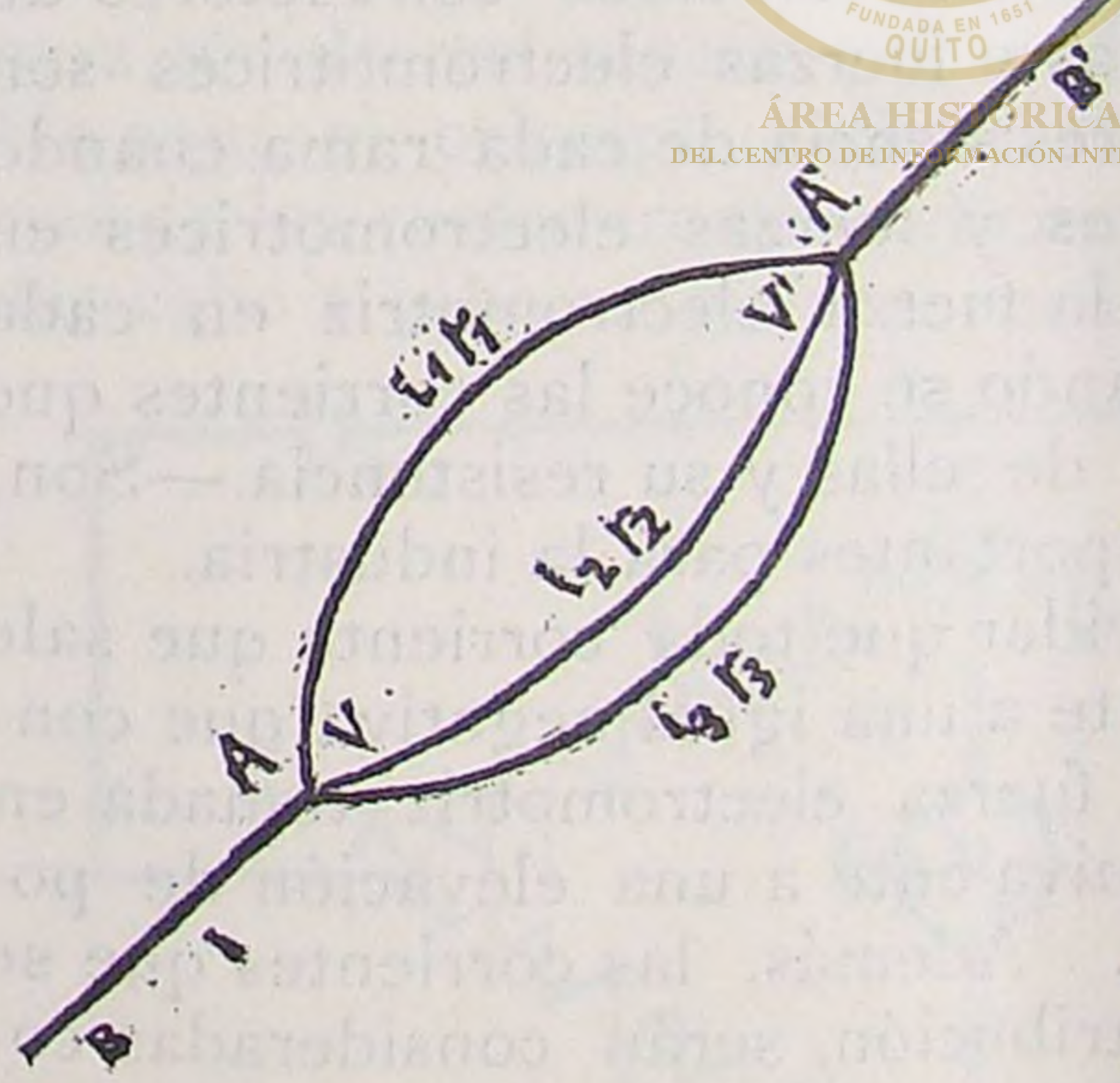
Abel S. TROYA

Medida de la resistencia de conductores eléctricos

Experimentos practicados en el Gabinete de Electricidad de la Universidad Central

La resistencia de un conductor eléctrico se mide por el método práctico y usual sirviéndose del Puente de Whest
stone.

Conviene, sin embargo, para mejor inteligencia, tener algunas ideas acerca de las leyes que rigen las corrientes en derivación, y de allí deducir la teoría de los experimentos para calcular las resistencias.



Sea un conductor BB' que comprende varias ramas, bifurcándose en en A, e imaginemos que sea recorrido por una corriente I. El flujo eléctrico partirá de A por las diversas ramas para encontrarse íntegramente en A'. Designemos por i_1, i_2, i_3 ..... las intensidades de las corrientes que circulan respectivamente en los conductores derivados, cuyas resistencias son r_1, r_2, r_3......; y por otra parte V y V' los valores del potencial en A y A'. La suma de las intensidades parciales será igual a la intensidad total. Así:

$$I = i_1 + i_2 + i_3 + i_4 \ldots\ldots = \Sigma\, i \qquad (1)$$

Además, si se se consideran individualmente las ramificaciones, se ve que la caída constante de potencial que existe entre las extremidades A y A' es para cada uno de ellos, igual al producto de la resistencia r por la intensidad i de la corriente respectiva. Se tiene entonces:

$$V - V' = i_1\ r_1 = i_2\ r_2 = i_3\ r_3 \ldots\ldots \quad (2)$$

Estas dos relaciones son las que traducen las leyes de Kirchhoff, nombre del eminente técnico que primeramente las enunció; y son las siguientes:

1ª *La suma algebraica de las corrientes que concurren en un centro de una red de varios conductores, es siempre cero.*

2ª *La suma algebraica de las diferencias de potencial a lo largo de un contorno cerrado de una red de conductores, es también nula.*

$$\Sigma E = \Sigma RI \quad o \quad \Sigma(E - RI) = O$$

Gracias a estas leyes podemos: 1º Determinar las corrientes que circulan por los diversos conductores de una red cuyas resistencias y fuerzas electromotrices son conocidas; 2º Saber la resistencia de cada rama cuando se conocen las corrientes y fuerzas electromotrices en cada una; 3º Calcular la fuerza electromotriz en cada rama de un circuito cuando se conoce las corrientes que circulan por cada una de ellas y su resistencia.—Son, por tanto, leyes muy importantes para la industria.

