REPUBLICA DEL ECUADOR

PUBLICACION TRIMESTRAL

ANALES de la UNIVERSIDAD CENTRAL

Tomo XLIX ◖ OBRE.-DBRE. de 1932 ◗ No. 282

CUERPO DE REDACCION:

Representante de la Facultad de Jurisprudencia y Ciencias Sociales: Profesor, Sr. Dr. Pío Jaramillo Alvarado. — —

Representante de la Facultad de Ciencias Médicas: Profesor, Sr. Dr. Julio Endara. — —

Representante de la Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales: Profesor, Sr. Dn. Alberto Villacreses. — —

Representante de la Facultad de Filosofía, Letras y Pedagogía: Profesor, Sr. Dr. César Aníbal Espinosa. — — —

Secretario General: Sr. Dr. Dn. Cristóbal Salgado. — —

Imp. de la Universidad Central. - Quito

CONTENIDO DEL Nº 282

Págs.

DE CIENCIAS

Teoría Vectorial, por el Profesor de Mecánica Racional en la Facultad de Ciencias de la Universidad Central, Sr. Francisco Cruz M. 293

Contribuciones para el conocimiento Geológico de la región volcánica del Ecuador.—El Cotopaxi y las montañas volcánicas que le rodean: Pasochoa, Rumiñahuy, Sincholagua y Quilindaña, por el Profesor de Geología en la Universidad Central, Sr. Dn. Augusto N. Martínez 357

Curso de Estática Gráfica, por el Profesor de Estática Gráfica, Sr. Dn. Abel S. Troya..... 385

DE JURISPRUDENCIA Y CIENCIAS SOCIALES

Manual de Ciencia de Hacienda aplicada al Ecuador, por el Sr. Dr. Eduardo Riofrío V. 463

DE CIENCIAS MEDICAS

Contribución a la práctica de las inyecciones de uroselectan en las radiografías renales, por el Profesor de Electro-radiología de la Universidad Central, Sr. Dr. Dn. Pablo Arturo Suárez. 491

Deontología Universitaria.—Fragmento de la Conferencia del 25 de octubre de 1932, al iniciar el Curso de Medicina Legal y Deontología, por el Profesor de Medicina Legal y Deontología de la Universidad Central, Sr. Dr. Dn. Antonio J. Bastidas. 497

ÁREA HISTÓRICA
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

CONTENIDO DEL Nº 282

Págs.

CRONICA UNIVERSITARIA

Sesión Solemne de apertura del curso universitario 1932-1933 511
Se designa Rector y Vicerrector de la Universidad Central 514
Elección de Dignatarios en las Facultades... 520
Nombramientos 521
Homenaje en honor del Ex-Rector de la Universidad Central y de los Profesores Jubilados 522
Sesión Solemne en homenaje al señor Rafael Andrade Rodríguez 527
Visita de una delegación de la Central a la Universidad de Guayaquil 530
Visita a la Universidad de Cuenca... 531
Estadística Universitaria 532
Nómina de los Representantes estudiantiles ante el Consejo, Asamblea y Facultades..... 543
BIBLIOGRAFÍA 547

ÁREA HISTÓRICA DEL CENTRO DE INVESTIGACIÓN INTEGRAL

Por el Profesor de Mecánica Racional en la
Facultad de Ciencias de la Universidad Central,
Sr. Dn. F. J. Cruz M.

La Teoría Vectorial

ÁREA HISTÓRICA
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

TEORIA VECTORIAL

La teoría de vectores ha tomado en estos últimos tiempos una importancia correspondiente a las ventajosas aplicaciones de que es susceptible.

Tratada como ciencia especial, va desarrollándose a medida que se extiende el análisis puro de sus propiedades.

La Mecánica, la Grafoestática como parte de ésta, la Electricidad en sus problemas de corrientes alternas, la Trigonometría en la deducción de sus principios emplean los vectores y los conceptos vectoriales.

