Análisis de una bóveda con las curvas de influencia

Este método se emplea generalmente cuando se trata de una bóveda muy rebajada y con curvas de intradós y extradós paralelas.

Se usa la curva de influencia para encontrar los momentos de las fuerzas que actúan a cada lado de la sección peligrosa. Por lo demás poco difiere del ordinario. Sin embargo vamos a indicar brevemente las operaciones que se efectúan.

Dimensiones.—Son las anotadas en el plano. El espesor lo hemos obtenido, para un primer ensayo, mediante la fórmula empírica de Trautwine que suele dar buenos resultados

$$e = \frac{\sqrt{R + \frac{1}{2} l}}{7{,}244} + 0{,}061$$

Muros de enjutas.—Tienen 0,50 metros de altura en la clave, siendo horizontal su parte superior AD, aunque en muchos casos puede tener gradiente.

Sobrecarga.—Hemos supuesto el caso de un puente de carretera de mediana circulación y adoptado la sobrecarga de 600 kilos por metro cuadrado, sobrecarga que la hemos dibujado como de mampostería de ladrillo, cuya altura se obtiene por $\frac{s}{d}$, siendo s el volumen de la sobrecarga en metros cúbicos y d la densidad de la mampostería $= \frac{0,600}{2,2} = 0$ m. 27 y a la escala del dibujo $= 0$ m 0054.

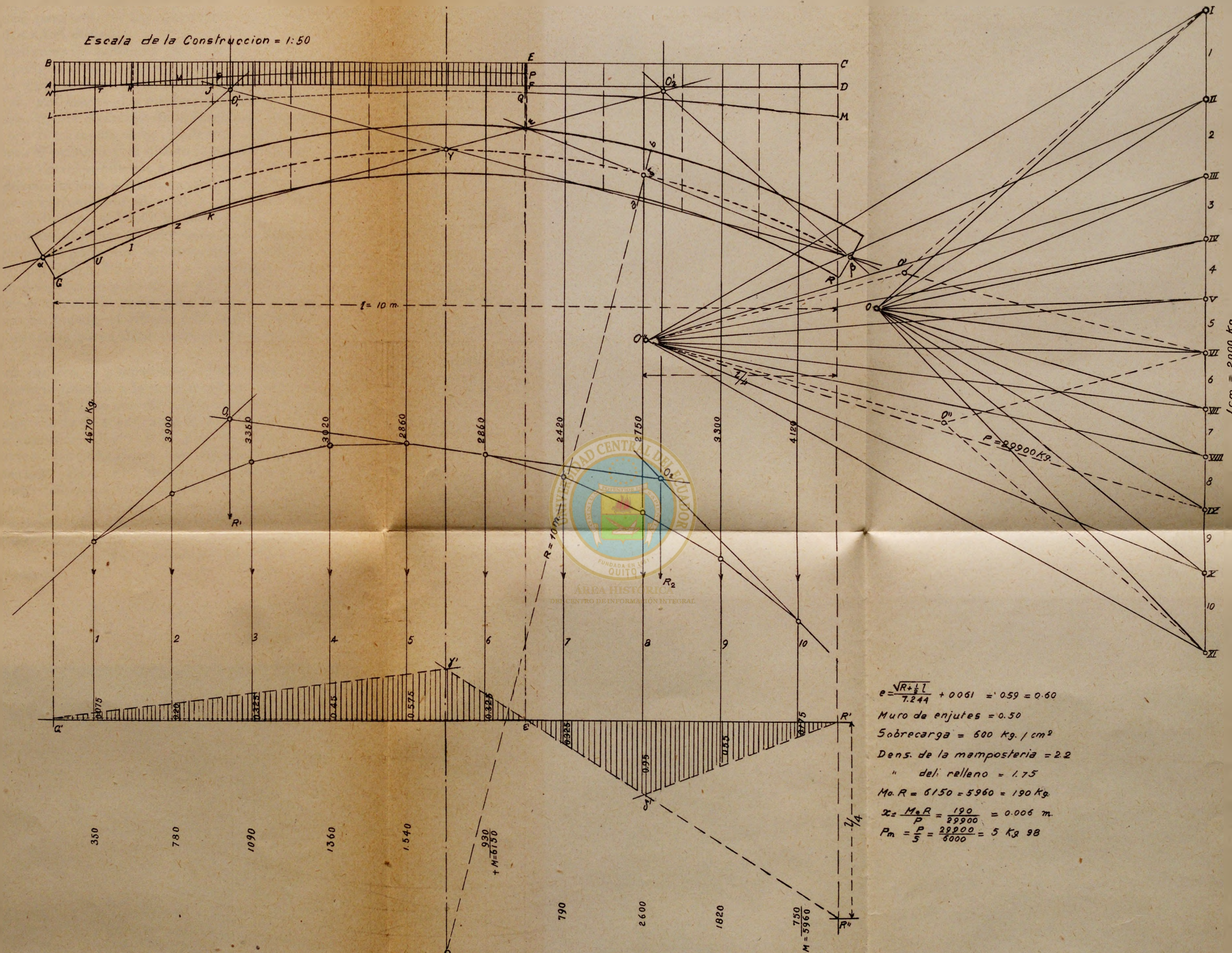
Unión de ruptura. —Aproximadamente se obtiene la unión de ruptura, a cualquier lado, dividiendo la semiluz del mismo en dos partes iguales y levantando la perpendicular desde el punto de división hasta encontrar el medio δ del espesor de la bóveda; la unión buscada es *ab* en dirección del centro del arco.