Es necesario no olvidar que toda corriente que sale de un nudo es equivalente a una igual negativa que concurre a ella; y que una fuerza electromotriz tomada en cualquier sentido es equivalente a una elevación de potencial en aquel sentido. Además, las corrientes que se dirigen al centro de distribución, serán consideradas como positivas; y negativas, en el caso contrario.

Según estas leyes, puede calcularse aisladamente la resistencia R del conductor formado por el conjunto de ramificaciones reunidas por sus extremos en A y A', cuya resistencia está definida por la relación:

$$V-V'=RI \qquad [3]$$

Si despejamos i_1, i_2,...... en la fórmula [2] y sustituímos en la [1], da:

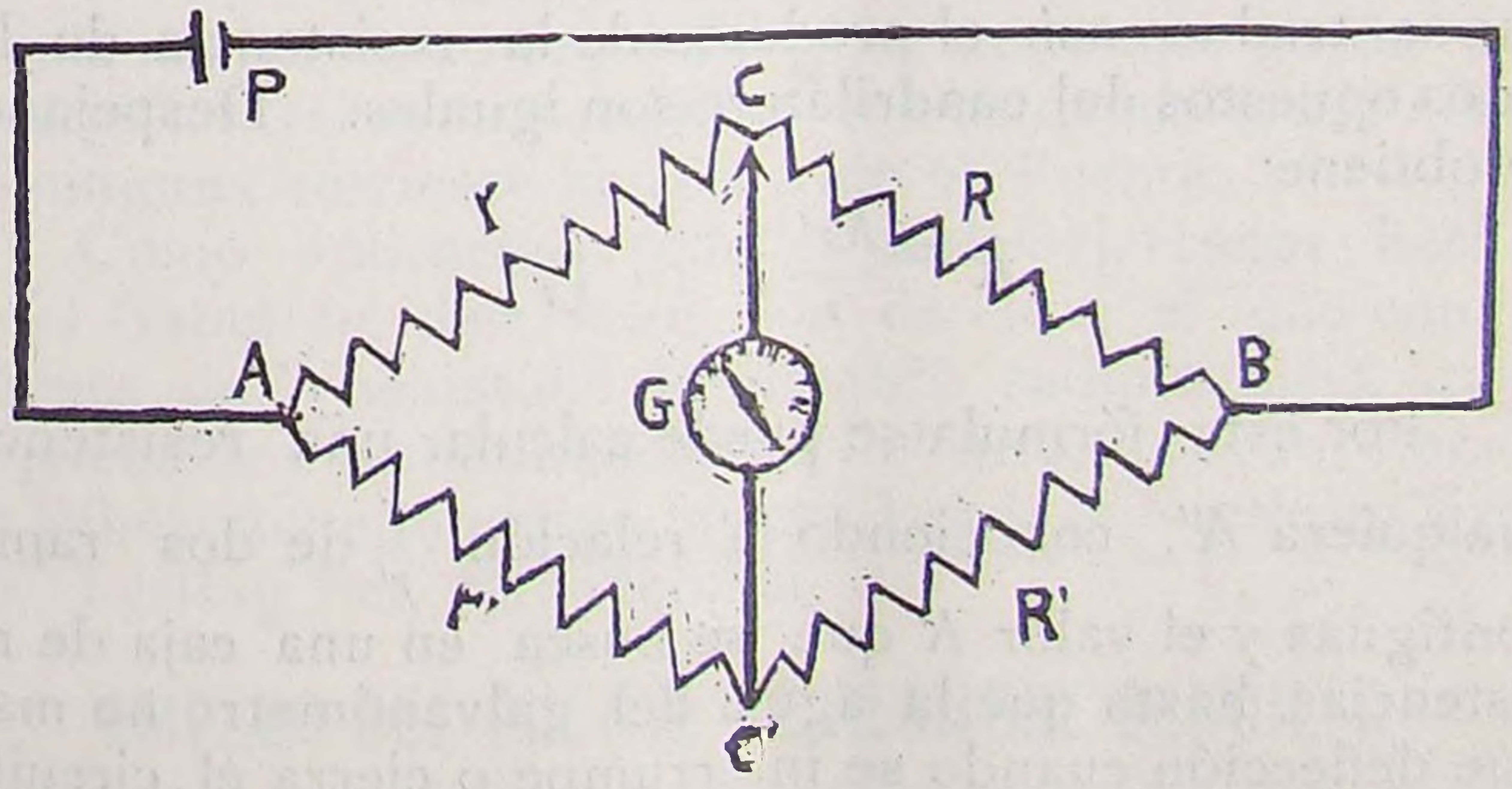
$$\frac{V-V'}{r_1}+\frac{V-V'}{r_2}+\frac{V-V'}{r_3}+\dots=V-V'\left(\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}+\frac{1}{r_3}+\dots\right) \quad (4)$$

Si sustituímos el valor $V-V'$ de la fórmula [3] y dividimos ambos términos por RI, resulta:

$$\frac{1}{R}=\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}+\frac{1}{r_3}+\dots\dots \qquad [5]$$

La cantidad R, definida por esta ecuación, se llama la *resistencia equivalente*, siempre que no exista ninguna fuerza electromotriz, cuyo valor es la suma de las resistencias inversas individuales.

