Estudio de la fórmula principal para el cálculo de vigas compuestas metálicas

POR

CARLOS G. LOPEZ

(CONCLUSION)

Omitiendo el término $2I_{cg}$, como se ha indicado, la ecuación (4) se reduce a la siguiente expresión:

$$I = 2A_t\left(\frac{a}{2}\right)^2 + I_v \qquad (5)$$

y el módulo resistente entonces se expresaría así:

$$\frac{I}{c} = \frac{2A_t(a/2)^2 + I_v}{c} = \frac{M}{S} \qquad (6)$$

reemplazando por I_v y c sus equivalentes tendremos que:

$$\frac{M}{S} = \frac{2A_t(a/2)^2 + 1/12\, a_v e_v}{a_t/2} \qquad (7)$$

trasponiendo términos y simplificando:

$$\frac{M}{S} = A_t\frac{a^2}{a_t} - \frac{1}{6}\,\frac{a^3_v\, e_v}{a_t} \qquad (8)$$

$$A_t = \frac{M}{Sa}\left(\frac{a}{a}t\right) - \frac{1}{6}\,a_v\; e_v\left(\frac{a}{a}v\right)^2 \qquad (8')$$

Según pudo observarse en el diagrama dado, las dimensiones a y a_v se aproximan bastante, y en la práctica aunque las vigas compuestas se calculan generalmente de manera que $a < a_v$, puede permitirse en casos especiales, el que sean iguales. Pero, aún prescindiendo de lo especial, al considerar que $a = a_v$; la fracción en el segundo término de la derecha, en (8'), es reducido de su verdadero valor y por consiguiente su empleo de esa manera implica una aproximación. Sin embargo, como el objeto principal es, según se indicó al principio, simplificar lo más posible la fórmula, para facilidad en aplicaciones prácticas, se efectuará la aproximación mencionada, pero recordando, que los resultados obtenidos con la fórmula así modificada, errarían en el lado de seguridad, desde luego que la disminución del término negativo significa un incremento en el valor A_t, sobre aquel que sería realmente necesario. Entonces tendremos que:

$$A_t = \frac{M}{Sa}\left(\frac{a_t}{a}\right) - \frac{1}{6} a_v e_v \qquad (9)$$

En el diagrama pudimos observar también, que a_t es mucho mayor que a, y en la práctica no es admisible que una viga compuesta sea proporcionada de manera que $a = a_t$, luego después al hacer tal aproximación no hay duda que los resultados obtenidos con la fórmula alterada de esa manera, serían menores que los verdaderos y necesarios y como consecuencia, el error sería por defecto o, es decir, A_t así determinado sería menor que el necesario, según los requisitos de las cargas aplicadas. Sin embargo de conocer las desventajas consiguientes al adoptar dicha aproximación, se le empleará de acuerdo con la práctica, pero se tratará en adelante de compensar por la inseguridad producida. Entonces queda que:

$$A_t = \frac{M}{Sa} - \frac{1}{6} a_v e_v \qquad (10)$$

Además, es necesario tener presente, en lo relacionado con la última aproximación, que el error por defecto varía en proporción inversa a la altura del vástago, y como en la práctica, por consideraciones económicas se trata de emplear las vigas más altas, resulta pues que para los casos ordinarios, en los que el ingeniero no está restringido en cuanto a la selección de la altura de la viga, que dicho error tendría un valor generalmente mínimo. Esta aseveración puede comprobarse fácilmente asumiendo valores para dos vigas compuestas como las indicadas en el diagrama anterior en el cual $a_v = 609{,}6$ mm. para la viga "A" y $a_v = 2900$ mm. para la viga "B". Por razones prácticas en el corte de las planchas que forman el vástago de una viga de esta clase, se acostumbra levantar las escuadras antes de remacharlas, de tal manera que sobrepasan a la altura de la plancha, por una pequeña distancia, dividida igualmente en los extremos superior e inferior, que puede variar entre 6 4 mm. para las vigas bajas como "A" y 12.7 mm. para las altas como "B". Es decir: $a_t = a_v + 2 \times 6\ 4/2$ ó $a_t = a_v + 2 \times 12.7/2$. Empleando valores en las dos fórmulas indicadas tendríamos:

Viga "A", $a_t = 609{,}6 + 6\ 4 = 616{,}00$ mm., y para la viga "B", $a_t = 2900 + 12.7 = 2912.70$ mm.

