Area de los Perfiles Transversales

METODO GRAFICO

POR EL PROFESOR

A. VILLACRECES G.

Determinadas las características generales de una vía cualquiera, es preciso estudiar, todo lo que se refiere, al cubicaje y movimiento de tierras y, como operación previa, hay que calcular el área de los perfiles transversales que constituyen la base de los prismoides.

Los perfiles transversales son secciones verticales, normales a la vía y limitados por las trazas de la calzada, los taludes y el terreno.

El procedimiento generalmente empleado, hasta hace poco tiempo, ha sido el dibujo a escala de dichos perfiles para calcular sobre el dibujo el área correspondiente, sea descomponiendo la figura total en otras parciales de forma geométrica sencilla o utilizando diagramas transparentes, perfilómetros o planímetros.

Todos estos procedimientos, si en verdad son exactos, tienen el grave inconveniente de exigir el dibujo de un número enorme de figuras, proporcional a la longitud de la vía y el cálculo del área de cada una de estas figuras, cálculo extremadamente laborioso y largo.

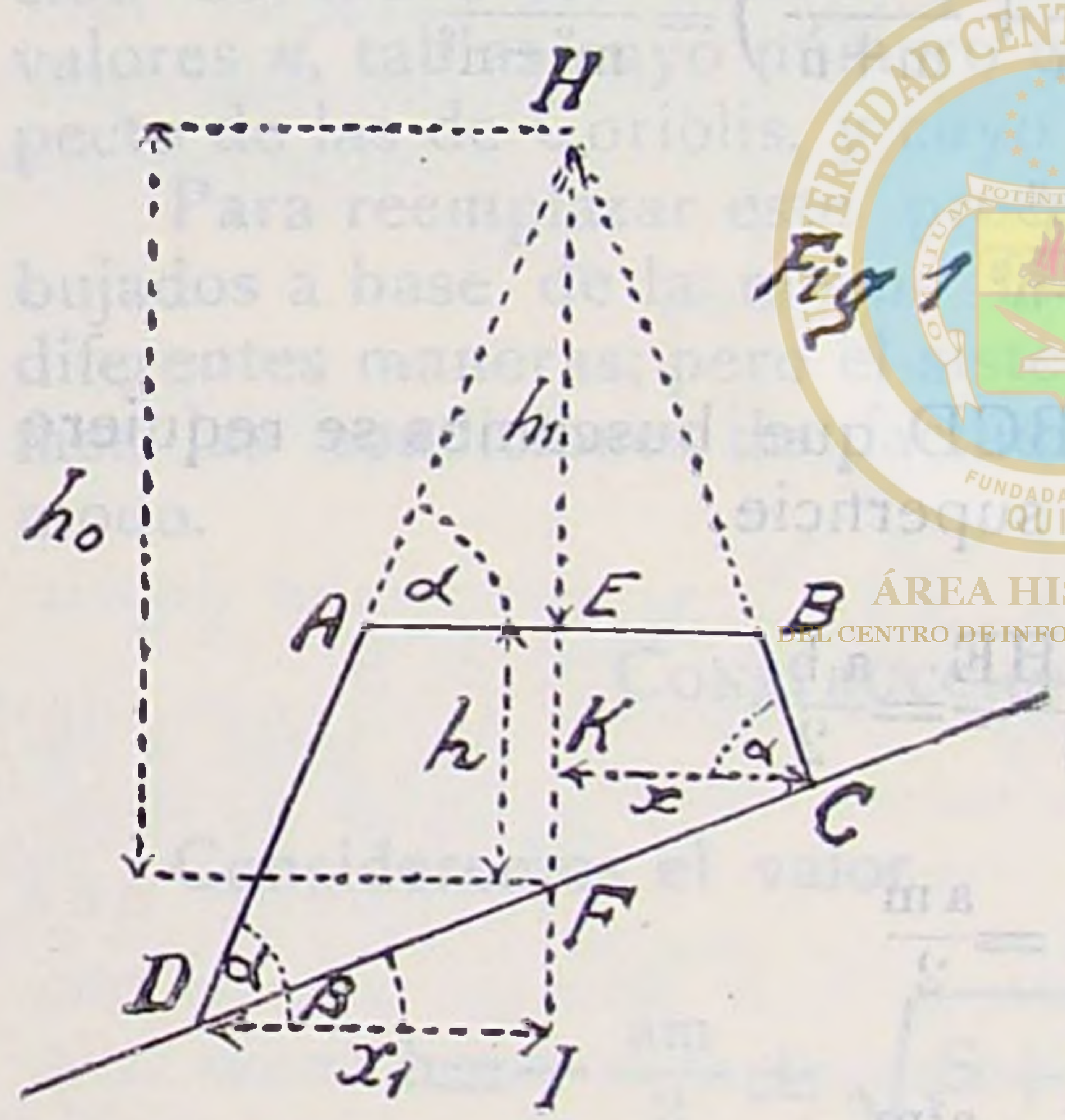
Para evitar este trabajo se ha buscado durante mucho tiempo un procedimiento de cálculo expeditivo a la par que preciso.

Coriolis en 1836 publicó cinco gruesos volúmenes de tablas que daban la superficie del desbanque o terraplén en función de la pendiente del terreno y de la diferencia de nivel entre éste y el proyecto. Lalane en 1846 dibujó ábacos y construyó tablas, diferentes de las de Coriolis, pero que no eran aplicables a los perfiles mixtos. En 1886 la Sociedad de Ingenieros Civiles de París concedió una medalla de oro a Mr. Le Brun por la invención de una regla de cálculo, cuyo empleo reducía el tiempo de trabajo, de tres semanas, a dos días.

Posteriormente varios investigadores han construido aparatos especiales y gráficos para resolver igual problema, pero ninguno de estos procedimientos ha llegado a la perfección y sencillez del gráfico cuya teoría y construcción vamos a exponer y cuyo conocimiento lo debemos, en el Ecuador, a la misión alemana que estudió el trazado del ferrocarril Quito-Esmeraldas.

El cálculo fundamental para la construcción del gráfico se basa en la aproximación del contorno de un perfil todo en desbanque o en relleno a la forma de un cuadrilátero trapezoidal, cosa que puede hacerse, salvo raras excepciones.

En la figura 1 el contorno A B C D representa un perfil transversal cuyos elementos son los siguientes: A B = a = ancho de la calzada, constante que dependerá de la clase de vía; A D y B C taludes que variarán con la clase de terreno, pero que para una misma clase serán constantes; D C, terreno natural cuya pendiente nos dará el estudio topográfico del mismo, h=diferencia de nivel, al centro de la vía, entre el terreno y el proyecto. Los dos últimos valores son variables, es decir la pendiente que está dada por el ángulo β o ángulo que el terreno hace con el horizonte y el valor h que deducimos de la inspección del perfil longitudinal en forma de cota roja si es desbanque, o amarilla si es relleno. El ángulo de los taludes α no cambia en una misma clase de tierras.