La distribución industrial de la energía eléctrica conduce a menudo al empleo de canalizaciones complicadas, para el estudio de las cuales las leyes de Kirchhoft prestan preciosos servicios, y uno de ellos es la comparación de resistencias por medio del indicado puente. He aquí el principio:—Sean R, R', r, r' las resistencias de las cuatro ramas del circuito cuadrilátero, situadas cabo a cabo en cadena cerrada, cuyos vértices son



A, B, C, C'. Las uniones opuestas A y B están en comunicación con los polos de una pila; las dos letras

C y C' son reunidas por un hilo en el cual está intercalado un galvanómetro que permite descubrir el paso de una corriente, si tiene lugar la deflexión de la aguja. El valor de la corriente, en cualquiera de las cuatro ramas, se puede calcular en cuanto se conoce la fuerza electromotriz de la pila, su resistencia y la del galvanómetro: cuando las cuatro resistencias son arregladas de tal manera que ninguna corriente circula en el puente $C\,C'$, entonces existe entre ellas una relación muy simple. En efecto, para que no pase corriente por el galvanómetro, es preciso que no haya diferencia de potencial entre sus terminales C y C', y la corriente tiene una misma intensidad i en las ramas R y r; también la misma intensidad i' en las ramas R' y r'; que es la aplicación de la primera ley de Kirchhoff.—Ahora la caída de potencial tiene valores iguales de A a C y de A a C', e iguales también de C a B y de C' a B. Aplicando la segunda ley relacionada a los contornos cerrados $ACC'A$ y $CC'\,BC$, permite establecer las siguientes igualdades:

$$ir = i'r' \text{ y } iR = i'\,R'$$

que dividiendo miembro por miembro se obtiene:

$$\frac{r}{R} = \frac{r'}{R'} \text{ y también: } rR' = Rr' \qquad [6]$$

que se traduce así: el producto de la resistencia de los lados opuestos del cuadrilátero son iguales. Despejando se obtiene·

$$R' = \frac{Rr'}{r} \qquad [7]$$

Por esta fórmula se puede calcular una resistencia cualquiera R', conociendo la relación $\frac{r}{r'}$ de dos ramas contiguas y el valor R que se busca en una caja de resistencias, hasta que la aguja del galvanómetro no marque deflección cuando se interrumpe o cierra el circuito.

La forma más sencilla del Puente de Wheatstone, según se ve en la figura, es por consiguiente un alambre de sección transversal uniforme con resistencia $r+r'$ y una resistencia patrón R fija. Se puede, en vez de variar R, variar la relación $\frac{r}{r'}$, cambiando de posición el punto C a lo largo del alambre, hasta que se obtenga un valor para $\frac{r}{r}$, que anule la corriente en el galvanómetro. Entonces se deducirá de las longitudes de los dos brazos en que divide el terminal móvil al alambre, la resistencia desconocida. El valor de la resistencia de R^1 que se quiere determinar será:

$$R' = \frac{l}{l'} R \qquad [8]$$

siendo l y l' las longitudes de los dos brazos del alambre. De modo que con tener una resistencia bien calibrnda, se puede medir cuantas veces sea necesario.

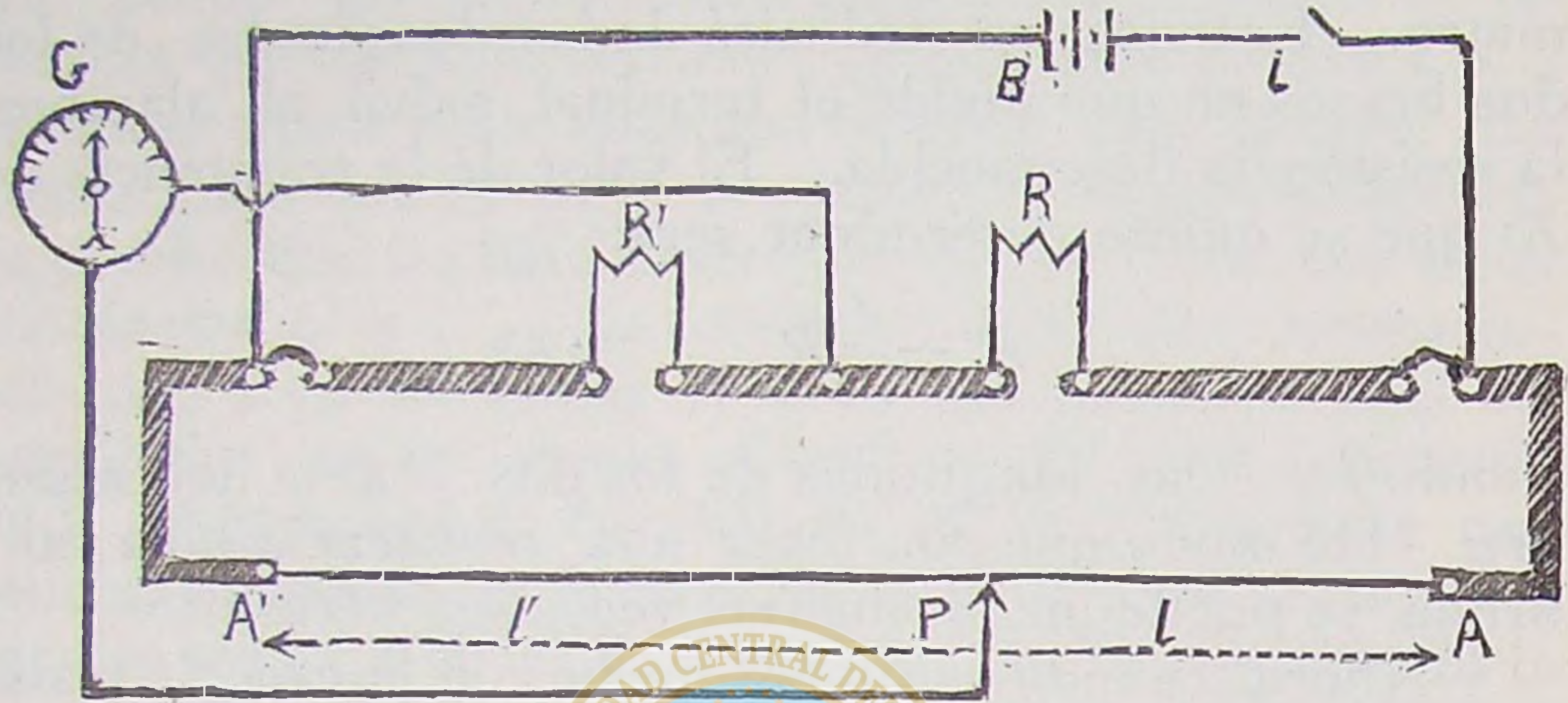
Ahora, cuando se quiera medir con la caja de resistencias se conjetura si la resistencia es débil o fuerte: si débil, se sitúa una resistencia de 10 ohms. en r, y de 100 a 1000 ohms. en r'; el valor de R es entonces el décimo o el centésimo de R'. Para cuando la resistencia sea fuerte, se hace lo inverso. Gracias a este artificio, una caja de 10.000 ohms. permite medir todas las resistencias comprendidas entre un centésimo y un millón de ohms.

