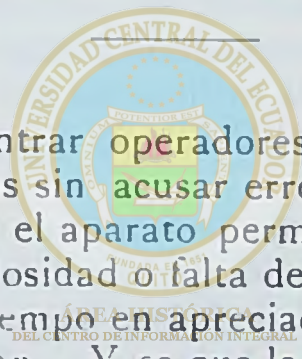


# ESTUDIO DEL ERROR DE NIVELACION DEL TEODOLITO

POR EL INGENIERO

ALONSO CEVALLOS N.



No es difícil encontrar operadores que pretenden efectuar levantamiento de planos sin acusar error y a lo más con errores muy menores a los que el aparato permite cometer; y otros que por exceso de escrupulosidad o falta de comprensión del trabajo que ejecutan pierden tiempo en apreciaciones y cuidados que en el dibujo no se aprecian. Y es que la exactitud de un trabajo topográfico no es sólo factor de la habilidad y diligencia del operador, sino que depende de la elección y empleo de aparatos apropiados para el trabajo a realizar. Se impone, pues, como condición necesaria para todo operador, hacer el estudio del aparato con el que va a trabajar, a fin de que pueda fijarse el límite de error aceptable en su trabajo.

Sabido es que las diversas partes de que está compuesto un instrumento son construidas de tal modo que guardan equilibrio de exactitud entre ellas, es decir, que tienen una misma relación de error, con lo que se obtiene que el resultado final de una operación responda al grado de precisión prefijado; además, construyen así, porque en nada mejora el grado de exactitud total con que una parte sea de mayor grado de precisión que otra; dando por el contrario, motivo para mayores imperfecciones e inexactitudes en los trabajos.

En este estudio vamos a considerar solamente el error que ocasiona la mala nivelación del instrumento en una estación o



punto de observación, lo que se conoce generalmente con el nombre de ERROR DE CALAJE.

El error de calaje tiene dos causas principales: 1<sup>o</sup> La des corrección del nivel en el momento de la observación; 2<sup>o</sup> El error cometido en la apreciación de la posición de la burbuja al momento del calaje del instrumento.

Por un mal calaje del instrumento, resulta que los ángulos verticales y horizontales (azimutales) son afectados de error; puesto que el eje principal (eje del pivote) se halla inclinado sobre la vertical y también el eje de rotación del anteojo (eje secundario) no es horizontal.

Vamos a estudiar, primero, la influencia de la falta de horizontalidad del eje secundario, sobre los ángulos horizontales.

En todo teodolito se necesita que por construcción o por corrección, el eje de rotación del anteojo sea normal al eje principal y también que el eje óptico sea normal al eje secundario. Esta es condición esencial que deben llenar todos los instrumentos con telescopio.

A menos que la visual no esté contenida en el plano vertical que pase por el pivote, la inclinación de este pivote sobre la vertical entraña una inclinación del eje secundario sobre la horizontal; un caso particular es cuando la visual es normal al plano vertical precitado y claro la inclinación del eje secundario alcanza su máximo y viene igual al ángulo  $z$  que hace el pivote con la vertical.

Por lo dicho, un calaje defectuoso, tiende a inclinar el eje vertical del instrumento, y, el eje secundario que debe ser perpendicular al eje principal no lo es; luego el plano descrito por el anteojo no es vertical. De lo que se deduce, que salvo para visuales horizontales la lectura hecha sobre el limbo difiere de aquella que daría si el instrumento estuviera perfectamente calado.

Para el estudio analítico del error que estudiamos, tomemos dos planos de proyección, el uno  $m$  horizontal y el otro  $m'$  vertical y paralelo a la dirección que toma el eje secundario cuando se visa el punto  $P$ , que se trata de determinar.

Sean  $p$  y  $p'$  las proyecciones de este punto.

Supongamos primero que todo esté correcto; el eje secundario, sea horizontal y que se proyecte en  $g d$  y  $g' d'$ . El plano vertical descrito por el eje óptico (plano visual) cuando se efectúa el punteado de  $P$ , se tiene por trazas  $o p$  y  $o' p'$ . Sin modificar la orientación del eje secundario, démosle una inclinación  $z$ ; su proyección vertical vendrá en  $g'' d''$  y la proyección horizontal quedará la misma  $g d$ . El plano descrito por el eje óptico, cuando el anteojo revoluciona alrededor de sus cojinetes, no deja de



contener los puntos  $o$ ,  $o'$  de intersección del pivote y del eje secundario, pero su traza vertical se modifica y es  $o' p_1'$  esta forma el ángulo  $i$  con la vertical.

El eje óptico que interceptaba precedentemente el plano vertical de proyección en  $p'$ , le interceptará, ahora, en un punto  $p_1'$ ; y, la visual no pasará pues por el punto  $P$ . Ella se proyecta horizontalmente en  $o p_1$  y en el ángulo  $p$  o  $p_1$ , que es necesario hacer girar a la alidada para relacionar la visual sobre la señal, representa el error azimutal  $e$ , o sea el error del ángulo horizontal, debido a la inclinación  $i$  de los cojinetos sobre la horizontal.

