EFREN BARRAGAN ROMERO

Vigas de Sección Rectangular sometidas a presión

VIGAS DE SECCION RECTANGULAR SOMETIDAS A TORSION

En las construcciones modernas de concreto armado es frecuente el uso de elementos sometidos a torsión, y es así como encontramos vigas de las llamadas «en balcón», o vigas con voladizos desequilibrados que presentan estas características.

Las fórmulas para analizar este tipo de elementos pueden encontrarse en cualquiera de los Manuales de Ingeniería, sin embargo voy a transcribir aquí algunas consideraciones para su cálculo y las fórmulas corrientemente empleadas para su solución.

1o. *Núcleo de la Sección:* Las dimensiones del núcleo se fijarán teniendo en cuenta el recubrimiento de las armaduras que consideren las Normas que al respecto se adopten. En nuestros cálculos tomaremos

$$bn = b - 5 \text{ cms.}$$
$$hn = h - 5 \text{ cms.}$$

2o. *Tipos de armadura contra la torsión:* Se emplean los siguientes tipos:

a) Estribos cerrados de dos ramas, inclinados a 45° sobre el plano de las fibras medias, los cuales pueden sustituirse con una espiral.

b) Estribos cerrados de dos ramas, normales al plano de las fibras medias.

c) Estribos inclinados o normales, como en a) y b), combinados con barras longitudinales; bien entendido que éstas deben estar constituídas por cabillas especiales que se intercalan entre las cabillas necesarias contra la flexión.

3º. *Esfuerzos unitarios de torsión, admisibles:* Los esfuerzos de torsión son análogos a los esfuerzos cortantes y se suman con éstos. Por consiguiente, el esfuerzo de torsión admisible se regirá por las Normas prescritas para el esfuerzo cortante admisible. El esfuerzo unitario de torsión se calcula con la fórmula:

$$Rct = \varphi \frac{Mt}{b^2 h}$$

Siendo:

Rct = esfuerzo unitario de torsión.

Mt = momento de torsión que, para las vigas rectas se calculará por los procedimientos ordinarios y para las vigas en balcón aplicando las fórmulas correspondientes.

b,h = dimensiones de la sección, siendo b < h

$$\varphi = 3 + \frac{2.60}{0.45 + h/b} \quad \text{(según Saint-Venant)}$$

Cálculo de armaduras contra la torsión:

a) Estribos inclinados a 45º: Cuando exista solamente torsión se calcularán con la fórmula:

$$\omega et = \frac{Mt}{2\sqrt{2}\,\Omega_n\,Rat} \quad (cm^2 \text{ por cm. } 1.)$$

Siendo:

ωet = área de la sección de una rama de estribo en cm^2 por cm. 1.

Mt = momento de torsión en kg/cm.

Ω_n = área de la sección del núcleo en cm^2.

Rat= coeficiente de trabajo del acero a la torsión en kg/cm^2. (para estribos inclinados a' 45º = 1.200 kg/cm^2).

Cuando además de la torsión, intervengan esfuerzos cortantes, se calculará el área ω es de estribos necesarios por este último respecto, y se agregará la cantidad

$\dfrac{\omega es}{\sqrt{2}}$ al área anterior ωet.

b) Estribos normales: Cuando exista solamente torsión, se calcularán con la fórmula:

$$\omega et = \frac{Mt}{2\,\Omega\, n\, Rat} \quad (cm^2 \text{ por cm. } 1).$$

Cuyos símbolos tienen la misma significación que los de la fórmula anterior, siendo en este caso Rat = 600 kg/cm^2.

Cuando, además, intervengan esfuerzos cortantes, se agregará a ωet el área de sección ωes necesaria para este otro respecto.

c) Estribos y barras longitudinales: Se emplea este tipo de armaduras combinadas, cuando haya interés en reducir el ária de la sección total de estribos, a fin de disminuir su diámetro o aumentar su separación; para lo cual, se absorbe una parte del momento de torsión dado Mt con barras longitudinales. En este caso el cálculo se conduce del mismo modo: si et es el área de la sección total de estribos admitida, éstos absorberán, de acuerdo con las fórmulas dadas en a—) y b—):

$$Mte = 2\sqrt{2}\;\omega et\;\Omega\; n\; Rat \text{ (para estribos a } 45^o).$$
$$Mte = 2\;\omega et\;\Omega\; n\; Rat \text{ (para estribos verticales).}$$

En consecuencia se deberá absorber con barras longitudinales, la diferencia con Mt:

$$Mtb = Mt - Mte.$$

Conocido así Mtb se calcula el área de la sección total de las barras longitudinales con la fórmula:

$$\omega bt = \frac{Mtb\; U}{2\,\Omega\, n\, Rat}$$

Siendo:

U = perímetro del núcleo.

Rat = coeficiente de trabajo del acero a la torsión, que en este caso se toma igual a 600 kg/cm^2.

Los otros símbolos conservan las significaciones ya indicadas.

Las fórmulas que anteceden son bastante símples de aplicación, sin embargo, considerando la economía de tiempo que se consigue con la tabulación de los valores de Rct (tabla N°. 1), de los valores de ωet (tabla N°. 2), y con la representación monográfica de las funciones que dichas fórmulas representan, he creído oportuno preparar el trabajo que a continuación presento.