El problema se reduce a calcular la superficie A B C D en función de los datos enunciados. Para ello, consideremos la figura total HCD, en la cual tenemos:

$$\text{Sup. HCD} = \text{Sup. HFD} + \text{Sup. HFC}$$

Pero $$\text{Sup. HFD} = \frac{\text{HF. } x_1}{2} = \frac{h_0\, x_1}{2}$$

y Sup. $HFC = \frac{HF.\ x}{2} = \frac{h_0 x}{2}$

Sumando Sup. $HCD = \frac{h_0\ (x_1 + x)}{2}$

Además, $h_0 = HI - FI = x_1\ tg\,\alpha - x_1\ tg\beta = x_1\ (tg\,\alpha - tg\beta)$

Si llamamos $tg\,\alpha = m$ y $tg\beta = n$, la igualdad queda

$$h_0 = x_1\ (m - n).$$

Por otra parte $h_0 = HK + KF = xtg\,\alpha + xtg\,\beta =$

$$x\ (m + n)$$

luego $x_1 = \frac{h_0}{m - n}$ y $x = \frac{h_0}{m + n}$

Sumando $x_1 + x = h_0 \left(\frac{1}{m - n} + \frac{1}{m + n} \right) = \frac{2mh_0}{m^2 - n^2}$

Por lo tanto Sup. $HCD = \frac{mh_0^2}{m^2 - n^2}$

Para obtener la superficie ABCD que buscamos se requiere restar de la expresión anterior la superficie

$$ABH = \frac{AB.\ HE}{2} = \frac{a\ h_1}{2}$$

Pero $h_1 = \frac{a}{2}\ tg\,\alpha = \frac{a\,m}{2}$

luego Sup. $ABH = \frac{a^2 m}{4}$

Por lo tanto: Sup. ABCD = Sup. HCD — Sup. HAB

$$= \frac{m\ h_0^2}{m^2 - n^2} - \frac{a^2\ m}{4} = S \qquad (A)$$

Esta fórmula nos da la superficie S en función de h_0. Para obtenerla en función de h reemplazaremos h_0 por su valor

$$h_0 = h + h_1 = h + \frac{a}{2} m$$

De la ecuación (A) se deduce

$$h_0 = \pm\sqrt{\left(S+\frac{a^2m}{4}\right)\left(\frac{m^2-n^2}{m}\right)}$$

Reemplazando h_0 por su valor $h+\frac{am}{2}$, resulta

$$h=-\frac{am}{2}\pm\sqrt{S+\frac{ma^2}{4}}\sqrt{\frac{m^2-n^2}{m}} \quad (B)$$

La fórmula (A) nos permite calcular la superficie S en función de h_0 i n. Facilmente se ve que el proceso de operaciones indicado por la fórmula es sumamente largo, por lo menos, tan laborioso como la obtención de S por la descomposición de ABCD en figuras geométricas elementales.

Basándose en cálculos numéricos y aplicando las fórmulas encontradas se ha construído tablas que dan S en función de todos los valores posibles de h para cada uno de los valores n, tablas cuyo número es enorme, como se ha dicho respecto de las de Coriolis, y cuyo uso es difícil y molestoso.

Para reemplazar este procedimiento se usan diagramas dibujados a base de la misma fórmula, variando los sistemas de diferentes maneras; pero el sistema materia de este estudio satisface las condiciones de facilidad de construcción y empleo cómodo.

Construcción del gráfico

Consideremos el valor

$$h=-\frac{am}{2}\pm\sqrt{S+\frac{ma^2}{4}}\sqrt{\frac{m^2-n^2}{m}}$$

Si suponemos que

$$+\frac{am}{2}=B; \quad \sqrt{S+\frac{m\,a^2}{4}}=A; \quad \sqrt{\frac{m^2-n^2}{m}}=x.$$

La ecuación se transforma en

$$h = Ax-B$$

Ecuación de una recta cuyo coeficiente angular es

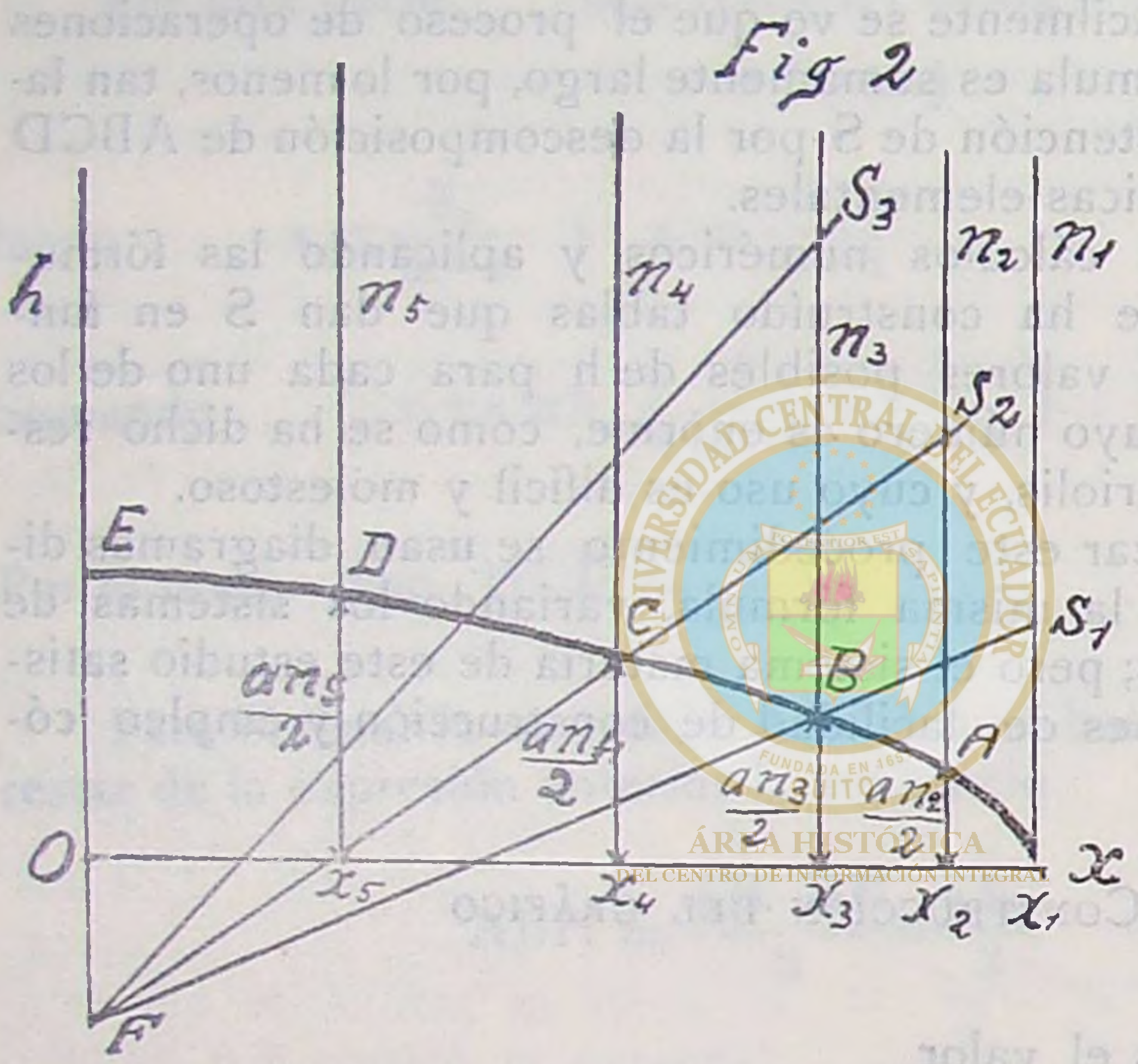
$$A = \sqrt{S + \frac{m\,a^2}{4}}$$

y cuya coordenada en el origen es

$$-B = -\frac{am}{2}$$

Si cambian los coeficientes angulares, en relación con S, tendremos un haz de rectas que pasan por un punto cuyas coordenadas son: $x = 0$, $y = -B$.

