, tenemos:

$$d_1 =2,30 \text{ m.}=90,55''$$
$$d=2,314\text{m}=91''$$

que substituyendo da:

$$L=53,696\sqrt{\frac{81\times 16480}{91\times 8886,8}}$$

$$L=21,48 \text{ pies}$$
$$=6,40 \text{ metros}$$

lo que manifiesta que nuestra fórmula es exacta.