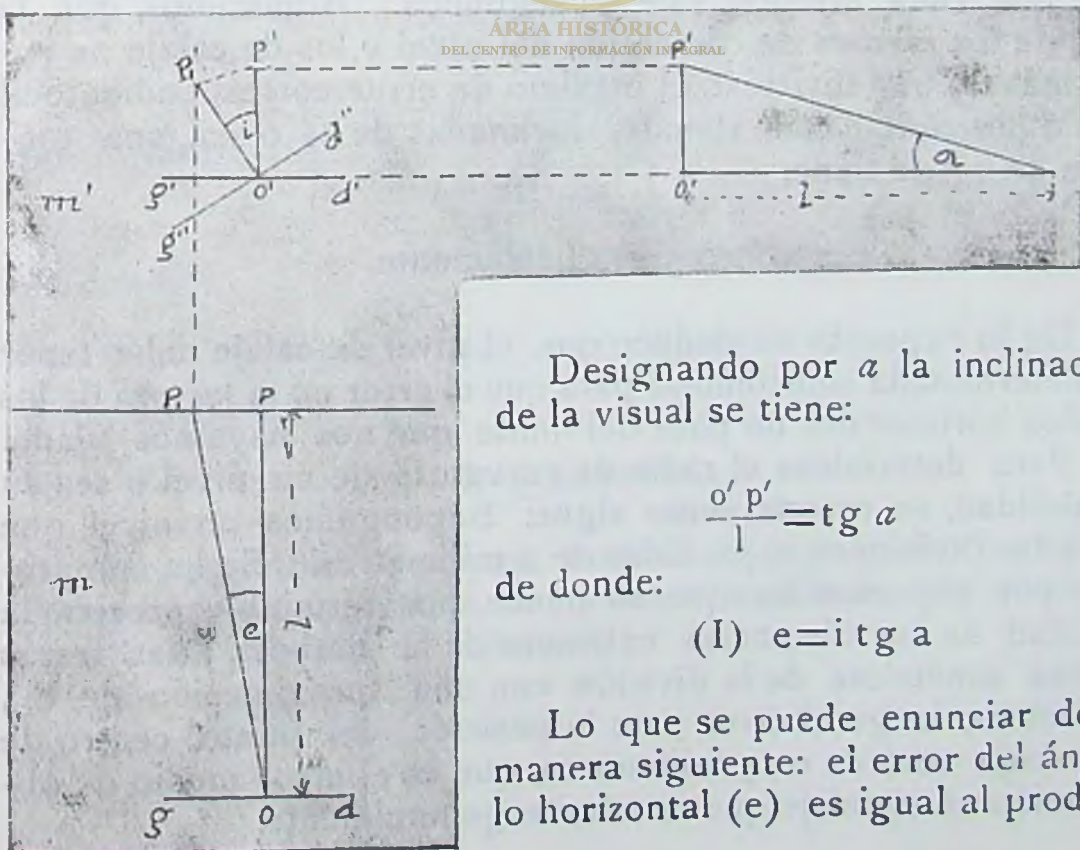
Esto es fácil calcular:

$l$  siendo la distancia  $o p$  del instrumento a la vertical de la señal; se puede escribir, en efecto, expresando en radianes el ángulo  $e$ , que desde luego es muy pequeño:

$$e = \frac{p p_1}{l}$$

por otra parte en razón de la pequeñez de  $i$ , el arco, la tangente y el seno de este ángulo se confunden prácticamente y se está autorizado a admitir la igualdad de  $p p_1$  y de  $p' p_1'$  y se puede escribir:

$$e = \frac{p p_1 = o p_1' \times i}{l}$$



Designando por  $\alpha$  la inclinación de la visual se tiene:

$$\frac{o' p'}{l} = \operatorname{tg} \alpha$$

de donde:

$$(I) \quad e = i \operatorname{tg} \alpha$$

Lo que se puede enunciar de la manera siguiente: el error del ángulo horizontal ( $e$ ) es igual al produc-

to del ángulo de inclinación del eje secundario sobre la vertical (i) por la tangente del ángulo de la visual (a).