Posición más peligrosa de la sobrecarga.—También aproximadamente se obtiene el límite de la sobrecarga para dicha posición, levantando la perpendicular desde el punto ε de intersección de la línea que une el medio β de un arranque y la mitad δ de la unión de ruptura, con la que une el medio α del arranque del otro lado con la mitad de la clave γ.

Sólido homogéneo.—Como el relleno sobre la bóveda es de tierra, y por lo tanto de distinta densidad del resto de la construcción, dicho relleno se lo reduce a mampostería. Para lo cual se divide el trazado en varias secciones AGHI, etc. de 1 metro de latitud (pudiendo tener cualquier otra); se mide la longitud la división, se multiplica por la densidad del relleno de tierra y el producto se lo divide por la densidad de la mampostería.

$$\frac{l\ d}{d'} = l'$$

Las magnitudes que así resultan nos dan las alturas reducidas a mampostería. Y así la línea anterior AD se cambia por la quebrada L . . . M. Si trasladamos ahora la sobrecarga sobre esta última línea, tendremos al fin el sólido homogéneo GNPQMR.



$e = \frac{\sqrt{R + \frac{1}{2} l}}{7.244} + 0061 = 0.59 = 0.60$

Muro de enjutes = 0.50

Sobrecarga = 600 Kg. / cm²

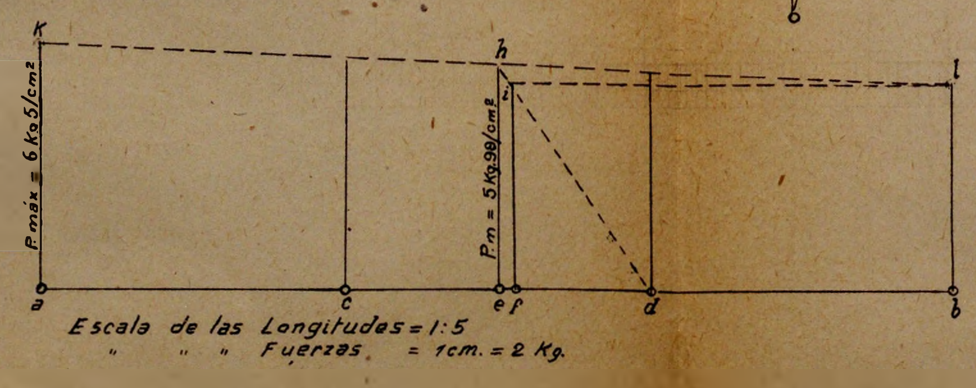
Dens. de la mamposteria = 2.2

" del relleno = 1.75

Mo. R = 6150 = 5960 = 190 Kg.

$x = \frac{M_o R}{P} = \frac{190}{29900} = 0.006$ m.

$P_m = \frac{P}{5} = \frac{29900}{6000} = 5$ Kg 98



Análisis de una Bóveda con las Curvas de Influencia.

Sergio E. Orejuela V.
Ing. Civil.

Diciembre de 1919

Composición de fuerzas.—Las fuerzas que debemos componer son los pesos de las diversas partes GNHI, IHSK, etc. Como el estudio se lo hace sólo por el espesor de 1 metro y la latitud de estas secciones es también de 1 metro, bástanos multiplicar las alturas medias TU, VZ, etc· de cada parte por la densidad de la mampostería, para conocer los diferentes pesos que están anotados en el dibujo.