TABLA N°. 1

VALORES DE φ/b^2h

h \ b	20	25	30	35	40	45	50
.20	.05980	.04060	.03010	.02260	.01790	.01450	.01210
.25	.04530	.03060	.02230	.01720	.01355	.01080	.00920
.30	.03780	.02440	.01780	.01355	.01070	.00880	.00732
.35	.02990	.02020	.01460	.01120	.00890	.00722	.00601
.40	.02540	.01710	.01240	.00947	.00750	.00610	.00508
.45	.02040	.01480	.01070	.00814	.00647	.00526	.00428
.50	.01940	.01300	.00940	.00716	.00567	.00462	.00383
.55	.01730	.01160	.00837	.00637	.00504	.00410	.00340
.60	.01570	.01040	.00752	.00573	.00451	.00368	.00305
.65	.01425	.00950	.00684	.00520	.00410	.00333	.00276
.70	.01305	.00870	.00626	.00473	.00373	.00304	.00252
.75	.01205	.00802	.00567	.00437	.00344	.00278	.00231
.80	.01120	.00743	.00533	.00403	.00317	.00258	.00213
.85	.01045	.00694	.00496	.00383	.00295	.00239	.00198
.90	.00980	.00649	.00464	.00349	.00275	.00223	.00184
.95	.00922	.00608	.00436	.00329	.00257	.00209	.00173
1.00	.00868	.00574	.00408	.00309	.00244	.00196	.00162
1.05		.00544	.00387	.00294	.00229	.00185	.00153
1.10		.00515	.00367	.00267	.00217	.00175	.00145
1.15		.00490	.00349	.00262	.00206	.00166	.00137
1.20		.00466	.00332	.00250	.00195	.00158	.00131

Estos valores multiplicados por Mt en kg — m. dan Rct en kg/cm^2.

TABLA No. 2

VALORES DE ωct en cm./cm. 1

s cms. \ Φ	1/4"	3/8"	1/2"	5/8"
12.5	.0256	.0568	.1016	.1584
15.0	.0212	.0472	.0845	.1310
20.0	.0158	.0356	.0633	.0990
25.0	.0127	.0285	.0507	.0792

Φ = diámetro

s = separación

El nomograma, como puede verse, consta de cinco escalas verticales en las que se han representado las variables de las fórmulas de la torsión. El uso práctico del nomograma es el siguiente:

1. Se puede determinar el momento de torsión Mt que puede resistir una sección dada, con armadura transversal conocida.

2. Inversamente, se puede conocer la sección de una viga a la que se le va a armar con una área de estribos y va a resistir un momento de torsión dados.

3. Conocidos la sección de la viga y su armadura longitudinal, se puede inmediatamente saber el momento de torsión que ese elemento puede resistir.

4. Mediante el uso de los valores tabulados de Rct se puede seleccionar la sección que más convenga y que cumpla con las exigencias arquitectónicas del caso supuesto.

Vamos a explicar el uso del nomograma con ejemplos:
Ejemplo 1.—Tenemos los siguientes datos: Mt = 3.200 kilográmetros.

Se trata de seleccionar la menor sección permisible para que Rct no sea mayor de 15 kilogramos por centímetro cuadrado (se ha supuesto que existe esfuerzo cortante únicamente debido a la torsión, pues si hubiera esfuerzo cortante debido a otros factores debería cumplirse la condición:

$$Rct + Rc < 15 \text{ kilos por centímetro cuadrado}).$$

En la tabla de valores φ/b^2h escogemos el factor que más se adapte a la condición supuesta, sea por ejemplo la sección 35×80 cms. con el factor $\varphi/b^2h = .0437$ o sea que $Rct = 3.200 \times 0.0437 = 14.00$ kibs/cm^2. Entonces pasamos a las escalas con los siguientes datos:

$Mt = 3.2$ tonmetros $\qquad \Omega n = 2.250$ cms^2.

Uniendo las escalas de Mt con la de Ωn obtenemos en la escala de ωet un valor de .119 cm^2/cm. (que puede verificarse con el cálculo exacto).

Si en este mismo ejemplo hubiéramos querido obtener el área de estribos inclinados a 45°, tendríamos que dividir simplemente el área de estribos verticales obtenida con el nomograma para el número 2.828 (o sea $2\sqrt{2}$), es decir que el área de acero para estribos inclinados a 44° habría sido de .0422 cm^2/cm.

Ejemplo 2.—Se tiene una sección de 30×65 cms. para resistir un momento de torsión $Mt = 1.900$ kilográmetros. De una losa cadtiliver empotrada en la viga disponemos de estribos de $^3/_8$" a 12.5 cms. de separación que queremos aprovechar para resistir en parte el Mt. Se trata de encontrar el área de barras longitudinales ωbt.

$$Mt = 1.9 \text{ tonmetros}$$
$$U = 170 \text{ cms.}$$
$$\Omega n = 25 \times 60 = 1.500 \text{ cm}^2.$$

$$E\ \Phi\ ^3/_8 \text{ a } 12.5 \text{ cms.} = 0.0568 \text{ cm}^2/\text{cm}.$$

Uniendo la escala de $\omega et = 0,0568$ con la escala de $\Omega n = 1.500$ obtenemos $Mte = 1.02$ de donde

$$Mtb = 1.9 - 1.02 = .88 \text{ tonmetros}.$$

Uniendo la columna de $Mt = .88$ con $\Omega n = 1.500$ cm^2 obtenemos un punto en la escala de ωet (que en este caso sirve como escala auxiliar), y uniendo este punto con $U = 170$ en la escala respectiva, obtenemos el valor de $\omega bt = 8.30$ cm^2. que es el que queríamos encontrar.