Nota.—Si no se tiene a la mano un galvanómetro, y si la medición no requiere gran exactitud, puede emplearse un receptor telefónico que se queda mudo cuando ninguna corriente ha recorrido el Puente.

Como aplicación práctica de los ejercicios hechos en el Gabinete, describiré dos de ellos: el úno con el Puente de Wheatstone de alambre rudimentario, cuyo esquema doy a continuación; y el ótro, con un Puente de Wheatstone moderno, marca Leeds & Northrup Type "S" Testing Set, Philadelphia.

EMPLEO DEL PUENTE DE ALAMBRE SENCILLO

Primer Experimento. — Sea de medir la resistencia de una bobina cuyo diámetro es 0,56 metros, por medio del Puente de Wheatstone. Según la disposición de la figura, B es una batería y G un galvanómetro; R la resistencia conocida, que para este experimento vale 2,5 ohms., y R' el punto donde hemos conectado la bobina, que forman los dos brazos del puente; mientras que



el alambre $A\ A'$, de diámetro uniforme, constituyen los otros dos brazos. Con la llave P, movible a lo largo del alambre, busquemos un punto de equilibrio en el que la aguja del galvanómetro no marque deflexión.

En varios ensayos encontramos las siguientes distancias:

l'	l
0,749	0,251
0,751	0,249
0,752	0,248
0,751	0,249

Con estos tres datos: 2,5 (resistencia conocida), 0,75075 y 0.24925, promedios de las varias lecturas, podemos formular la siguiente proporción, aplicando la fórmula [8]:

$$\frac{2,5}{R'} = \frac{0,75075}{0,24925}$$

de donde:
$$R' = \frac{2,5 \times 0,24925}{0,75075}$$

$$R' = 0,83000$$

El alambre del carrete tiene 0,0013 m. de sección, alambre que los fabricantes llaman "del Nº 18", cuya resistencia por pie lineal es 0,006374 (Mathiessen Standard). Si dividimos la resistencia total por la resistencia de cada pie, tendremos el número de pies:

$$\frac{0,830000}{0,006374} = 130,200 \text{ pies.}$$

que, reducidos a metros, equivalen a 39,695 m.

Si el diámetro del carrete mide 0,56 m., cada vuelta tendrá 1,76 m.; y el total, 22,55 vueltas.

Segundo Experimento. — *Empleo del Puente Wheatstone, tipo industrial.*—Sea de medir la resistencia de la misma bobina, sirviéndonos de un Puente de Wheatston moderno, marca Leeds & Northrup Type "S" Testing Set.

Las partes constitutivas son las mismas en éste como en el aparato anterior, sólo que su disposición está arreglada para usos industriales, como se ve en la figura siguiente:

Cerradas las llaves VR y BA, de manera que las llaves presenten esta anotación, conectamos la bobina con los puntos X_1 y X_2; y las llaves R y BA a la corriente de cualquier generador. La llave del disco de proporciones P se coloca según las indicaciones siguientes: — si la resistencia es: —

menor de 10	ohms.,	la	aguja	debe	señalar	0,001
de 10 a 100	"	"	"	"	"	0,01
" 100 " 1000	"	"	"	"	"	0,1
y " 1000 " 10000	"	"	"	"	"	1,00

En los discos de equilibrio se va probando un punto tal que indique que hay equilibrio en la corriente. Hay que advertir que debe empezarse por el disco que señala los miles, luego con el de los cientos, y así en orden descendente. Entonces se lee lo que indican los índices de los diferentes discos; la cantidad que resulta se multiplica por el número dado en el disco de proporciones, según esta fórmula:

$$X = A\,R,$$

en la cual A es la cantidad señalada en el disco de proporciones y R el número que indican los discos de equilibrio; este producto da la resistencia. — Los valores de este ejemplo dan el siguiente resultado:

$$X = 0{,}001 \times 820 = 0{,}820000 \text{ ohms.}$$

Como se ve, este valor es diferente del anterior; y hay que adoptarlo como el más preciso, puesto que lo es también el aparato de medida.