Con el polígono de sumación de polo arbitrario o se trazan los polígonos funiculares parciales de vértices o_1 y o_2 que nos dan los respectivos resultados R_1 y R_2.

Curva de presiones.—La intersección de la línea $\beta\gamma$, prolongada, con la dirección de la resultante R_1, nos da un punto o'_1; si trazamos $\alpha\, o'_1$, podemos considerar $\alpha o'_1$ y $\gamma o'_1$, como el primero y el último lados de un polígono funicular correspondiente a las fuerzas 1, 2, 3, 4 y 5. Lo mismo tocante a las líneas $\beta o'_2$ y $\gamma o'_2$.

El punto o'_1 corresponde al polo o' obtenido trazando IO′ paralelo a $\alpha o'_1$ y VI O′ paralelo a $\gamma o'_1$.

Análogamente al punto o'_2 corresponde al polo o'',

Para obtener el polígono de sumación simétrico. trazamos $o'\, o''$ paralelo a $VI\, o''$ y $o''\, o'''$ paralelo a VI o′.

Con este polígono de polo o‴ se traza la curva de presiones que comenzando por α pasa por γ y termina en β. Si esto no sucede, el dibujo está mal ejecutado. Para la estabilidad la curva debe permanecer en el tercio medio.

Curva de influencia y momentos.—Para obtener la curva de influencia relativa a la sección *ab*, se toma $G'R' = l$, $R'R'' = \frac{1}{4}\, l$, se une R'' con ε' (proyección de ε) se prolonga hasta γ' y se trazan R′ δ' y G′ γ'. Tenemos así la superficie G′ γ' ε' δ' R′ ε' la cual nos permitirá encontrar las distancias de influencia de las diversas fuerzas. Para obtener los momentos de cada fuerza con relación a la sección *a b* basta multiplicar cada fuerza por la parte de su dirección interceptada en la superficie. Así obtenemos los momentos indicados en el dibujo, teniendo en cuenta que la superficie sobre la línea $G'\, R'$ nos da momentos positivos y la otra, los negativos.

La suma algébrica de estos momentos es el *Momento Resultante.*

Presión media.—Siendo asimétrica la sobrecarga, la curva de presiones no puede pasar por el punto medio δ de la sección *ab*, pasa siempre a cierta distancia x. Y el momento resultante que hemos encontrado es el de la presión en *ab* a la distancia x. El dibujo no nos permite apreciar la distancia x, hay por tanto que calcularla. La presión en *ab* nos da el radio $o'''IX =$ 29.900 kg. luego

$$x = \frac{M_0 R}{P} = \frac{190}{29900} = 0 \text{ m. } 006$$

Para hallar la presión media por centímetro cuadrado basta dividir P por la sección *ab* en cm. cuadrados

$$Pm = \frac{P}{6000} = 5 \text{ kg. } 98/\text{cm}^2.$$

Presión máxima.—A una escala cualquiera dibujamos la longitud *ab* que la dividimos en tres partes iguales ac, cd, db; la del centro la subdividimos en dos; en el punto medio *c* levantamos la perpendicular $eh = Pm$. Tomamos $ef = x$ y en f levantamos otra perpendicular; unimos *hd* y obtenemos el punto *i* por el cual trazamos *ij* paralela a *ab*; unimos *jh* y prolongamos hasta k, *ak* nos da la presión máxima P. máx = 6 kg. 5.

Conclusiones.—Esta última cantidad nos indicará si el espesor de la bóveda adoptado es suficiente o excesivo, según el límite de resistencia a la compresión admitido para la construcción; una regular mampostería de ladrillo soporta esta presión máxima encontrada. Una bóveda de piedra puede resistir hasta 15 kg. por cm². Y si la bóveda que estudiamos fuera de este último material, habría que disminuirla de espesor.

Si el punto f hubiera caido entre *db* habría habido tensión y el proyecto habría debido desecharse, pues, sabido es, que la mampostería jamás debe trabajar a tensión por pequeña que fuera.

NOTA.—Los cálculos son efectuados con la regla de cálculo, siendo suficiente la aproximación obtenida.

Diciembre de 1919.

SERGIO E. OREJUELA P.
Profesor Sustituto de Grafoestática y Puentes.