Para que nuestros estudiantes puedan adquirir una visión de conjunto, he querido condensar en este estudio, la síntesis práctica de la Teoría Vectorial.

ÁREA HISTÓRICA
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

TEORIA VECTORIAL

La teoría vectorial reposa en la idea del movimiento: el movimiento de un punto que engendra una línea.



Fig. 1

Supongamos un punto A que se mueve y sea B su situación posterior en el espacio: para venir de A a B, considerando las diferentes posiciones sucesivas, e inmediatamente relacionadas con la anterior, estas diferentes posiciones habrán engendrado la línea AB.

AREA HISTÓRICA
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

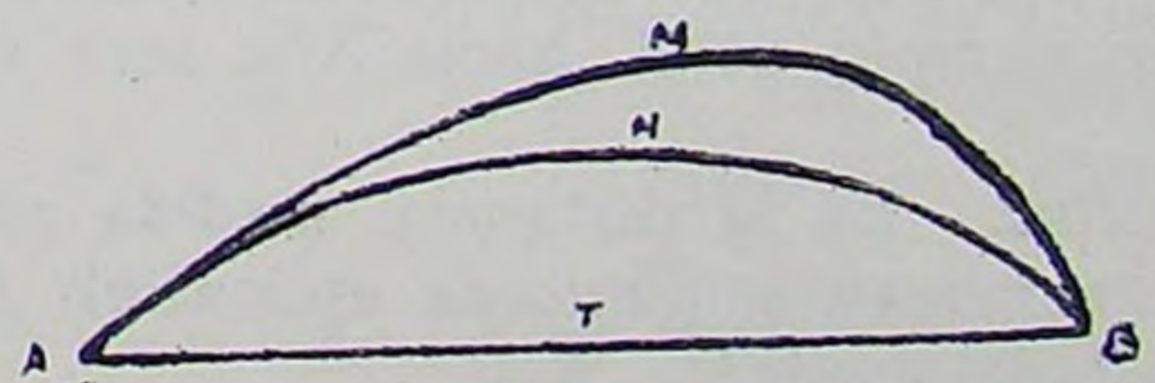


Fig. 2

Para ir desde A hasta B el punto puede engendrar las líneas AMB, ANB y $\overline{ATB}$, siendo esta última una línea recta, o sea, el camino más corto entre A y B. Es este camino más corto o sea la línea recta AB la que recorre un punto móvil, para engendrar un vector $\overline{AB}$. Las líneas AMB, ANB y la recta AB, son las trayectorias del punto.

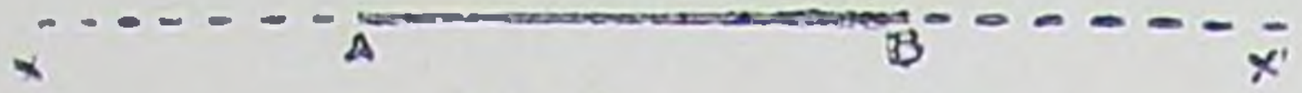


Fig. 5

Si se prolonga de lado y lado la recta AB, se obtiene la recta XX' de longitud indefinida que constituye la *dirección del vector.* Sobre la recta XX', un punto móvil puede engendrar un vector yendo de X hacia X' (vector $\overline{AB}$) o también de X' hacia X (vector $\overline{BA}$); hay, por tanto, dos *sentidos* sobre una misma dirección: al uno lo llamamos positivo, el contrario será negativo.

Considerando un mismo eje XX' o sea una dirección o soporte de vectores, y tomando en cuenta que el móvil va de A a B, es decir, recorre una distancia, la distancia o *longitud* recorrida puede diferenciar un vector de otro, por tanto, su comparación se hará mediante una *unidad* de *longitud.*

Y así vemos que para definir perfectamente un vector, se necesita tomar en cuenta todos aquellos elementos que lo personifican, es decir, que lo diferencian de los demás.