Para obtener los valores de *a* es necesario tener en cuenta las dimensiones y manera de colocación de las escuadras. Asumiendo que se empleara escuadras de las siguientes dimensiones: $203 \times 152 \times 25$ mm. para la viga baja y $152 \times 102 \times 13$ mm., para la viga alta y refiriéndonos al mismo diagrama, tendremos que, para cualquier viga:

$$a = a_t + 2\ y \qquad (11),$$

en la cual *y* significa la distancia entre aquella arista de cualquiera de las escuadras, colocada horizontalmente, y el eje que pasa por su centro de gravedad (c. g.). El valor *y* para una escuadra de dimensiones conocidas se lo puede calcular u obtener en los manuales. Para el caso de las dos vigas que se está considerando, los valores de *y* son así: viga "A", $y = 42$ mm., viga "B", $y = 25$ mm. Aplicando ahora la fórmula dada para determinar el valor de *a* tendremos:

viga "A", $a = 616 - 2 \times 42 = 532$ mm. y

viga "B", $a = 2912.7 - 2 \times 25 = 2862.7$ mm.

Ahora podemos ya valorizar la proporción $\frac{a}{a}t$ para ambas vigas y así determinar los porcentajes de error correspondientes, entonces:

$$\text{viga "A"}, \ \frac{a_t}{a} = \frac{616}{532} = 1.158 \ \text{y viga "B"}, \ \frac{a_t}{a} = \frac{2912.7}{2862.7} = 1.019.$$

Es decir que el error en el primer caso, que es el menos común, sería de 15.8% y el correspondiente para el segundo caso, que es el ordinario, sería apenas el 1.9%. Por la diferencia tan grande entre los resultados obtenidos para las vigas consideradas, se observará que el empleo de la fórmula aproximada para vigas como "A" sería forzado e incierto, en consecuencia en la práctica se ocostumbra a calcular vigas de esa clase por la fórmula exacta.

El segundo término de la derecha en la ecuación (10), representa la resistencia opuesta por el vástago o plancha principal, al efecto el momento flector en la viga compuesta; es decir, más específicamente, es la resistencia del vástago considerado completamente entero. En la práctica este estado sería muy raro, ya que tanto para la rigidez misma de la viga, como también para su mejor utilización, es necesario añadir piezas que deben ser aseguradas contra el vástago por medio de remaches; esto significa evidentemente que deben hacerse perforaciones en el vástago a fin de efectuar dicha sujeción o seguridad. Ahora, si bien es cierto que el material removido por la perforación es reemplazado por aquel remache, sin embargo, es necesario tener presente que los esfuerzos producidos en la viga debido al momento flector, son de dos clases: compresión y tracción y que no es posible transmitir una tracción por las partes perforadas, lo cual equivale a prescindir del material de reemplazo. Con el objeto de generalizar más la fórmula es necesario preveer el empleo de remaches, deduciendo el material que puede ser removido con el objeto indicado. No es posible, naturalmente, establecer de una manera exacta la cantidad de material que debe ser omitido en un caso dado, pues tanto las piezas a usarse como la separación entre los remaches para sostenerlos, son susceptibles de gran variación, pero, sacrificando exactitud, podemos por lo menos tener seguridad asumiendo el caso más desfavorable, de acuerdo con las consideraciones prácticas para las robladuras. Así la separación mínima entre remaches es adoptada de acuerdo con los requisitos prácticos para la formación de la cabeza de los remaches a emplearse y está expresado en función de su diámetro. Como generalmente dicho diámetro es de 23 mm. (7/8 de pulgada) tendríamos que la separación mínima sería, según las especificaciones, $3 \times 23 = 69$ mm.; ahora, la media parte del vástago que trabaja a la tracción, le podemos considerar dividida por un número de perforaciones *n*, distanciadas entre sí por 69 mm., entonces tendríamos:

$$\frac{1}{2} a_v = n \times 69 \qquad (12), \text{ de donde } n = \frac{a_v}{2 \times 69}$$

Ahora la pérdida *p* de altura, y por consiguiente de resistencia, debida a dichas perforaciones, sería, asumiendo que el diámetro de cada una de éstas fuera 2 mm. mayor que el correspondiente del remache,

$$p = n \times 25 = \frac{a_v \times 25}{2 \times 69} \qquad (13)$$

teniendo en cuenta el valor de p determinado, podemos hallar la disminución en a_v la cual sería:

$$a_v - \frac{a_v \times 25}{2 \times 69} = a_v \frac{(138-25)}{138} = \frac{a_v \times 113}{138} \qquad (14)$$

Ahora aplicando el valor de a_v así modificado al miembro correspondiente en la ecuación (9) tendremos que:

$$\frac{1}{6} \times \frac{113}{138} a_v\, e_v = 0.135\, a_v\, e_v \text{ ó más o menos } \frac{1}{8} a_v\, e_v\,.$$