Averigüemos como antes la longitud del conductor de la bobina, teniendo en cuenta el número del alambre y su resistencia por pie lineal. Entonces:

$$\frac{0{,}820000}{0{,}006374} = 128{,}647 \text{ pies;}$$

en metros: 39,221.

Gr
VR
R
Ba+
Ba-
Ga+
Ga-
M1000
M100
M10
10000
1000
100
10
1
01
001
1000
100
10
1
G
GA
B
BA
X1
X2

Como el diámetro de la bobina es 0,560 m., cada vuelta medirá:

$$3,1416 \times 0,560 = 1,759 \text{ m.}$$

y el total de ellas es 22,28.

DISCUSION DE LOS RESULTADOS

CON APLICACIÓN A LA TEORÍA DE LOS ERRORES

La limitada perfección de que podemos dotar a los aparatos que sirven como instrumentos de medida, y son empleados en observaciones científicas y usos industriales, nos obligan a concluir lógicamente que los resultados serán más o menos exactos, según lo sean también los aparatos de que nos hemos servido; debiendo, además, tenerse en cuenta la falta de exactitud en las apreciaciones del observador; apreciaciones que varían con el individuo, y se conocen con el nombre de "ecuación personal." De todo lo cual se deduce que nunca podemos llegar a *la exactitud matemática* en ninguna clase de observaciones.

Así, pues, llamaremos preciso un resultado cuando se halle provisto de la mayor seguridad, por haberse eliminado las fuentes de errores y haber hecho las correcciones debidas. Y será exacto cuando el grado de precisión se halle muy cerca del valor efectivo; por consiguiente, el acercamiento o alejamiento de este límite dará la medida de precisión. El mayor grado de precisión se conseguirá con el mayor número de observaciones: mientras más sean las observaciones será menor el error probable, y viceversa.

El alemán Dr. Hagen, uno de los más grandes ingenieros hidráulicos del siglo pasado en su libro titulado "Grundzüge der Wahrscheinlichkeitsrechnung" publicó por primera vez en Berlín en 1837 los principios de la Teoría de los Errores o de los "Cuadrados Mínimos", como él llamaba. De los trece experimentos que presentó Hagen es indudablemente, según el parecer de los entendidos, uno de los mejores trabajos que se habían hasta entonces publicado.

DEFINICIÓN DE ERROR.—*Error es la diferencia entre el verdadero valor de una cantidad y el encontrado en una observación.*—Si el valor efectivo excede al valor observado, el error es *positivo;* pero si es inferior, es *negativo.*

CLASIFICACIÓN DE LOS ERRORES—Están divididos en cuatro categorías: 1º Constantes, 2º de Método, 3º Personales y 4º Accidentales.

1º Errores constantes son aquellos que bajo las mismas circunstancias tienen los mismos valores y que, hablando estrictamente, no son errores sino resultados de las leyes naturales. Tales son, por ejemplo, el efecto de la temperatura que cambia la longitud de una varilla que se trata de medir; el resultado del uso de instrumentos que no han sido arreglados precisamente. Todos éstos pueden eliminarse de las observaciones usando métodos e instrumentos adecuados, y sobre todo aplicando las teorías usadas que se encontrarán más adelante.

2º Errores de Método son los que provienen, por ejemplo, de las escalas que adoptamos para nuestra observación; puesto que a una escala mayor corresponde mayor aproximación en la apreciación de las fracciones.

3º Los Errores Personales son los que se cometen por causas fisiológicas especiales de cada individuo, como defectos en la vista, cansancio del observador, etc.

4º Errores Accidentales son aquellos que permanecen después de haber eliminado los constantes; por ejemplo: los errores de nivelación provienen de las súbitas expansiones y contracciones del instrumento, de los efectos del viento, de las visuales observadas a través de un río, y de las anomalías y cambios de la refracción de la atmósfera.

Los errores producidos por causas desconocidas, cuyas leyes de acción nos son también desconocidas pueden discutirse por las leyes de las probabilidades, cuyas generalidades damos a continuación.

PRINCIPIOS SOBRE PROBABILIDADES

La palabra *probabilidad* en Matemáticas denota una fracción comprendida entre la unidad y cero que indica nuestra seguridad en la ocurrencia de un resultado. Si éste acontece con exactitud su probabilidad es 1; si lo contrario, la probabilidad es 0; entre estos límites, los resultados pueden tener varios grados de confianza y de probabilidad.—Ejemplos: La probabilidad que tenemos de que mañana se levanta el sol es $\frac{2190001}{2190002}$ [el número de días en que, desde su creación, ha visto el hombre salir el sol sobre el mismo número más el siguiente día cuya probabilidad tratamos de encontrar], es decir, casi una certeza. La probabilidad de sacar un *as* al tirar un dado es de $\frac{1}{6}$. Para el poseedor de un billete, la probabilidad de obtener un premio de los veinte sorteados en la próxima lotería de $ 30.000, cuyo número de billetes es de 60.000, es $\frac{20}{60000} = \frac{1}{3000}$.

LEYES.—1ª—*La probabilidad de la ocurrencia de un resultado es una fracción cuyo numerador es el número de casos en que el resultado puede acontecer, y cuyo denominador es el número total de los casos posibles: siendo todos los casos igualmente probables.*

2ª—*La probabilidad de la ocurrencia de un resultado más la probabilidad de los fracasodos es igual a la unidad.*

3ª—*La probabilidad de la ocurrencia de varios resultados independientes es igual al producto de las probabilidades parciales.*

4ª—*El resultado más probable es aquel que tiene la mayor probabilidad entre todas las probabilidades de los resultados posibles.*

LA PROBABILIDAD DE UN ERROR

En una serie de observaciones hechas con cuidado, la probabilidad de un error pequeño es grande, y pequeño de un grande.