Un vector está, pues, definido por los cuatro elementos:

1º. *Dirección.* El eje XX' que sirve de soporte.

2º. *Punto de aplicación.* El punto A de donde parte el móvil para engendrar el vector $\overline{AB}$.

3º. *Sentido.* El que lleve para ir de A hacia B: será positivo si es el mismo que hemos convenido, así, en el eje respectivo (por ejemplo de X hacia X'); será negativo si es el contrario.

4º. *Magnitud.* Es la distancia, medida con la longitud unitaria, entre el origen o punto de aplicación A, y el punto B o extremidad del vector.

Para indicar que se trata de un vector, se emplea la anotación $\overline{AB}$: A es el origen, B la extremidad y la barra completa la idea convencional del vector $\overline{AB}$.

Representación de un vector

Un vector $\overline{AB}$, se lo representa gráficamente por un trozo AB de línea recta, en el cual se encuentran los elementos necesarios para definirlo: A es el origen o punto de aplica-

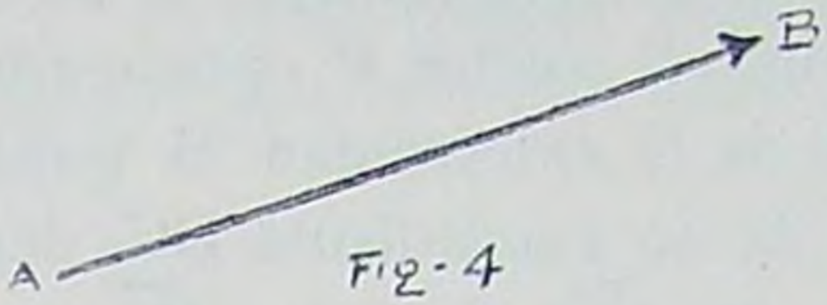


Fig. 4

ción; B la extremidad, indicada por la flecha; AB de longitud igual al número de unidades de su magnitud; dirección, la de la recta AB; sentido, el indicado por la flecha, de A (origen) hacia B (extremidad).

Suma de vectores



Fig. 5

Los vectores comparados entre ellos deben ser:

1º. Vectores idénticos: aquellos que tienen un mismo origen y una misma extremidad; tales como $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$.

2º. Equipolentes: los que tienen direcciones paralelas, iguales sentidos y magnitudes; tales como $\overline{EF}$ y $\overline{GH}$.

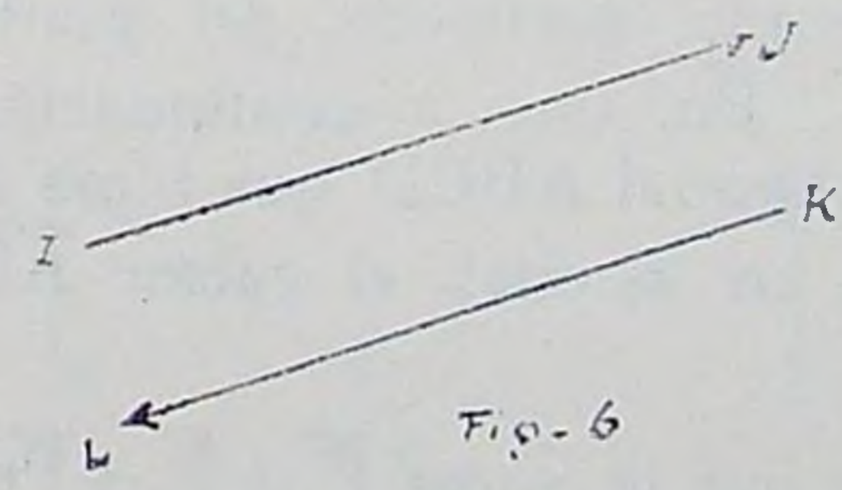


Fig. 6

3º. Par de vectores: se llama al grupo de vectores $\overline{IJ}$ y $\overline{KL}$ cuyas direcciones son paralelas, sus magnitudes iguales y de sentidos contrarios.