La fórmula (10) entonces se transformaría a la siguiente expresión:

$$A_t = \frac{M}{Sa} - \frac{1}{8} a_v\, e_v \qquad (15)$$

La última aproximación que vamos a considerar, tiene por objeto anular un tanto el error por defecto cometido al asumir que $a = a_t$, discutido anteriormente, y también compensar la disminución de área en el material de las escuadras que trabajan a la tracción, donde las perforaciones para los remaches que las unen al vástago, no permite la transmisión de ese esfuerzo y por consiguiente, equivale a que el material reemplazado por el remache sirve solamente para efectuar el ajuste o agarre entre el vástago y las escuadras. Como se había indicado, A_t significa el área total de cada base y es evidente que al perforar las escuadras se disminuya la capacidad de sus áreas para resistir al esfuerzo de tracción; por consiguiente, para tener la seguridad necesaria se debe prescindir enteramente del metal que corresponde al número de perforaciones a emplear, sustituyendo por el valor de A_t aquel del área neta que se la designará por A. Naturalmente este cambio debía efectuarse solamente en el cálculo de la base que trabaja a la tracción, cualesquiera que fuera su posición con respecto a las cargas aplicadas; pero como había que hacer otra compensación, evitando en lo posible cualquier complicación en el empleo de la fórmula desarrollada, se ha hallado conveniente hacer extensiva la sustitución anterior, aún a la base que trabaja a la comprensión. Justificada así la última aproximación, tenemos que la fórmula final se expresará así:

$$A = \frac{M}{Sa} - \frac{1}{8} a_v\, e_v \qquad (16)$$

La fórmula (16) puede sufrir todavía algunas modificaciones según la influencia que puedan tener ciertas condiciones especiales en el cálculo; así, cuando el vástago no ha de ser de una sola pieza y las facilidades para hacer los empalmes dejan que desear, entonces el segundo término es disminuido a fin de reducir también una menor cantidad del término positivo y por consiguiente, del resultado final. En casos como el que se acaba de mencionar, se acostumbra emplear en la prática sólo 2/3 de la resistencia del vástago, según se expresa por el término $1/8\ a_v\ e_v$ en la fórmula (16), de tal manera que la nueva expresión sería:

$$A = \frac{M}{Sa} - \frac{1}{12} a_v\ e_v \qquad (17)$$

Para ante-proyectos o en casos cuando se desea obtener anticipadamente, datos aproximados de la cantidad de material que debe emplearse en vigas compuestas para construcciones de importancia, se acostumbra prescindir enteramente del término negativo, y así obtener un resultado más bien en exceso, pero que por otra parte prevea el aumento de metal debido a detalles que no pueden precisarse, antes de efectuar cálculos con datos más exactos. La fórmula anterior entonces se reduce a la siguiente expresión:

$$A = \frac{M}{Sa} \qquad (18)$$

V. — *Recomendación para el empleo de las fórmulas desarrolladas.*

Para casos ordinarios en los cuales la altura del vástago, varía según la proporción más recomendada entre la luz y las constantes conocidas, y cuando la plancha del vástago está constituida ya sea por una sola pieza o por varias, pero con empalmes de primera clase, y además, cuando la viga misma es simétrica en su combinación, entonces la fórmula recomendada sería:

$$A = \frac{M}{Sa} - \frac{1}{8} a_v\ e_v$$

Cuando la viga a emplearse reune todas las condiciones mencionadas arriba, exceptuando la bondad de los varios empalmes, debido a la falta de facilidades ya sea por la naturaleza del abismo que debe salvarse o la falta de operarios expertos, debe usarse preferentemente la fórmula:

$$A = \frac{M}{Sa} - \frac{1}{12} a_v \; e_v$$

Si, por otra parte, las vigas compuestas necesarias en algún caso especial, deben tener alturas que no guarden relación con la luz y que talvez no sean simétricas en su composición, entonces la sección necesaria para una viga de esa clase debe calcularse por la fórmula exacta:

$$\frac{M}{S} = \frac{I}{c}$$

en la cual debe calcularse cuidadosamente el valor de *I*, que está sujeto a correcciones debido al cambio de posición del eje X—X, por la remoción del metal en la parte que trabaja a la tracción y que generalmente es la inferior de una viga.

Finalmente, cuando se desea comparar la economía en el empleo de estructuras de esta clase con otras, como por ejemplo las armaduras bajas o de tipo "Pony", o también cuando se necesita datos aproximados, pero que tienen un factor de seguridad, para la formulación de ante-proyectos, puede emplearse apropiadamente la fórmula:

$$A = \frac{M}{Sa}.$$