La figura 2 representa un sistema de ejes de coordenadas x o h y un haz de rectas que se encuentran en el punto F, de coordenadas $0, -B$.



La inclinación de cada una de estas rectas está determinada por el coeficiente angular

$$A = \sqrt{S + \frac{ma^2}{4}},$$

cuyo valor depende de S.

Así, pues, a cada valor de S corresponde una recta. Para no complicar el dibujo, se hace constar solo las rectas correspondientes a superficies importantes, tales como 0, 4, 8, etc., metros cuadrados, debiéndose, al usar el gráfico, verificar interpolaciones para las otras superficies.

Las rectas $x_1\,n_1$, $x_2\,n_2$, etc., paralelas a oh tienen por ecuación

$$x_1 = \sqrt{\frac{m^2 - n_1^2}{m}}$$

$$x_2 = \sqrt{\frac{m^2 - n_2^2}{m}}$$

$$x_3 = \sqrt{\frac{m^2 - n^2_3}{m}}$$

De modo que a cada valor n de la pendiente transversal del terreno corresponde una recta paralela a oh.

Uso.—Si en el perfil longitudinal de una vía encontramos una cota roja de l mts., por ejemplo, y sabemos que la pendiente transversal del terreno en ese punto es n, bastará buscar en el gráfico la recta

$$x = \sqrt{\frac{m^2 - n^2}{m}},$$

y trasladar sobre esta recta, a partir del eje ox y a la escala respectiva la magnitud l. El extremo de esta magnitud caerá sobre una de las rectas del haz, correspondiente a una superficie S, que es precisamente la que se busca.

Veremos enseguida que mediante un gráfico transparente, construído a la misma escala que la vertical del perfil, basta una simple lectura para encontrar tal superficie.

Ejemplo Numérico

Los cuadros de cálculos que reproducimos a continuación, trabajados por el alumno de Ingeniería, Sr. J. H. Vela, han servido para la construcción de los dos gráficos principales y de los dos auxiliares publicados en este artículo, y que se refieren a una vía cuyas características son:

a = ancho de la vía = 6 m.

m = pendiente de los cortes = 4/1

m' = pendiente natural de las tierras en los rellenos = 1/1.

La columna cuarta del primer cuadro nos da los valores x_1, x_2, etc. La absisa máxima es 2, correspondiente a n = 0, y la inmediatamente inferior, correspondiente a la pendiente n = 0, 1, es 1,9992. La diferencia entre estas dos absisas es

$$2 - 0{,}9992 = 0{,}0008.$$

Para poder distinguir los puntos extremos de estas dos absisas se necesita usar para éstas la escala de 0,5 m. por unidad.

La absisa máxima sería entonces, de 1 m., y la mínima correspondiente a $n = 2,0$, sería de 0,866.

La diferencia entre las absisas máxima y mínima, es de

$$1,000^m - 0^m,866 = 0^m,134.$$

Como los extremos de todas las absisas del cuadro caen en un espacio de 0,134 m., resulta inútil dibujar el origen, para lo que se necesitaría una hoja de papel de 1 m. de ancho; basta tomar las diferencias $2-x$ que constan en la quinta columna del primer cuadro y dibujarlas en el eje ox, (véase el gráfico para desbanques) de derecha a izquierda.

Las rectas verticales de dicho gráfico tienen por ecuación

$$x = \sqrt{\frac{m^2-n^2}{m}}$$

y corresponden a las pendientes anotadas en la parte inferior del mismo.

La columna $\sqrt{S + \frac{m\,a^2}{4}}$ nos da los coeficientes angulares de las diversas rectas del haz. Para dibujar éste se ha calculado las coordenadas

$$h_1 = Ax_1 - B \quad \text{y} \quad h_2 = Ax_2 - B$$

de dos puntos de cada una de las rectas:

$$1^{\circ} \text{ para } x_1 = \sqrt{\frac{m^2-0,0^2}{0}} = \sqrt{\frac{4^2-0,0}{4}} = 2, \text{ y}$$

$$2^{\circ} \text{ para } x_2 = \sqrt{\frac{m^2-2^2}{m}} = \sqrt{\frac{4^2-2^2}{4}} = 1,732.$$

Las ordenadas h_1 y h_2 así obtenidas, se han tomado a partir del eje ox en las dos rectas verticales extremas del gráfico y se han unido por medio de rectas los puntos correspondientes.

La escala empleada para los valores de h es de 5 mm. por metro.