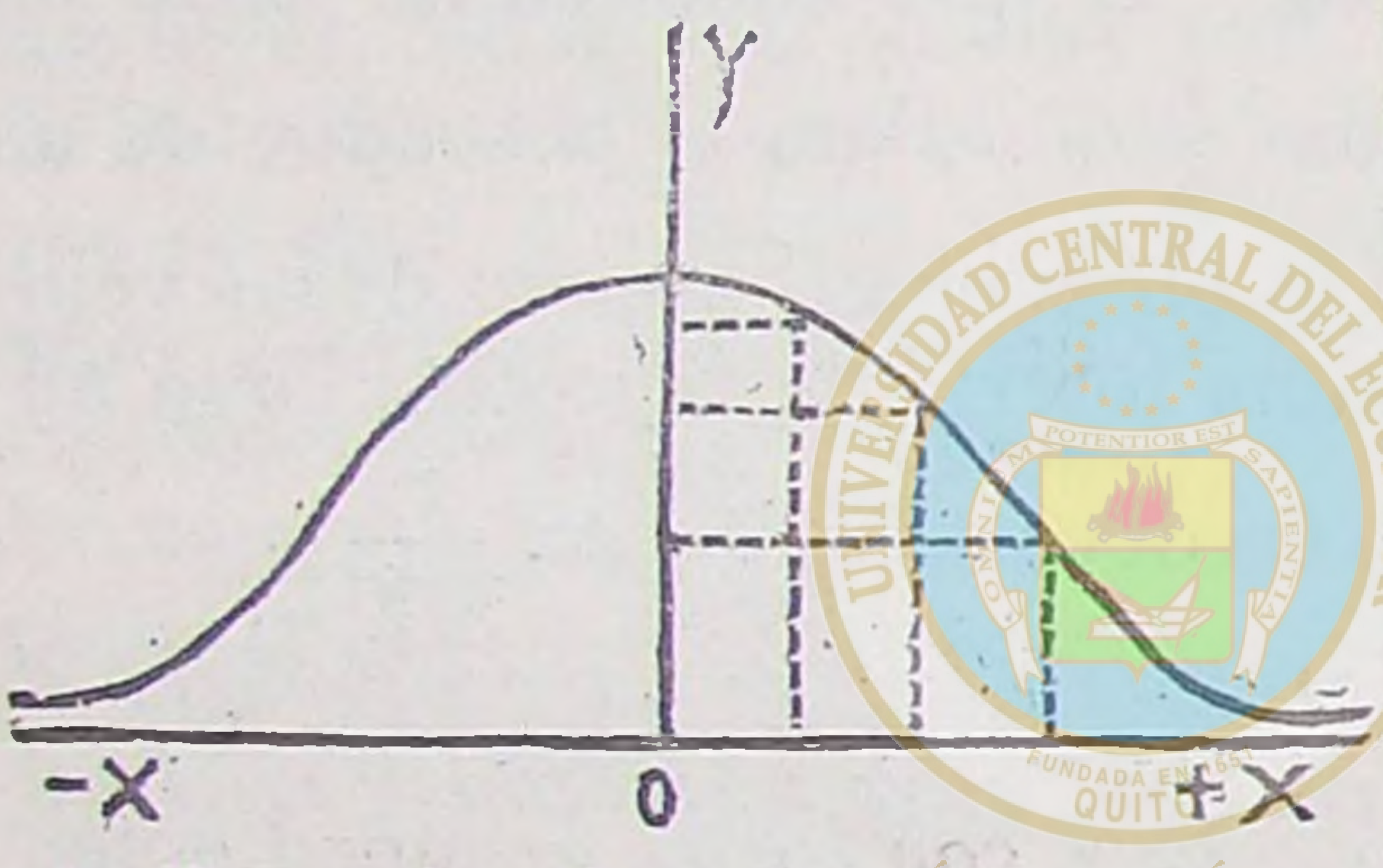
La probabilidad de un error es una función del error; de tal manera que si x representa un error y y su probabilidad, se puede escribir:

$$y = f(x)$$

en la cual y es una función de x.

Considerando x como abscisa y y como su correspondiente ordenada, la ecuación $y = f(x)$ representa una curva.

Dando diferentes valores a estas dos variables desde un máximum a un mínimum, se obtiene una suma de puntos que unidos por una línea continua da la curva. Estudiana la curva, se ve que cuando la abscisa $x = 0$, la ordenada y es igual a un máximum, es decir que será un error nulo, y su frecuencia máxima; pero, a partir de este punto, la frecuencia va disminuyendo, mientras aumenta la magnitud del error. La curva se acercará cada vez más al eje de las abscisas sin llegar jamás a juntarse sino en el infinito, es decir se trata de un asíntota.



Puede suceder que los valores atribuídos a las variables sean negativos, entonces se formaría otra curva simétrica de la primera y con idénticas propiedades, situada al otro lado del eje $O\ Y$; luego los errores pueden ser igualmente positivos y negativos.

Si podemos hallar el valor de $\varphi(x)$, de suerte que la frecuencia y de un error x es dada directamente en términos de x nosotros tendríamos la ecuación de la curva que nos representará las leyes de las probabilidades del error. La ecuación es:

$$y = c\ e^{-h^2 x^2}$$

siendo c y h constantes, e, base de los logaritmos neperianos, igual 2,71828, fórmula que por primera vez la demostró Hagen basado en la siguiente hipótesis: Un error accidental de una observación proviene de la combinación de un gran número de pequeños errores elementales, los cuales son todos iguales y cada uno de ellos pueden ser igualmente positivos o negativos.

