Por el Profesor de Construcciones de Mampostería
SR. DN. ABEL S. TROYA.

Perfiles prácticos de Diques

Varias son las fórmulas y perfiles recomendados por las autoridades en la materia, para la determinación de la forma de un dique usado en el almacenamiento de grandes porciones de agua, sea con fines industriales o para la irrigación de una zona agrícola. Las fórmulas para la determinación del perfil son por lo general muy complicadas que dificultan su aplicación o padecen de ciertos requisitos que las hacen que no sean completas desde el punto de vista de la estabilidad o no consultan la verdadera economía.

Por esto me propongo presentar la discusión del perfil pentagonal, de la manera más sencilla al alcance de los alumnos que actualmente reciben esta materia en la Universidad Central, y que fácilmente sea aplicable a cualquier caso especial.

Estos perfiles deben satisfacer a las siguientes condiciones consideradas como necesarias y suficientes:

1º La curva de presiones debe permanecer, en toda la sección del perfil, dentro del tercio medio; sea que en el dique actúe el empuje del agua o no.

2º La presión máxima por unidad de superficie, en el cuerpo del dique o en los cimientos, no debe pasar del límite práctico admitido.

3º La fricción o frotamiento dentro del cuerpo del dique y sus cimentaciones, sobre cualquier junta horizontal real o imaginaria, debe ser lo suficientemente grande para evitar el resbalamiento.

Teóricamente hablando, el espesor en la cresta o cima del dique debe ser nulo, puesto que el empuje es también igual a cero.

El perfil que contiene la menor área y que cumple con las condiciones de arriba, se compone de un triángulo rectángulo cuyo paramento interior del dique es vertical. Sabemos que el centro de gravedad de esta figura, pasa por el extremo del tercio medio, próxima a la arista que forma el ángulo vertical: de lo cual se concluye que la curva de presiones para el dique vacío se encuentra dentro de las condiciones establecidas.

Para el caso de que se considere lleno, designemos por:

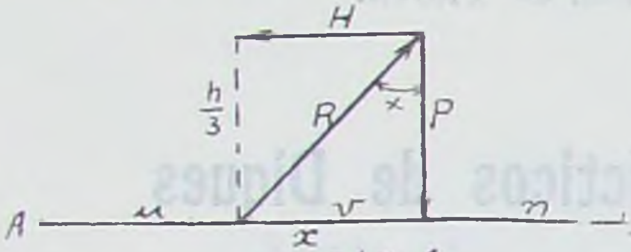

Fig 1

x la base del triángulo.

u la distancia del punto por donde pasa la curva de presiones a la arista A. Fig. 1.

n la distancia del centro de gravedad de la figura a la arista B.

v la distancia entre las curvas de presiones, correspondientes al dique lleno y vacío.

l la longitud conocida de la junta inmediatamente superior a la junta x.

d la densidad de la mampostería.

H el empuje horizontal del agua igual a $\frac{h}{2\,d}$.

h la profundidad del agua para una junta dada x.

M el momento de H referido a cualquier punto de la junta x.

P peso total del dique.

p la presión por unidad de superficie.

Por la inspección de la figura 1, se tiene:

$$x = u + v + n = u + \frac{M}{P} + n \qquad (1)$$

puesto que

$$\frac{H}{3} = M = P.\,v$$

y

$$u = \frac{x}{3}; \qquad n = \frac{x}{3}; \qquad M = \frac{h^3}{6\,d}; \qquad P = \frac{h.\,x}{2}$$

reduciendo se tiene

$$x = \frac{h}{\sqrt{d}} \qquad (2)$$

Como x es proporcional a h la curva de presiones para el dique lleno, debe cortar todas las juntas horizontales de la misma manera como sucede en la base; estos puntos de corte van formando sucesivamente la línea que limita el extremo del tercio medio, del lado de aguas abajo. De lo cual podemos concluir, que el perfil triangular, cuya base está dada por la ecuación (2), tiene el área mínima y cumpliendo el primer enunciado.

Ahora investiguemos si la ecuación (2) cumple la tercera condición. Sabemos que el coeficiente de frotamiento, es igual a la relación del empuje del agua al peso del dique y esto es igual a la tangente del ángulo formado entre la resultante y la normal a la junta. En lenguaje matemático.

$$f = \frac{H}{P} = \operatorname{tg} \alpha \qquad (3)$$

siendo, $f =$ el coeficiente de frotamiento

$\alpha =$ el ángulo que hace la resultante con la normal a la junta;

Se tiene además:

$$H = \frac{h^2}{2\,d}; \qquad P = \frac{x.\,h}{2} = \frac{h^2}{2\sqrt{d}}.$$

Sustituyendo estos valores en la ecuación (3), se tiene:

$$f = \frac{1}{\sqrt{d}} = \operatorname{tg}.\ \alpha \qquad (4).$$

Sea β el ángulo formado entre las caras de los dos paramentos, entonces

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{x}{h}$$

Sustituyamos aquí el valor de x deducido de la ecuación (2) y se tiene:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{1}{\sqrt{d}}$$

luego

$$f = \operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \beta = \frac{1}{\sqrt{d}} \qquad (5).$$

El coeficiente de frotamiento necesario para evitar el resbalamiento es igual a la tangente del ángulo formado entre el paramento interior y exterior del perfil triangular. Si se toma d comprendido entre 2 y 3, como límites extremos en que puede variar la densidad de las mamposterías, se encuentra que *f* varía entre 0,70 y 0,58. Muchas autoridades recomiendan el valor límite de $f = 0,75$. Por consiguiente, el perfil triangular satisface la tercera condición.