Consideremos varios vectores $\overline{P_1}$, $\overline{P_2}$ y $\overline{Pn}$ cuyos orígenes o

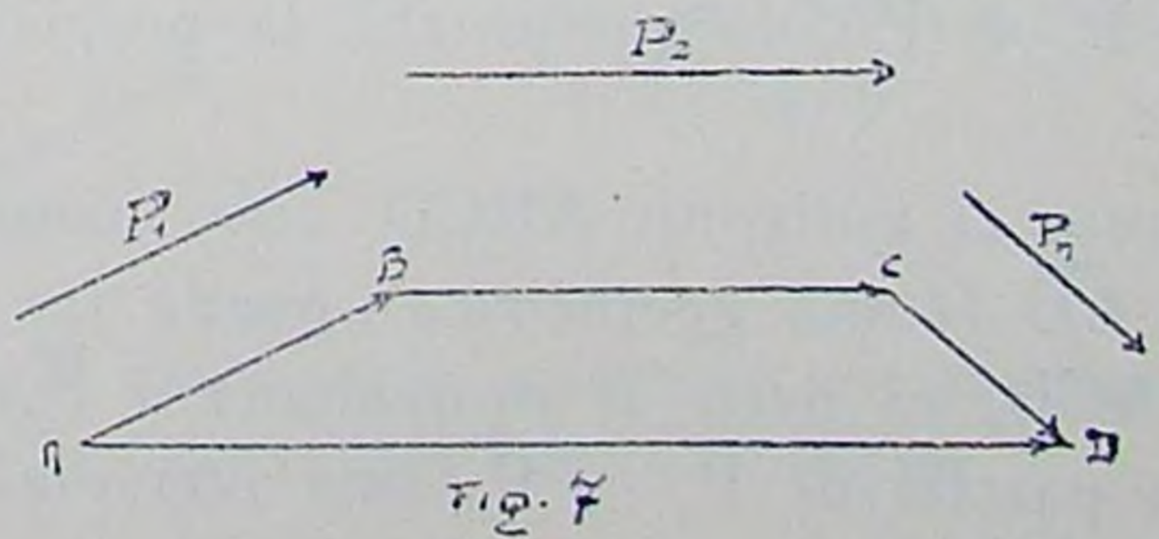
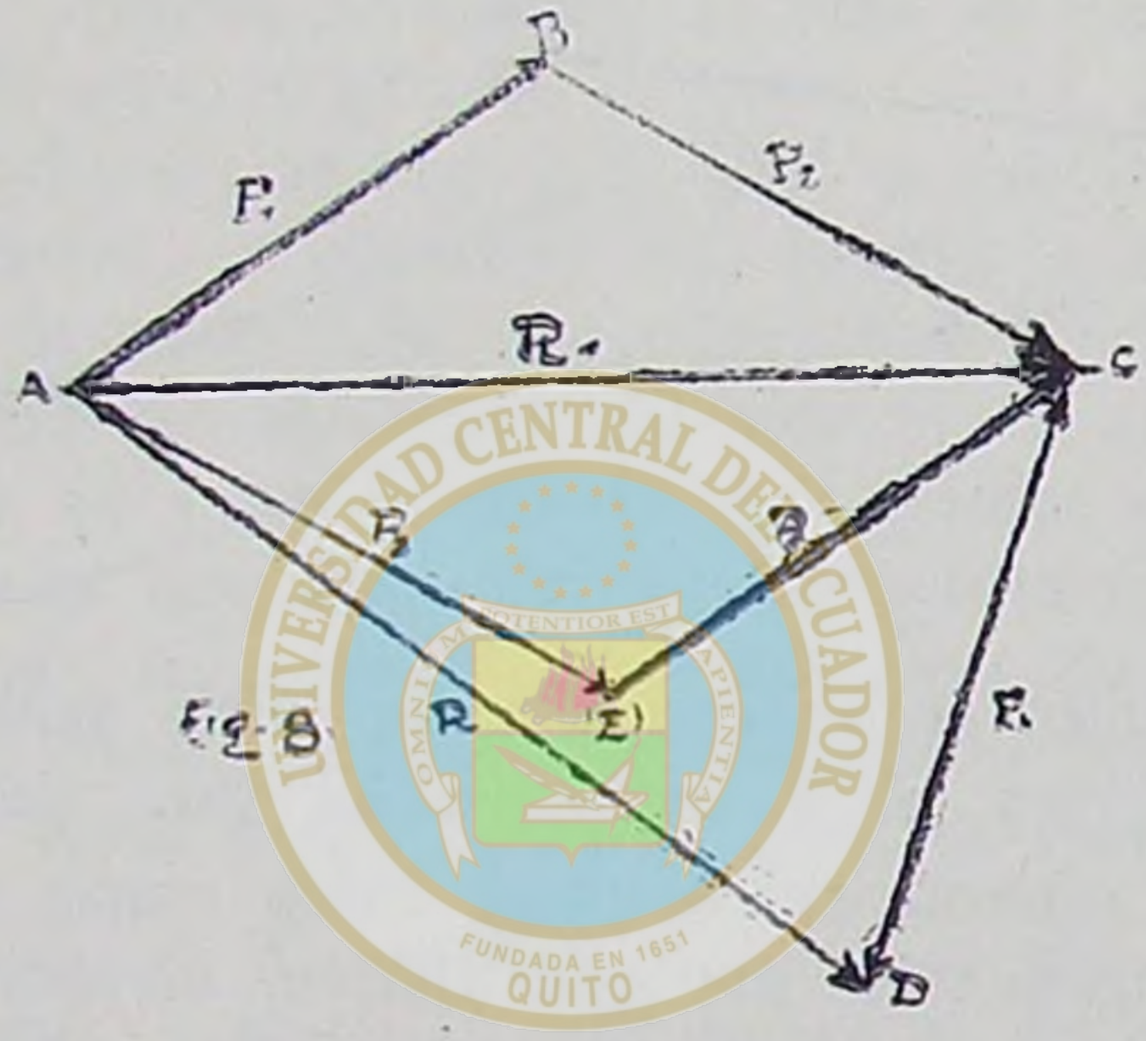