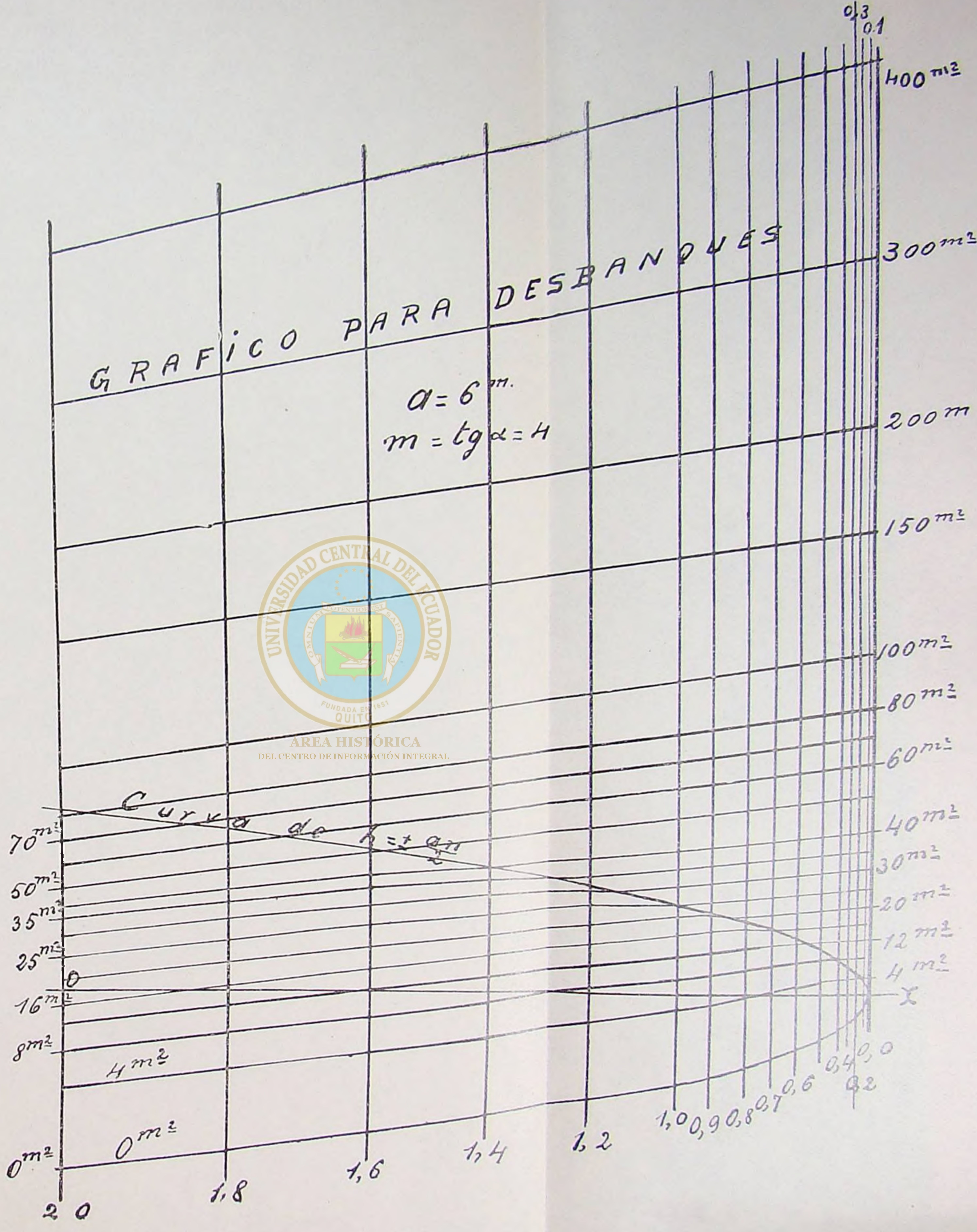


GRAFICO PARA DESBANQUES
$a = 6^m$.
$m = tg\,\alpha = 4$
Curva de $h = \pm \frac{an}{2}$
400 m²
300 m²
200 m
150 m²
100 m²
80 m²
60 m²
40 m²
30 m²
20 m²
12 m²
4 m²
X
70 m²
50 m²
35 m²
25 m²
0
16 m²
8 m²
4 m²
0 m²
0 m²
2 0
1,8
1,6
1,4
1,2
1,0
0,9
0,8
0,7
0,6
0,4
0,2
0,0
0,3
0,1

Cálculo para el Gráfico de Desbanques

n	n^2	$\frac{m^2-n^2}{m}$	$\sqrt{\frac{m^2-n^2}{m}}$	Diferencia $2-x$	S	$S+\frac{ma^2}{4}$	$\sqrt{S+\frac{ma^2}{4}}$	$A.\ x_1$	Ax_2	$h_1 = Ax_1 - B$	$h_2 = Ax_2 - B$	$\frac{an}{2}$
0	0 00	4.0000	2.0000	0.0000	0	36	6.	12	10.28	0	—1.62	0
0 1	0.01	3 9975	1.9992	0.0008	2	38	6.16	12.32	10.56	0,32	—1.44	0 300
0.2	0 04	3 9900	1.9962	0 0038	4	40	6 32	12.64	10.93	0,64	—1.07	0 600
0.3	0.09	3 9775	1.9940	0 0060	6	42	6.48	12.96	11.21	0,96	—0 79	0.90
0.4	0.16	3 9600	1.9900	0.0100	8	44	6.63	13.26	11.47	1.26	—0.53	1.20
0.5	0 25	3.9175	1.9843	0.0157	10	46	6.78	13 56	11.73	1.56	—0.27	1.50
0.6	0 36	3.9100	1.9770	0.0230	12	48	6.92	13 84	11 97	1.84	—0 03	1 80
0.7	0 49	3 8775	1.9690	0 0310	14	50	7 07	14 14	12 23	2.14	0 23	2.10
0.8	0 64	3 8400	1.9590	0.0410	16	52	7 21	14 42	12.47	2.42	0 47	2 40
0.9	0 81	3.7975	1.9480	0 0520	18	54	7 34	14.68	12 70	2.68	0.70	2 70
1.0	1.00	3.7500	1.9360	0.0640	20	56	7.48	14.96	12.94	2.96	0 94	3.00
1.2	1.44	3.6400	1.9080	0.0920	25	61	7.81	15.62	13 51	3.62	1.51	3 60
1.4	1.96	3.5100	1.8730	0.1270	30	66	8.12	16 24	14.05	4 24	2.05	4.20
1.6	2.56	3.3600	1.8330	0.1670	35	71	8.42	16 84	14.57	4.84	2.57	4.80
1.8	3 24	3 1900	1.7860	0.2140	40	76	8.71	17.42	15.07	5.42	3.07	5.40
2.0	4 00	3 0000	1.7320	0.2680	50	89	9.29	18.58	16.07	6.58	4.07	6.00
					60	96	9.79	19.58	16 94	7.58	4.94	
					70	106	10.29	20.58	17.80	8 58	5.80	
					80	116	10.76	21 52	18.61	9.52	6.61	
					100	136	11.66	23.32	19.31	11.32	7.31	
					150	186	13.64	27.28	23.60	15.28	11 60	
					200	236	15.36	30.72	26.57	18 72	14.57	
					300	336	18.05	36.10	31.23	24.10	19.23	
					400	446	20.88	21.76	42.52	30.52	24.13	

El segundo cuadro de cálculos corresponde al gráfico de terraplenes. Los valores de x que constan en la cuarta columna están dibujados en el gráfico, a la escala de 1 dm. por unidad.

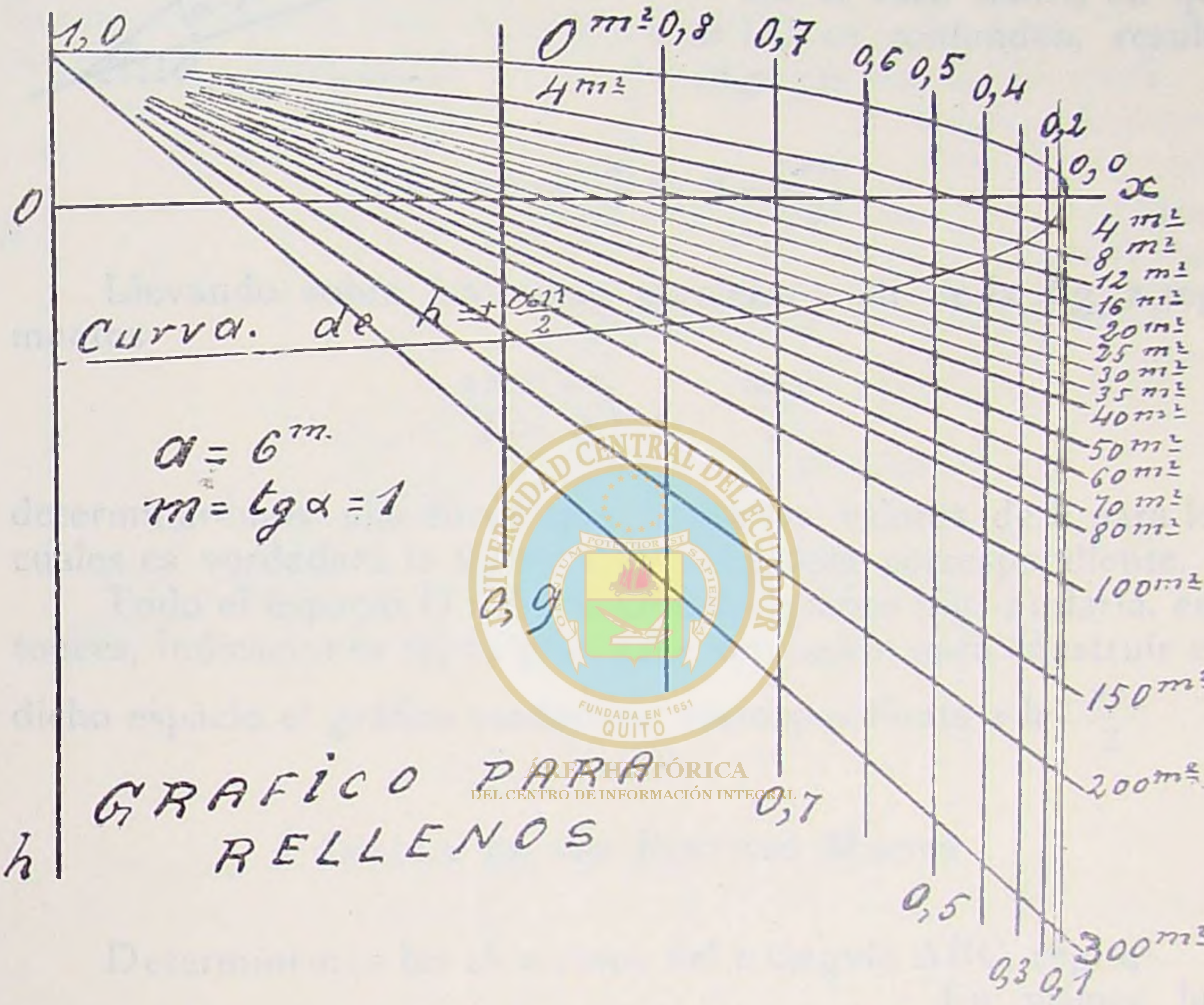
La columna $\sqrt{S + \frac{ma^2}{4}}$ da los coeficientes angulares de las diversas rectas del haz. Para dibujar éstas, se ha unido el centro del haz, cuyas coordenadas son:

$$x = o,\ y = -B = -\frac{am}{2} = -\frac{6 \times 1}{2} = -3,$$

con los puntos correspondientes a la absisa $x = 1$, puntos cuyas ordenadas constan en la última columna del cuadro segundo, y se han dibujado a la escala de 5 mm. por metro.

Cálculo para el Gráfico de Terraplenes

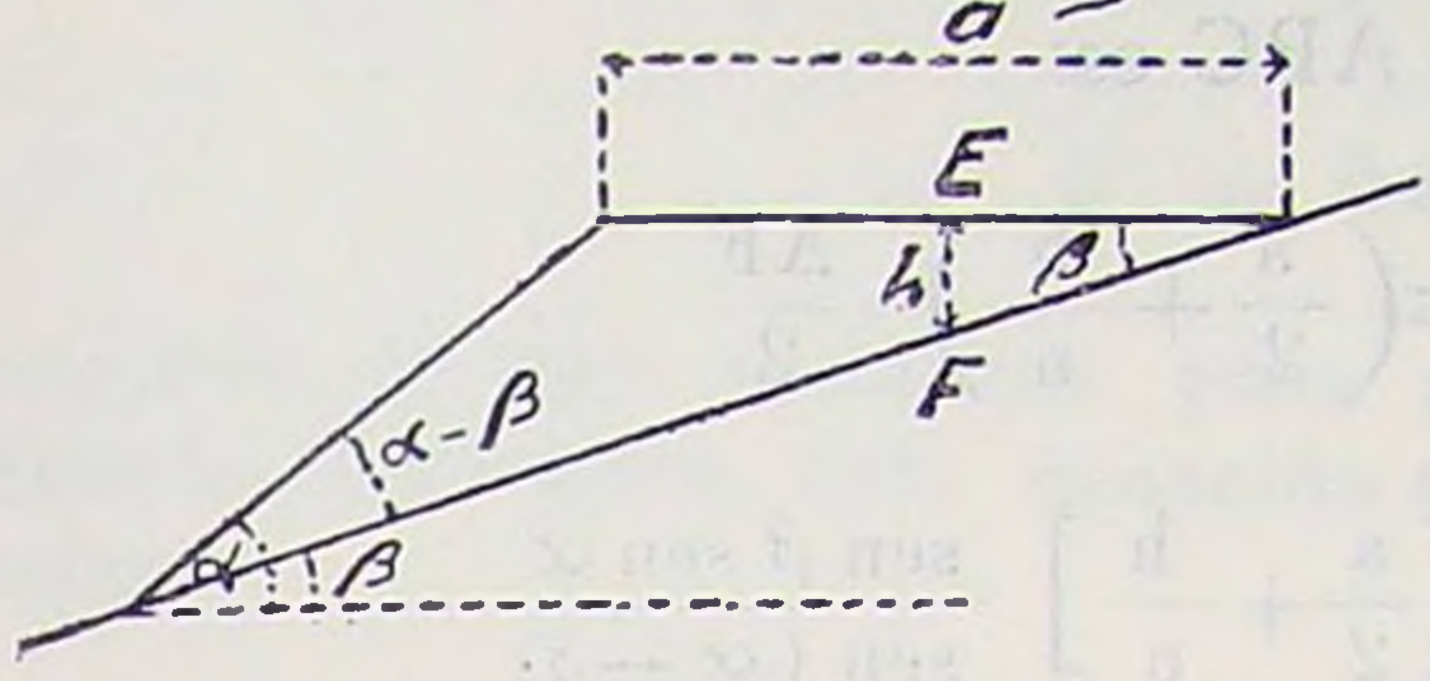
n	n^2	$\frac{m^2-n^2}{m}$	$\sqrt{\frac{m^2-n^2}{m}}$	S	$S+\frac{ma^2}{4}$	$\sqrt{S+\frac{ma^2}{4}}$	Ax	h
0	0.00	1	1	0	9	3.00	3.00	0
0.1	0.01	0.99	0.996	2	11	3.30	3.30	0.30
0.2	0.04	0.96	0.980	4	13	3.60	3.60	0.60
0.3	0.09	0.91	0.954	6	15	3.87	3.87	0.87
0.4	0.16	0.84	0.917	8	17	4.12	4.12	1.12
0.5	0.25	0.75	0.866	10	19	4.35	4.35	1.35
0.6	0.36	0.64	0.800	12	21	4.57	4.57	1.57
0.7	0.49	0.51	0.740	14	23	4.79	4.79	1.79
0.8	0.64	0.36	0.600	16	25	5.00	5.00	2.00
0.9	0.81	0.19	0.436	18	27	5.19	5.19	2.19
1.0	1.00	0.00	0.000	20	29	5.39	5.39	2.39
1.2	1.44	negativas	imaginarias	25	34	5.83	5.83	2.83
1.4	1.96			30	39	6.25	6.25	3.25
1.6	2.56			35	44	6.63	6.63	3.63
1.8	3.24			40	49	7.00	7.00	4.00
2.0	4.00			50	59	7.68	7.68	4.68
				60	69	8.31	8.31	5.31
				70	79	8.89	8.89	5.89
				80	89	9.43	9.43	6.43
				100	109	10.47	10.47	7.47
				150	159	12.61	12.61	9.61
				200	209	14.45	14.45	11.45
				300	309	17.57	17.57	14.57


1,0
0
h
x
0^{m^2}
4^{m^2}
0,8
0,7
0,6
0,5
0,4
0,2
0,0
4 m²
8 m²
12 m²
16 m²
20 m²
25 m²
30 m²
35 m²
40 m²
50 m²
60 m²
70 m²
80 m²
100 m²
150 m²
200 m²
300 m²
0,9
0,7
0,5
0,3
0,1
Curva. de $h = \pm \frac{a \cdot m}{2}$
$a = 6^m$
$m = tg\,\alpha = 1$
GRAFICO PARA RELLENOS

Perfiles mixtos

Las fórmulas A i B y el gráfico fundado en ellas, sólo son verdaderos cuando el perfil es sólo en desbanque o en terraplén, es decir, cuando la diferencia HC—HB (fig. 1) es mayor, o igual a cero.