Ahora investiguemos, la máxima presión en cualquier junta de este perfil, para el dique lleno o vacío; esto se encuentra por medio de las conocidas fórmulas, llamadas de la ley del trapecio. Para el caso en que la resultante pasa por el extremo del tercio medio, la expresión es:

$$p = \frac{2\,P}{x}.$$

Pero como $P = \frac{hx}{2}$ se tiene $p = h$ (6)

La profundidad de cualquier junta bajo la superficie del agua, expresa la presión máxima en aquella; sea qne el dique esté lleno o vacío.

Cuando la presión límite se ha alcanzado, el cálculo del perfil triangular debe suspenderse, y se continúa por medio de los métodos ordinarios. Esto sucede únicamente para los diques muy altos.

Ahora bien, una vez determinado el triángulo que formará el cuerpo del dique, se procederá luego a investigar el espesor suficiente que debe darse en la cima del dique, para que pueda resistir la acción de las olas y el choque de los cuerpos flotantes que pueda acarrear la corriente, o también si hay necesidad, de poner en comunicación la una ribera con la otra, haciendo oficio de puente; en este caso, habría que aumentar, hasta unos 6 metros más o menos, según las necesidades del tráfico.

La altura de la cima, puede también aumentarse de una cierta cantidad, sobre el nivel más alto de las aguas, obligado por las circunstancias del lugar.

Los prácticos dan una buena regla, para casos ordinarios, haciendo que el ancho de la cima del dique y el exceso de altura sobre el nivel máximo de las aguas, sea un décimo de la altura del dique, limitando la primera a dos metros y la última a un valor máximo de 3,5 metros.

Es mejor y conveniente, hacer que el estanque tenga un vertedero sobre el dique, suficientemente largo para evitar que el agua, en las crecientes pase por sobre la cima o cresta del dique; además el proceso más correcto al diseñar un perfil, es que debe considerarse que el nivel del agua está siempre a la misma altura de la cima, suposición que se hace del lado de seguridad.

Ahora estudiemos cual será el efecto del mayor espesor dado a la cima del dique en la estabilidad de la obra, para el perfil triangular; puesto que la parte superior tiene un exceso de resistencia con respecto a la primera condición.

Determinemos el cambio de posición de las curvas de presiones para el dique vacío y lleno. (Fig. 2).

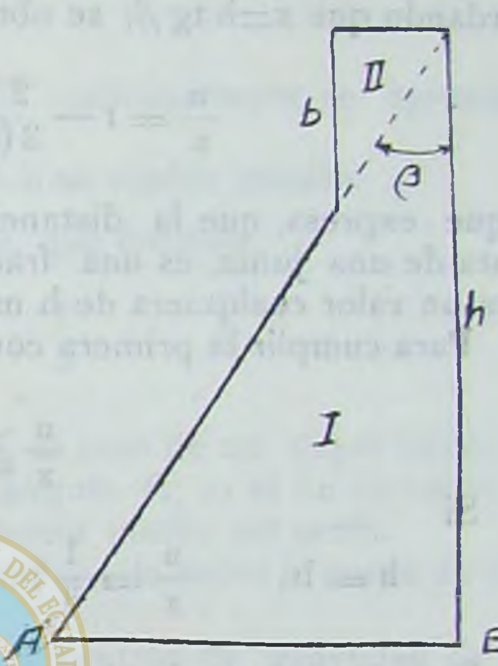

Fig 2

Sea: a = al ancho de la cima del dique.

b = a la longitud de la parte vertical del paramento exterior.

I = al perfil triangular a una altura dada.

II = al triángulo añadido en el vértice del triángulo I.

β = al ángulo formado por los paramentos del dique, véase figura 2.

Se encuentra que el área del triángulo I está dado por la expresión:

$$\frac{h^2 \operatorname{tg} \beta}{2}$$

Y su momento con relación a la arista B es:

$$\frac{h^3 \operatorname{tg}^2 \beta}{6}$$

Para el triángulo II es:

la superficie igual a $\frac{b^2 \operatorname{tg} \beta}{2}$

y el momento es $\frac{b^3 \operatorname{tg}^2 \beta}{3}$

entonces

$$n = \frac{\frac{h^3 \operatorname{tg}^2 \beta}{6} + \frac{b^3 \operatorname{tg}^2 \beta}{3}}{\frac{h^2 \operatorname{tg} \beta}{2} + \frac{b^2 \operatorname{tg} \beta}{2}} = \frac{\operatorname{tg} \beta \,(h^3 + 2b^3)}{3\,(h^2 + b^2)}$$

y

$$v = \frac{M}{P} = \frac{h^3}{3\,d^2\,(h + b^2)\,tg\,\beta} = \frac{h^3\,tg\,\beta}{3\,(h^2 + b^2)}$$

Sustituyendo estos valores de n y v en la ecuación (1) y recordando que $x = h\,tg\,\beta$; se obtiene:

$$\frac{u}{x} = 1 - \frac{2\,(h^3 + b^3)}{3\,(h^3 + h\,b^2)} \qquad (7)$$

lo que expresa, que la distancia de la curva de presiones a la arista de una junta, es una fracción de la longitud de la junta, para un valor cualquiera de h mayor o igual a b.