La fórmula (I) nos permite efectuar un calaje con una aproximación de:

$$i < \frac{e}{\text{tg } a}$$

Si el error  $e$  deseáramos que sea menor o igual a un minuto centesimal o sea aproximadamente medio minuto sexagesimal deberíamos tener:

$$e < \frac{1}{6000}$$

Como la inclinación de la visual rara vez pasa en la práctica de  $\frac{1}{2}$  se deberá pues tener:

$$i < \frac{1}{6000} : \frac{1}{2}$$

o sea:

$$i < \frac{1}{3000}$$

Este error es generalmente despreciable en las operaciones corrientes. En efecto, supongamos que con un instrumento, provisto de un nivel cuyas dimensiones sean espaciadas de 2.5 milímetros y con un radio de curvatura de 15 metros; se tiene pues, que cada división vale 30 segundos. Admitamos, que la suma de los errores de corrección del nivel y los de calaje no sumen más de una división; el máximo de error correspondiente al ángulo horizontal con visuales inclinadas de  $\frac{1}{2}$  o sea una tangente de 0.5 se tiene:

$$e = 30'' \times 0.5 = 15'' \text{ solamente.}$$

De lo expuesto se deduce que, el nivel de calaje debe tener una determinada sensibilidad para que el error en la lectura de los ángulos horizontales no pase del límite que nos hayamos fijado.

Para determinar el radio de curvatura de un nivel o sea su sensibilidad, se razona como sigue: Supongamos un nivel que tenga las divisiones espaciadas de 2 milímetros. Se ha comprobado por experiencias que se puede, por término, apreciar la igualdad de las distancias extremas de la burbuja, a las trazas vecinas simétricas de la división con una aproximación de 0.3 milímetros; luego el error para la posición del punto centro de la burbuja será de 0.15 milímetros, que es el error medio de observación en el calaje que se admite generalmente.



Pero, la corrección del nivel, no siendo permanente, es necesario operar con una descorrección de una media división, o sea, en el caso considerado, con el espacio de 1 milímetro. Luego para conocer el error resultante del calaje, apliquemos la fórmula conocida de la resultante de variados errores accidentales que es:

$$e \pm = \sqrt{\varepsilon e^2};$$

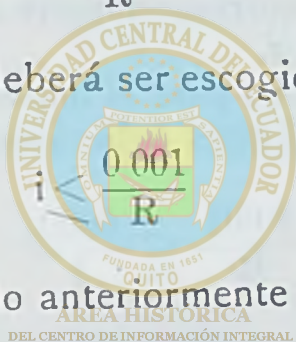
reemplazando con nuestros datos se tiene:

$$\sqrt{0.15^2 + 1^2} = \pm 1.01 \quad \text{o sea 1 milímetro}$$

Si designamos por R el radio de curvatura en metros, del tubo del nivel, la inclinación correspondiente del pivote será en su máximo de:

$$\frac{0.001}{R}$$

Por consiguiente R deberá ser escogido de manera de satisfacer la condición:



y según el caso establecido anteriormente sería, menor o igual de

$$\frac{1}{3000}$$

por lo tanto:

$$\frac{0.001}{R} \leq \frac{1}{3000}$$

de donde;

$$R \geq 0.001 \times 3000$$

o sea finalmente:

$$R \geq 3 \text{ metros.}$$

Lo que indica que, para medida de ángulos horizontales en operaciones topográficas de práctica corriente, un nivel poco sensible es más allá de suficiente.

INFLUENCIA DEL DEFECTO DE VERTICALIDAD DEL PIVOTE  
SOBRE LOS ANGULOS VERTICALES

Cuando el instrumento debe servir, tanto para la medida de los ángulos horizontales como para los verticales, la sensibilidad del nivel, determinado como acabamos de hacerlo, resulta insuficiente.

Si el ángulo vertical que se va a medir está contenido en el plano vertical que pasa por el pivote, su error angular  $e$  es igual a la inclinación  $i$  del pivote sobre la vertical. Con cualquier otro valor del ángulo horizontal, el error  $e$  del ángulo medido es simplemente igual a la inclinación  $i'$  que solo es la proyección vertical de la línea del pivote sobre el plano de la visual. Por consiguiente,  $i'$  variará de 0 a  $i$ . Nosotros tomaremos sólo el caso más desfavorable correspondiente a la primera hipótesis, o sea, cuando  $e$  es igual a  $i$ .

Para que el error  $e$  no pase el límite propuesto de  $1/6000$  el radio de curvatura  $R$  del nivel deberá ser tal que:

$$\frac{0.001}{R} < \frac{1}{6000}$$

de donde:

$$R \geq 6 \text{ metros.}$$

OBSERVACION. — Los círculos con vernier a 180 grados, permiten efectuar lecturas de los ángulos con un error medio de  $1/6000$ . Si se desea que en la medida de los ángulos verticales, la precisión del resultado no sea reducida de una manera apreciable por el error de calaje, es necesario, según la teoría de los errores, que el error medio propio del calaje sea la mitad menor o sea  $1/12000$ ; se debería tener:

$$\frac{0.001}{R} < \frac{1}{12000}$$

de donde:

$$R \geq 12 \text{ metros.}$$

Así, queda explicado el porque de la sensibilidad usual que dan los constructores a los niveles de los teodolitos.