Fig. 7

puntos de aplicación en el espacio son cualesquiera; si escojemos uno especial A, transportemos el vector $\overline{P_1}$ por medio de un equipolente $\overline{AB}$; partiendo de la extremidad B transportemos el vector $\overline{P_2}$, por medio de un equipolente $\overline{BC}$; desde la extremidad C, transportemos en $\overline{CD}$ el vector $\overline{Pn}$; por convención, un vector $\overline{AD}$ cuyo origen coincide con el origen A del primer vector y cuya extremidad coincide con la extremidad D del último vector, se llama *suma geométrica de los vectores considerados.*



UNIVERSIDAD CENTRAL DEL ECUADOR
OMNIUM SCIENTIARUM PRINCIPIUM ET FINIS
FUNDADA EN 1651
QUITO
ÁREA HISTÓRICA
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

Para obtener la suma geométrica de los vectores $\overline{P_1} + \overline{P_2} + \overline{Pn} = \overline{R}$ hemos colocado, partiendo del punto A, vectores equipolentes $\overline{P_1}$, $\overline{P_2}$.....$\overline{Pn}$, uno a continuación del otro, formando el contorno poligonal ABCD que toma el nombre de polígono de vectores, en el cual, el vector $\overline{AD}$ representa la suma geométrica.