Para cumplir la primera condición debemos tener,

$$\frac{u}{x} \geqq \frac{1}{3}$$

Si

$$h = b, \qquad \frac{u}{x} = \frac{1}{3}; \quad \text{si } h > b, \ \frac{u}{x} > \frac{1}{3}$$

Para encontrar el valor máximo de la expresión (7), procederemos por medio del cálculo diferencial, en la que h debe ser mayor o igual a b.

El valor máximo de (7) ocurre cuando $\dfrac{h^3 + b^3}{h^3 + h\,b^2}$ es un mínimo.

Hallando el primer coeficiente diferencial de esta fracción e igualando a cero, se obtiene:

$$\frac{2\,h^3 - 3\,h^2 b - b^3}{(h^3 + h\,b^2)^2} = 0 \qquad (8)$$

El segundo coeficiente diferencial es positivo; luego cualquier valor de h que satisfaga la ecuación (8) dará un valor mínimo para la fracción y por consiguiente un valor máximo para la expresión $\frac{u}{x}$.

Resolviendo la ecuación (8) por medio de la fórmula de Cardán, se encuentra:

$$h = 1{,}677648.\ b$$

este valor demuestra la altura correspondiente a un valor máximo de $\frac{u}{x}$.

Sustituyendo este valor de *h* en la ecuación (7), nosotros hallamos el valor máximo de

$$\frac{u}{x} = 0{,}40392$$

Más allá de la profundidad $\frac{n}{x}$ continuamente se aproxima del valor $\frac{1}{3}$ alcanzándolo cuando h se vuelve infinito.

Puede fácilmente demostrarse, que cuando

$$h > b, \qquad \frac{u}{x} > \frac{1}{3}.$$

De aquí se deduce que para el caso de un dique lleno, el efecto que produce el peso del triángulo II, es el de conservar a la curva de presiones dentro del tercio medio del perfil.

Pongámonos a examinar su influencia sobre la curva de presiones para el dique vacío:

Hasta que h sea igual a $2b$ los centros de gravedad de I y de II, están en una misma línea vertical, y tenemos $\frac{n}{x} > \frac{1}{3}$.

Más bajo de esta profundidad, $\frac{n}{x} < \frac{1}{3}$.

Aplicando el cálculo diferencial a la expresión

$$\frac{n}{x} = \frac{h^3 + 2\,b^3}{3\,(h^3 + h\,b^2)} \qquad (9)$$

en la cual $h \geqq b$.

Por medio del primer coeficiente diferencial, omitiendo la constante $\frac{1}{3}$ e igualando a cero se tiene:

$$\frac{h^3 - 3\,h^2\,b - b^3}{(h^2 + h\,b^2)^2} = 0 \qquad (10)$$

La segunda derivada es positiva: entonces para cualquier valor de *h* que satisfaga la ecuación (10), dará un valor mínimo para la fracción $\frac{n}{x}$.

Resolviendo asimismo por medio de la fórmula de Cardán, se tiene:

$$h = 3{,}1038\ b$$

que es la profundidad correspondiente a un valor mínimo de $\frac{n}{x}$.

Sustituyendo este valor de h en la ecuación (9) se obtiene el valor mínimo de

$$\frac{n}{x} = 0,32218.$$

Con referencia a la estabilidad y la resistencia al corte, el perfil I se mejora con el triángulo II.

Este perfil llamado el "pentagonal", indicado por el Prof. Caín, Castigliano y también por Wegmann, satisface las tres condiciones enunciadas.

En este perfil se ha supuesto que debe resistir, una presión unitaria de 8 kilos por centímetro cuadrado en el paramento interior y 10 kilos por cm. en el paramento exterior. Esta diferencia de límites, se debe a que no es prudente que las aristas del paramento interior no estén tan cargadas como lo están las del exterior, porque sería el resultado de un perfil muy asimétrico con peligro de su estabilidad.

Este perfil propuesto es de los más simples que se conoce y que reune además de las condiciones de estabilidad una gran economía. Por supuesto es posible hacer ciertas reformas que no cambian la idea misma del perfil pentagonal, como por ejemplo: el ángulo entrante formado por la unión de los dos triángulos, se une por medio de una línea continua que suaviza el perfil. También para el caso de que se tuviera una presión igual a la admitida en el paramento interno, y se quisiera mejorar el trabajo por unidad de superficie, se debe dar a este paramento un talud, digamos para concretar las ideas de 5 cm. por metro, que reportaría un gran beneficio a la estabilidad, sin un aumento considerable del costo.