Fig 3



En el caso límite, en que B i C se confunden, resulta (fig. 3):

$$EF = h = \frac{a}{2} \operatorname{tg} \beta = \frac{an}{2}.$$

Llevando sobre las rectas paralelas a oh de la fig. 2 segmentos

$$\frac{an_2}{2}, \quad \frac{an_3}{2}, \ldots \quad \frac{an_n}{2}$$

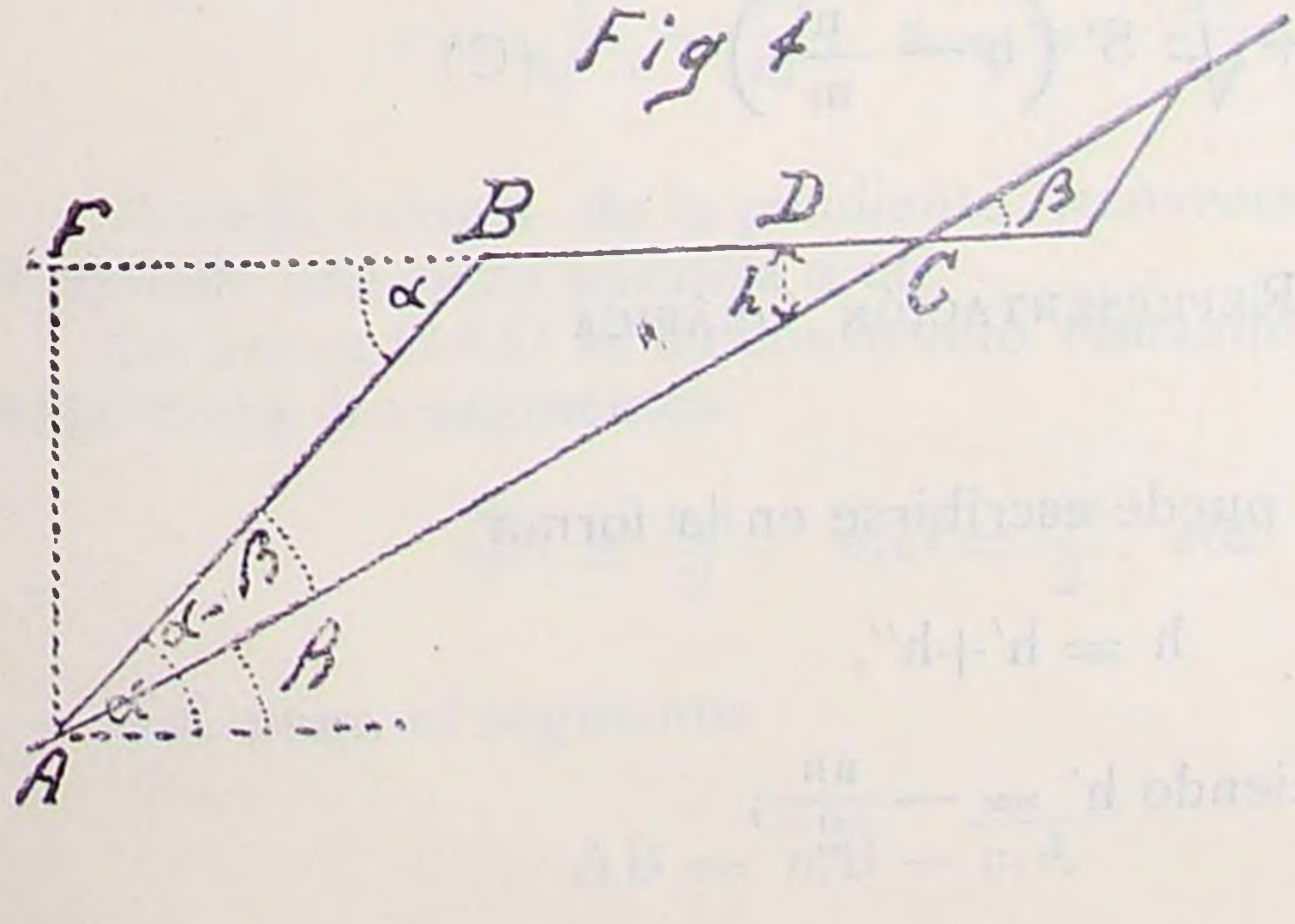
determinaremos una curva que limita los valores de h para los cuales es verdadera la fórmula B y el gráfico correspondiente.

Todo el espacio O x A B C D E del gráfico (fig. 2) daría, entonces, indicaciones falsas y se debe suprimirlo para construír en dicho espacio el gráfico verdadero correspondiente a $h < \frac{an}{2}$.

Fórmula de los Perfiles Mixtos

Determinemos los elementos del triángulo ABC, (fig. 4).

Fig 4



En primer lugar:

$$BC = \frac{a}{2} + CD$$

$$CD = \frac{h}{tg\beta} = \frac{h}{n}$$

uego

$$BC = \frac{a}{2} + \frac{h}{n}$$

Resolviendo el triángulo A B C resulta:

$$AB \text{ sen } (\alpha - \beta) = BC \text{ sen } \beta$$

$$AB = \frac{BC \text{ sen } \beta}{\text{sen } (\alpha - \beta)} = \left(\frac{a}{2} + \frac{h}{n}\right) \frac{\text{sen } \beta}{\text{sen } (\alpha - \beta)}$$

La superficie del triángulo ABC es:

$$S' = \frac{BC.\ AF}{2} = \left(\frac{a}{2} + \frac{h}{n}\right) \frac{AF}{2}$$

Pero $AF = AB \text{ sen } \alpha = \left[\frac{a}{2} + \frac{h}{n}\right] \frac{\text{sen } \beta \text{ sen } \alpha}{\text{sen } (\alpha - \beta)}$

Luego $$2S' = \left[\frac{a}{2} + \frac{h}{n}\right]^2 \frac{\text{sen } \alpha \text{ sen } \beta}{\text{sen } (\alpha - \beta)}$$

Despejando h se encuentra

$$h = -\frac{an}{2} + n\sqrt{2S' \frac{\text{sen } (\alpha - \beta)}{\text{sen } \alpha \text{ sen} \beta}}$$

$$= -\frac{an}{2} + n\sqrt{2S' \frac{\text{sen } \alpha \cos \beta - \cos \alpha \text{ sen } \beta}{\text{sen } \alpha \text{ sen } \beta}}$$

$$= -\frac{an}{2} + n\sqrt{2S' (\text{cotg } \beta - \text{cotg } \alpha)}$$

$$= \frac{an}{2} + n\sqrt{2S' \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{m}\right)}$$

$$= -\frac{an}{2} + \sqrt{2S' \left(n - \frac{n^2}{m}\right)} \quad (C)$$

Representación Gráfica

La ecuación C puede escribirse en la forma

$$h = h' + h'',$$

haciendo $h' = -\frac{an}{2}$;

$$h'' = \sqrt{2\,S'\left(n - \frac{n^2}{m}\right)}.$$

Si ponemos $\sqrt{2\,S'} = A$ y $\sqrt{n - \frac{n^2}{m}} = x$, resulta.

$$h'' = Ax,$$

ecuación de una recta que pasa por el origen de coordenadas. Siendo A variable, esta ecuación será, también, la de un haz de rectas.