En la fig. 8, podemos observar que la suma $\overline{P_1}+\overline{P_2}+\overline{Pn}$, podíamos obtenerla construyendo el polígono AECD que equivale a $\overline{P_2} + \overline{P_1} + \overline{Pn}$, lo que prueba la propiedad *conmutativa.*

Así mismo, el polígono ABCD cuya construcción nos da el vector $\overline{AD}$ (suma geométrica), puede ser sustituído por el polígono ACD, es decir el equivalente a $\overline{R_1} + \overline{Pn}$, en el cual la suma parcial de $\overline{P_1}$ y $\overline{P_2}$ está reemplazada por $\overline{R_1}$; de lo cual se deduce:

1º. La propiedad asociativa.

2º. Un vector $\overline{AD}$, es suma geométrica de cualquier número de vectores cuyo polígono se encuentra cerrado por $\overline{AD}$.

Casos particulares

DOS VECTORES

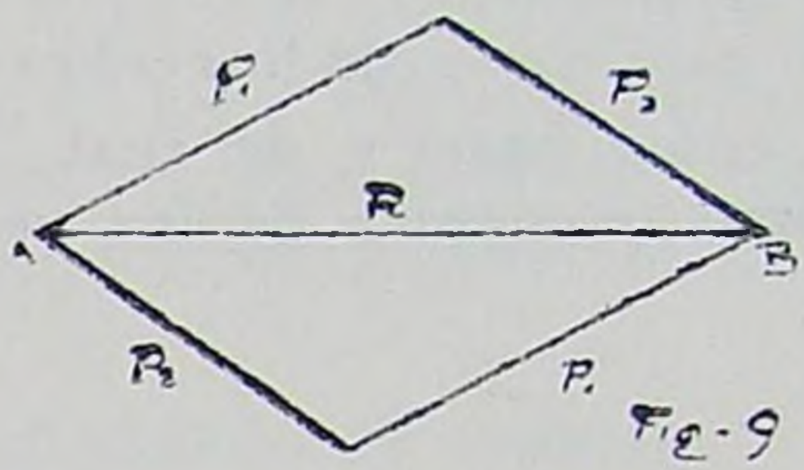


Fig-9

Los dos vectores $\overline{P}_1$ y $\overline{P}_2$ forman en el punto A (fig. 9), la suma geométrica $\overline{P}_1 + \overline{P}_2 = \overline{R}$ siendo $\overline{R}$ el vector $\overline{AB}$; de la misma manera se obtendría construyendo $\overline{P}_2 + \overline{P}_1 = \overline{R}$. La construcción del conjunto nos indica un paralelogramo, cuyas bases son P_1 y P_2 y del cual la diagonal que parte de A, es la suma geométrica $\overline{R}$.