Discusión de la ecuación.—Sea la ecuación:

$$y = c\, e^{-h^2 x^2} = \frac{c}{e^{h^2 x^2}}$$

y es la probabilidad del error x. El valor máximo de y se consigue cuando $e^{h^2 x^2}$ es lo más pequeño posible; lo que ocurre cuando $x=o$; y es entonces igual a c, y para cualquier valor de x, y es una fracción de c. Esto concuerda con el requisito de que para errores pequeños la probabilidad es mayor. Cuando x decrece numéricamente, e decrece rápidamente, y cuando x es grande, y es excesivamente pequeño; y esto concuerda con el axioma que un gran error ocurre rara vez.

Computando el valor de y con los correspondientes valores de x, y considerando c y h como unidad se puede tener una idea clara de la curva. A continuación damos algunos valores de x y de y:

Para $x=$0,0	$y=$1,
0,2	0,9608
0,4	0,8521
0,6	0,6977
0,8	0,5273
1,0	0,3679
1,2	0,2370
1,4	0,1409
1,6	0,0773
1,8	0,0392
2,0	0,0183
3,0	0,0001
∞	0,0000

La hipótesis de arriba nos enseña que c debe ser fracción infinitamente pequeña: la probabilidad de la ocurrencia de un error poarticular, siendo parte fraccionaria de c, es entonces extremadamente pequeña. Pero la suma de todos los valores posibles de y es igual a la unidad.

PRINCIPIO DE LOS CUADRADOS MÍNIMOS.—Hemos dicho ya que cuando se trata de un número de observa ciones hechas para determinar el valor de ciertas cantidades, no se obtienen sino valores aproximados del verdadero, los que darían el valor más probable.

El principio anterior de la probabilidad del error proporciona una regla general para la determinación del error más probable de cantidades observadas. Supongamos que las observaciones sean igualmente exactas o hechas con igual precisión; entonces las constantes c y h, que miden aquella precisión tienen que ser las mismas para todas las observaciones. Supongamos un error de observación, el cual es la diferencia entre las mediciones y el valor verdadero, denotando por x_1, x_2, x_3,... .... estos errores.

Ahora si x es uno de los errores y y su probabilidad, la ley del error arriba deducida da:

$$y = c\, e^{-h^2 x^2}$$

Entonces para los errores x_1, x_2, x_3, ...tenemos:

probabilidad del error $x_1 = y_1 = c\ e^{-h^2 x^2_1}$

" " " $x_2 = y_2 = c\ e^{-h^2 x^2_2}$

" " " $x_3 = y_3 = c\ e^{-h^2 x^2_3}$

" " " ... ...

Por la tercera ley de las probabilidades se tiene:

$$y_1 \times y_2 \times y_3 \times \ldots\ldots = c\, e^{-h^2 x^2_1} \times c\ e^{-h^2 x^2_2} \times c\ e^{-h^2 x^2_3} \times \ldots\ldots$$

Si el producto designamos por P:

$$P = c\, e^{-h^2 (x^2_1 + x^2_2 + x^2_3 + \dots\dots)}$$

que es la expresión para la probabilidad de los errores cometidos en los sistemas particulares. Ahora la serie de errores más probable es el que tiene la mayor probabilidad entre todas ellas de todos los sistemas posibles. El sistema más probable es el que para el producto P da un máximum; y en la expresión anterior será máximum cuando el exponente de e sea un mínimum. Así

$$x^2_1 + x^2_2 + x^2_3 + \dots\dots = \text{un mínimum.}$$

El error definido por esta expresión se llama *error de residuo*, distinguiéndose de los verdaderos errores. Como estos errores son funciones de las cantidades observadas, y el sistema de errores más probable corresponde al sistema de valores también probables, se deduce el siguiente principio: *El valor más probable de cantidades medidas varias veces con igual precisión es aquel que se deduce de la suma de los cuadrados mínimos de los mínimos errores de residuos.*—Es por lo que se le ha dado a este sistema de cálculo de probabilidades el nombre de "Teoría de los Cuadrados Mínimos."

Exactitud de una serie de mediciones

Supongamos que hayamos tomado n mediciones de cualquier objeto comensurable. Llamemos esta serie de observaciones: a

$$a_1,\ a_2,\ a_3, \dots\dots\dots a_n.$$

que tendrán un grado igual de probabilidad. Si tomamos la media aritmética

$$m = \frac{\Sigma\, a}{n}.$$

Con los valores numéricos tomados en el primer experimento del Puente dá:

$$m = \frac{0,749+0,751+0,752+0,751}{4} = 0,75075$$

que es el término medio del primer brazo del Puente; para el segundo tendremos que restar de la unidad, y dá: 0,24925; números que representan los valores medios empleados en la fórmula [8].

Las cantidades 0,75075 y 0,24925 son los mejores valores representativos de los resultados, sin embargo de que pueden tener errores constantes de método.

La diferencia de una observación y del término medio se llama la desviación, que es un valor determinado, pero que nos dará la magnitud del valor accidental y no del error constante.

Con los valores numéricos de las series de observaciones del Puente sencillo, la desviación es:

Lectura de la observación	Promedio	Desviación
0,749	0,75075	+0,00175
0,751	—	—0,00025
0,752	—	—0,00125
0,751	—	—0,00025

Ahora bien, si sumamos todas las desviaciones y dividimos por su número obtendremos evidentemente la *desviación media*, está representada por la ecuación:

$$d.\ m. = \frac{\Sigma\ d}{n}$$

$$d.\ m. = \frac{0,00175+0,00025+0,00125+0,00025}{4} = 0,000875$$

Es de observar que se hace caso omiso del signo.

Se ve que esta *desviación media*, que la designaremos por $D.\ M.$, tiene un grado más de probabilidad que una sola observación; p r consiguiente confiaremos más del término medio que de una sola observación.