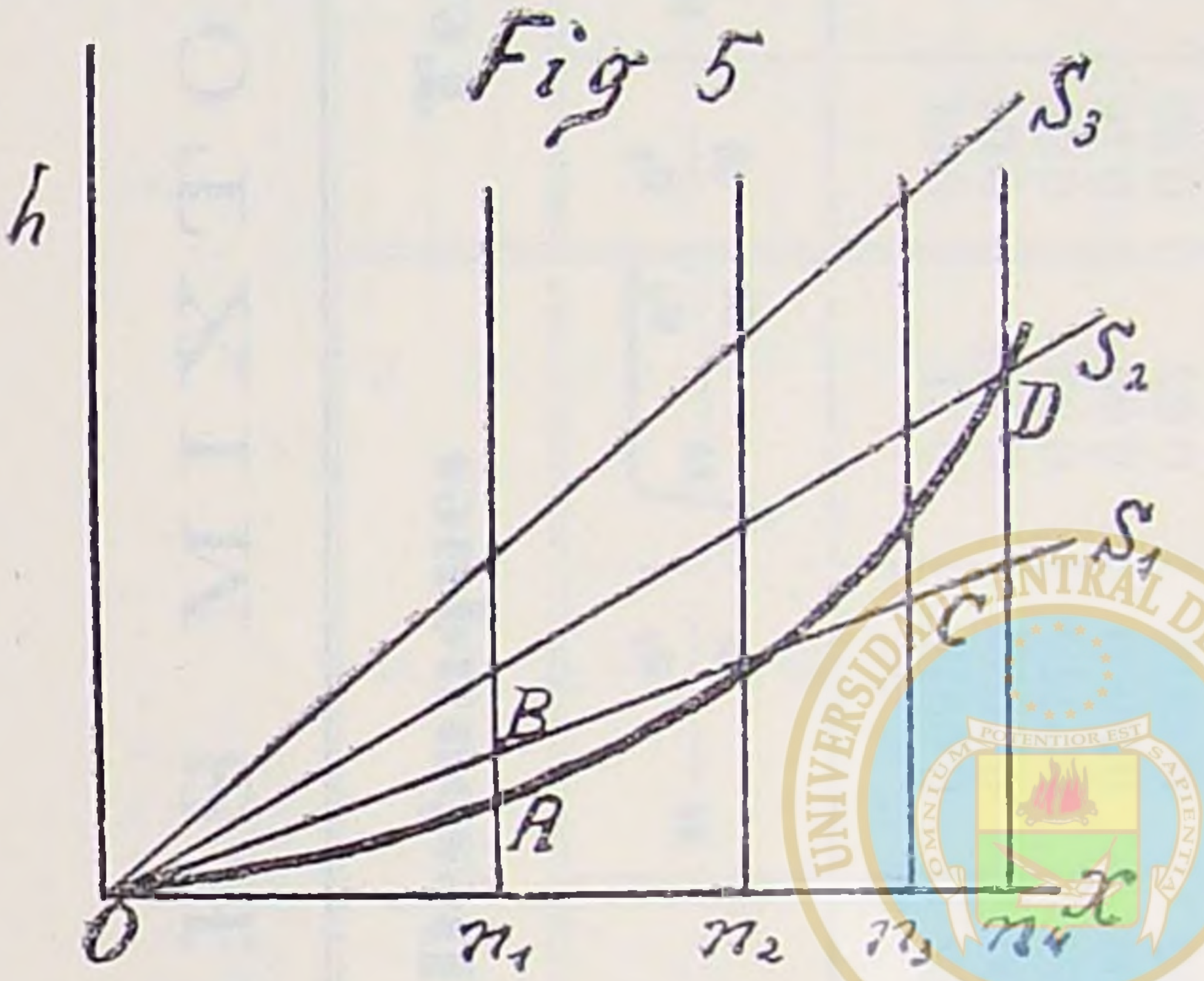


Fig 5

En el sistema de coordenadas xoh, (fig. 5, las rectas OS_1. OS_2 OS_3 tienen, respectivamente, los los coeficientes angulares

$$\sqrt{2\,S_1},\ \sqrt{2\,S_2},\ \sqrt{2\,S_3}$$

y, por ecuación:

$$h'' = \sqrt{2\,S_1}\ x,$$

$$h'' = \sqrt{2\,S_2}\ x,$$

$$h'' = \sqrt{2\,S_3}\ x$$

Vemos que a cada valor de S corresponde una recta.

Las rectas verticales de la misma figura tienen por ecuación

$$x = \sqrt{n_1 - \frac{n_1^2}{m}},\quad x\ \sqrt{n_2 - \frac{n_2^2}{m}},\quad \text{etc.}$$

A cada valor n de la pendiente transversal del terreno corresponde una recta paralela a oh.

La curva OAD se ha construído tomando, en las verticales respectivas, lcs segmentos

$$\overline{n_1A} = \frac{n_1 a}{2},\quad \overline{n_4D} = \frac{n_4 a}{2},\quad \text{etc.}$$

Así, pues, el segmento

$$AB = \overline{n_1B} - \overline{n_1A}$$

$$= h''_1 - h'_1 = h$$

es el valor de h correspondiente a S_1 metros cuadrados, en la pendiente transversal n_1.

El segmento DC, negativo, es el valor de h, correspondiente a la superficie S_3 en la pendiente transversal n_4.

A continuación, exponemos el cuadro de cálculos en que se fundan los gráficos de los perfiles mixtos, construídos a la escala de un dm. por unidad para las x y de 5 mm. por metro para las h.

PERFILES MIXTOS

					Desbanques			Terraplenes		
S	2 S	$\sqrt{2\,S}$	n	n^2	$\frac{n^2}{m}$	$n - \frac{n^2}{m}$	$\sqrt{n - \frac{n^2}{m}}$	$\frac{n^2}{m}$	$n - \frac{n^2}{m}$	$\sqrt{n - \frac{n^2}{m}}$
0	0	0	0.1	0.01	0.0025	0.0975	0.31	0.01	0.09	0.30
2	4	2	0.2	0.04	0.0100	0.1900	0.435	0.04	0.16	0.40
4	8	2.8	0.3	0.09	0.0225	0.2775	0.52	0.09	0.21	0.45
6	12	3.5	0.4	0.16	0.0400	0.3600	0.60	0.16	0.24	0.48
8	16	4.00	0.5	0.25	0.0625	0.4375	0.65	0.25	0.25	0.50
10	20	4.5	0.6	0.36	0.0900	0.5100	0.71	0.36	0.24	0.48
12	24	4.9	0.7	0.49	0.1225	0.5775	0.76	0.49	0.21	0.45
14	28	5.3	0.8	0.64	0.1600	0.6400	0.80	0.64	0.16	0.40
16	32	5.7	0.9	0.81	0.2025	0.6935	0.83	0.81	0.09	0.30
18	36	6.00	1.0	1.00	0.2500	0.7500	0.87	1.00	0.00	0.00
20	40	6.4	1.2	1.44	0.3600	0.8400	0.91	1.44	negativas	imaginarias
25	50	7.1	1.4	1.96	0.4900	0.9100	0.95	1.96		
30	60	7.8	1.6	2.56	0.6400	0.9600	0.98	2.56		
35	70	8.4	1.8	3.24	0.8100	0.9900	0.99	3.24		
			2.	4.00	1.0000	1.0000	1.00	4.00		