TRES VECTORES

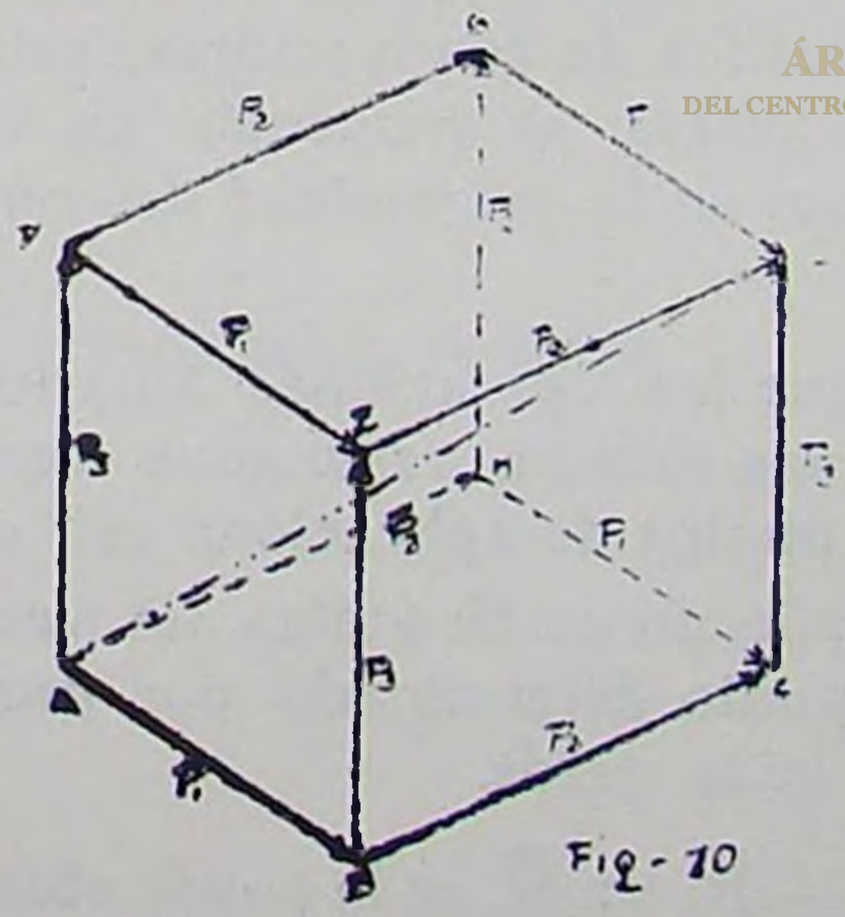


Fig-10

Los vectores P_1, P_2, P_3 transportados al punto A, no se encuentran en un mismo plano, pero, dos a dos, definen tres planos. En el punto A coloquemos el vector $\overline{P}_1$ en $\overline{AB}$ (fig. 10), a continuación en $\overline{BC}$ el vector $\overline{P}_2$ y por último en $\overline{CD}$ el vector $\overline{P}_3$; el contorno poligonal ABCD define en $\overline{AD}$ un vector $\overline{AD} = \overline{P}_1 + \overline{P}_2 + \overline{P}_3$.

Si en lugar del arreglo anterior, efectuamos la construcción mediante las diferentes combinaciones:

ÁREA DIGITAL DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

$$\overline{P}_1 + \overline{P}_3 + \overline{P}_2$$
$$\overline{P}_2 + \overline{P}_1 + \overline{P}_3$$
$$\overline{P}_2 + \overline{P}_3 + \overline{P}_1$$
$$\overline{P}_3 + \overline{P}_1 + \overline{P}_2$$
$$\overline{P}_3 + \overline{P}_2 + \overline{P}_1$$

Todas ellas con idéntica suma geométrica (el vector $\overline{AD}$), esta construcción no es otra que un paralelepípedo formado sobre los tres vectores $\overline{P}_1$, $\overline{P}_2$ y $\overline{P}_3$ como bases y del cual, la diagonal que parte de A, es la suma geométrica de los vectores.

Diferencia de vectores

La diferencia de dos vectores $\overline{P}_1$, — $\overline{P}_2 = \overline{R}$, es equivalente a $\overline{P}_1 = \overline{R} + \overline{P}_2$ y se deduce de la construcción de la fig. 11, en la cual la suma $\overline{P}_2 + \overline{R} = \overline{P}_1$, es decir que la diferencia geométrica de dos vectores, está representada por un vector R cuyo origen se encuentra en la extremidad del substraendo y el final en la extremidad del minuendo.