Estudiando la teoría de las probabilidades se llega a la demostración que la media aritmética de n observaciones es $\sqrt{n}$ veces más exacta que una sola operación; ahora siendo la desviación de una serie $d.\ m.$, la desviación del término medio variará de $\frac{1}{\sqrt{n}}$; de donde se deduce que

$$D.\ M. = \frac{d.\ m.}{\sqrt{n}};$$

sustituyendo con los valores numéricos:

$$D.\ M. = \frac{0{,}000875}{\sqrt{4}} = 0{,}0004375.$$

Esta cantidad da el valor numérico de la inseguridad del término medio de una serie de observaciones, siempre que se trate de valores accidentales.

Esta desviación media $D.\ M.$ se expresa ya sea en fracción o en porcentaje, pero en las mismas unidades que la cantidad en observación.—Por ejemplo, en nuestro experimento, tenemos un valor de 0,75075 con desviación media de 0,0004375; entonces la $D.\ M.$ en fracción se expresa por:

$$\frac{0{,}0004375}{0{,}75075} = \frac{43{,}75}{75075};$$

es decir, un tanto por ciento=0,058.

Efecto resultante de los errores independientes.—Consideremos errores independientes unos de otros, pero deducidos de una misma observación; se trata de saber cuál será el error final probable. Sean:

$$e_1,\ e_2,\ e_3 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

los errores independientes.—La teoría de las probabilidades nos indica para este caso que el error final es igual a la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de los errores independientes; cuya expresión es:

$$E=\sqrt{e^2_1+e^2_2+e^2_3+\ldots\ldots\ldots}$$

Ejemplo: Con los mismos datos de nuestro ensayo, cuyo término medio de una serie de observaciones es 0,75075, y la *D. M.*=0,0004375, y sea 0,01 % el error correspondiente a la apreciación de las fracciones de las escalas, y de 0,004 % el error cometido por falta de uniformidad en la sección transversal del alambre del Puente de Wheatstone; se pregunta cuál es la medida de precisión de la longitud.

Sustituyendo en la fórmula anterior, y expresando todos los términos en porcentaje, se tiene:

$$E=\sqrt{\left(\frac{100\times 0,0004375}{0,75075}\right)^2+(0,01)^2+(0,004)^2}$$

$$E=0,05826\ \%$$

Se ve que este último resultado tiene un error probable muy pequeño de 0,06 de 1 %, aproximadamente.

REGLAS PARA ELIMINAR NÚMEROS SUPERFLUOS

En los casos numéricos anteriores, hemos encontrado alguna vez, efectuadas las operaciones, resultados con muchas cifras decimales, sin que sepamos hasta qué número de cifras debemos considerar para obtener un resultado mejor. Entonces para proceder con acierto debemos tener en cuenta las siguientes reglas que nos dan los diversos casos que se presentan en la práctica:

Regla I.—Para eliminar números superfluos en la parte decimal de una cantidad se aumenta en una unidad la última cifra del número, si la cifra siguiente es 5 o más de 5.

Ejemplo: — En el párrafo anterior, al calcular la *D. M.* para la observación *p* dió por resultado 0,000235 que se transforma en 0,00024, si es que no haya de considerarse el 5.

Regla II.—En todas las medidas de desviación y de precisión, se conserva solamente dos cifras significativas. Si la primera cifra significativa en la medición de precisión es tan grande como 8 o 9, esto quiere decir que las cifras a la derecha son inseguras en 80 o 90 unidades, en cuyo caso es suficiente considerar sólo una cifra significativa en la medición de precisión.

Así: si *D. M.* $=0,93$, se emplea, *D. M.* $=0,90$.

Regla III.—Es necesario considerar el mismo número de cifras en un resultado medio que el de las cifras significativas en la medida de precisión.

Ejemplo:—Si se tiene una medida de precisión $m=452,214$, siendo *D. M.* $=2,3$, se hará $m=452,2$; es decir, no se tomará más cifras decimales que las que tiene *D. M.*—Sea esta otra observación, siendo $m.=1,3653$ y *D. M.* $=0,021$; luego, $m=1,365$.

Regla IV.—En la adición o substracción de un número de cantidades, se busca la *D. M.* de cada cantidad (en fracción decimal) y se considera en cada una el mismo número de decimales que corresponden a la última de las cifras significativas de la *D. M.* máxima.

Ejemplo:—En la serie de observaciones de los ensayos para medir la resistencia de la bobina, teníamos:

0,749	cuya *D. M.*	es	0,00175
0,751	,,	,,	0,000251
0,752	,,	,,	0,001254
0,751	,,	,,	0,000252

Para la *D. M.* no debemos considerar sino:

0,00175
0,00025
0,00125
0,00025

REGLA V.—En la multiplicación y división, el porcentaje de precisión del producto o cuociente no puede ser más grande que el tanto por ciento de precisión del factor menos preciso que entra en el cálculo. Por consiguiente en los cálculos de precisión se determina el porcentaje de precisión del factor menos seguro.

Si este factor es:

1% se toma 4 cifras significativas
$\frac{1}{10}\%$ " " 5 " "
$\frac{1}{100}\%$ " " 6 " " .

Ejemplo:—Sean los números:

13.00 cuya *D. M.* $=0,97\%$
25.51 " " $=0,36\%$
5.6875 " " $=0,0182\%$

Si hubiera que multiplicar estas cantidades, no se toma sino 5 cifras decimales, puesto que el tanto por ciento de la observación menos precisa es mayor que $\frac{1}{10}$, luego

$$13{,}00 \times 25{,}51 \times 5{,}6875 = 1886{,}14562.$$

NOTA.—No hemos discutido los resultados de nuestro segundo experimento, por motivo de que en varios ensayos nos dió el mismo resultado; todas las lecturas fueron iguales.

ABEL S. TROYA.
(Estudiante de 5º Año de Ingeniería.)