GRAFICO AUXILIAR PARA DESBANQUES

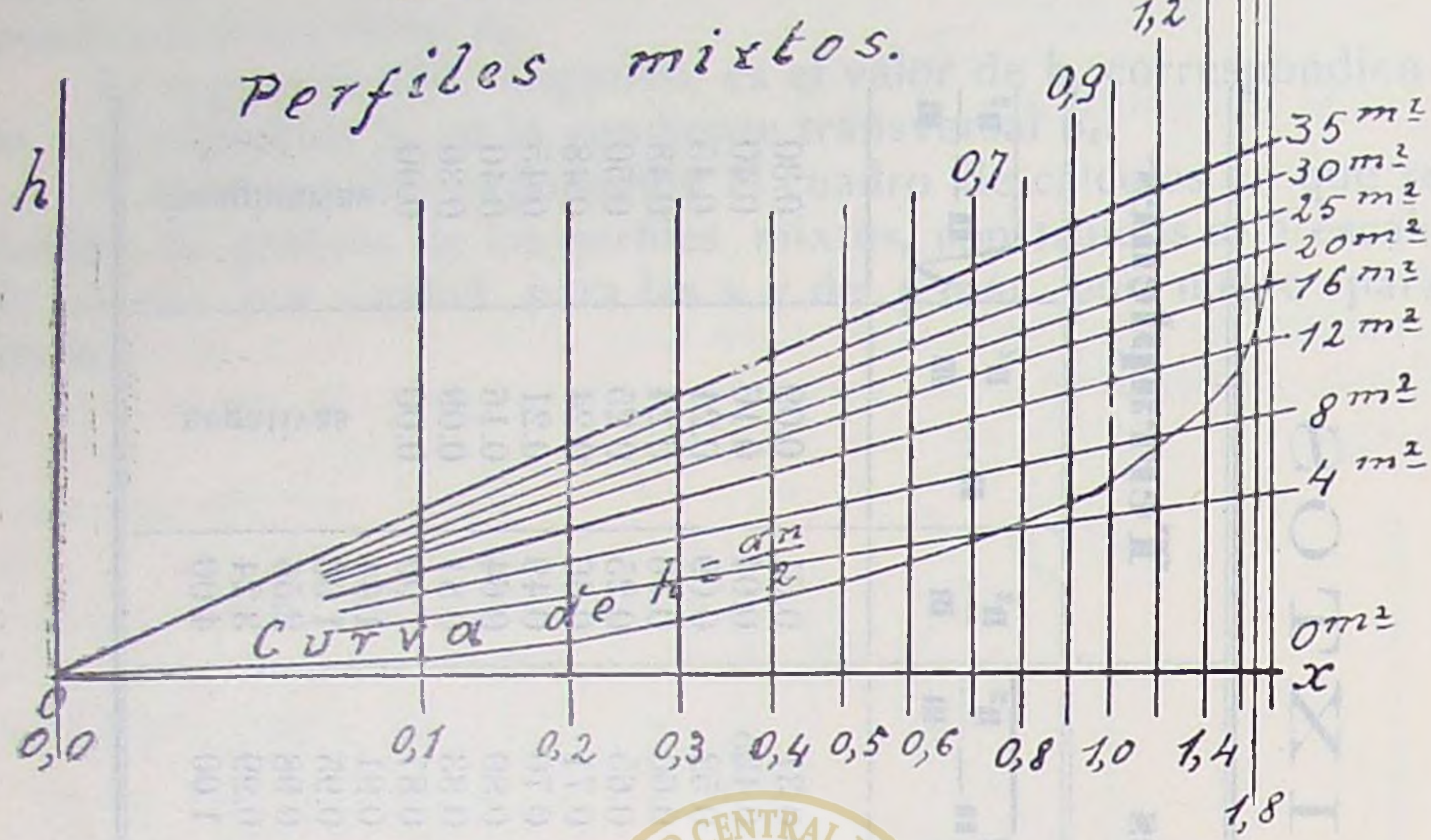
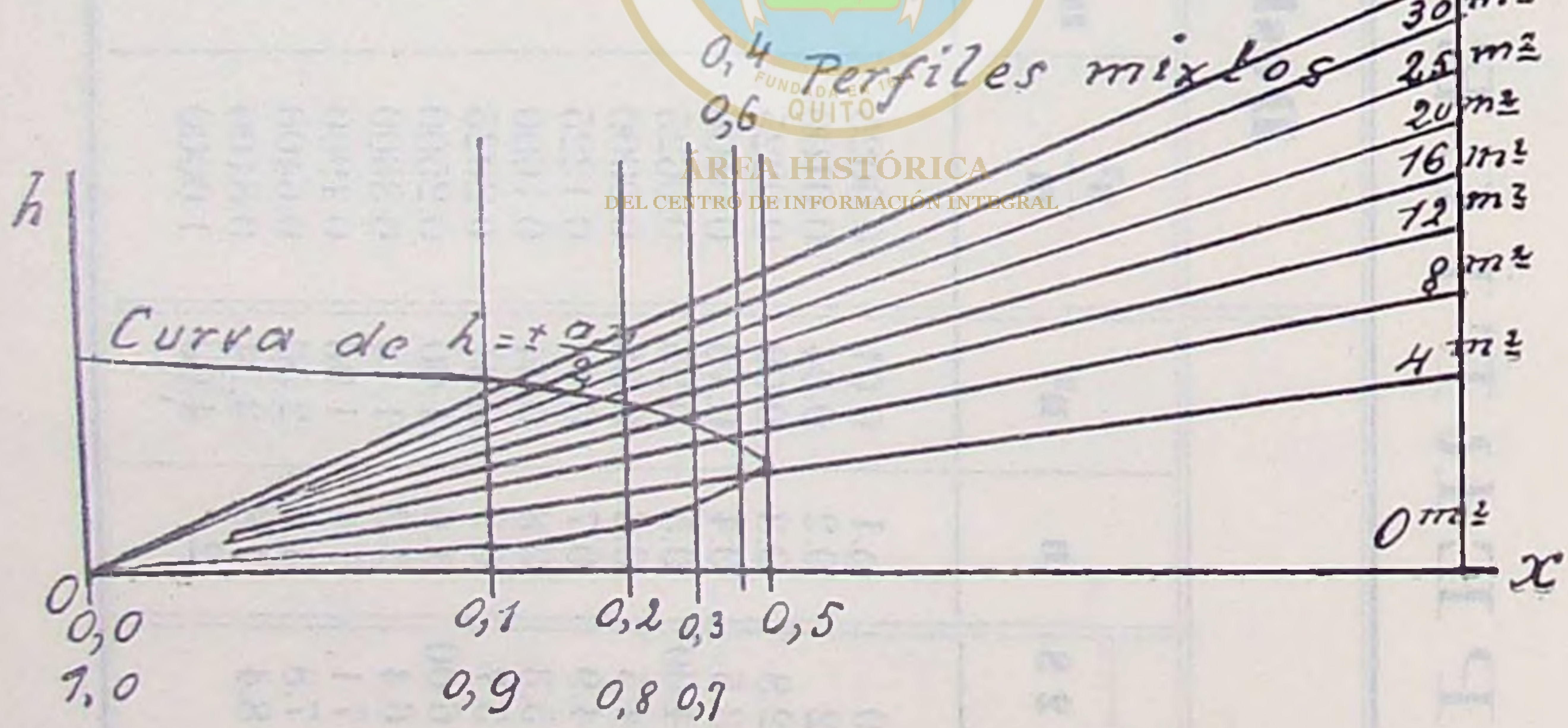


GRAFICO AUXILIAR PARA RELLENOS



En los dos gráficos principales, como las rectas del haz, construídas a base de la fórmula A, darían indicaciones falsas en todo el espacio comprendido entre ox y la curva de las

$$h = \pm \frac{a\,n}{2},$$

ha sido preciso borrar todas las rectas del haz, para construír dentro de dicho espacio las curvas verdaderas, transportando a dicho espacio las magnitudes h dadas por los gráficos auxiliares. Vemos que las rectas del haz, al llegar a la curva mencionada sufren una especie de refracción. Por la inspección de dicho espacio vemos también que hay muchos valores negativos de h, a los cuales corresponden desbanques y rellenos positivos.

En el próximo número publicaremos el gráfico correspondiente a los perfiles transversales, relativos a Ferrocarriles, dibujado y calculado por dos de los Sres. alumnos del 5º año de Ingeniería.