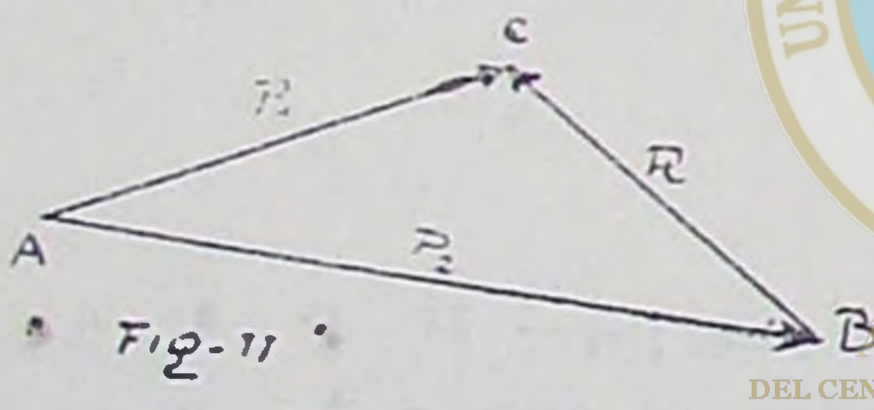


Fig-11

UNIVERSIDAD CENTRAL DEL ECUADOR
FUNDADA EN 1651
ARCHIVO HISTÓRICO
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

No hay que perder de vista que las operaciones anteriores son meras construcciones que nos indican resultados vectoriales con prescindencia de los puntos de aplicación; así, el vector $\overline{BC} = \overline{R}$ no se encuentra aplicado en B: indica un vector equipolente aplicable en algún punto determinado por problemas de aplicación que se verán más tarde.

La diferencia geométrica $\overline{P}_1 - \overline{P}_2 = \overline{R}$, se la puede obtener mediante la construcción del paralelogramo aplicado a la suma, como se desprende de la ecuación $\overline{P}_1 - \overline{P}_2 = \overline{P}_1 + (-\overline{P}_2) = \overline{R}$ y la fig. 12, en ABC nos da el vector $\overline{R}$

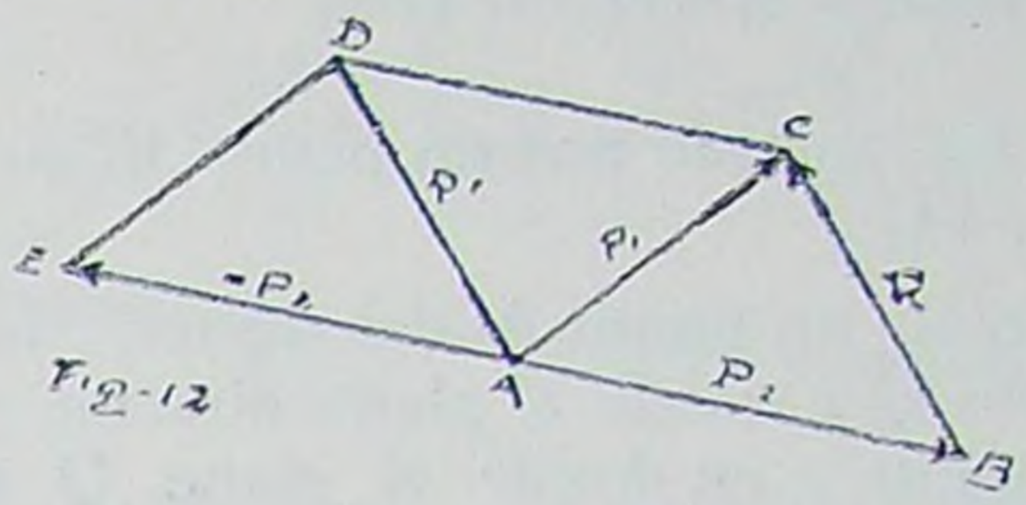


Fig-12

diferencia geométrica de $\overline{P_1} - \overline{P_2} = \overline{R}$, según la construcción de la fig. 11. Pero si en el punto A colocamos los dos vectores $\overline{P_1}$ y $(-\overline{P_2})$ y efectuamos la suma, mediante la construcción del paralelogramo AEDC, la diagonal AD nos da un vector $\overline{R'}$ equipolente a $\overline{R}$.

Multiplicación de vectores

Por definición se llama producto de dos vectores $(P_1) \times (P_2)$, la cantidad $P_1 \times P_2 \times \cos \alpha$ que es igual al producto de sus magnitudes absolutas por el coseno del ángulo que forman sus direcciones. De lo que se deduce que el signo depende del ángulo: positivo para un ángulo agudo y negativo para un obtuso.

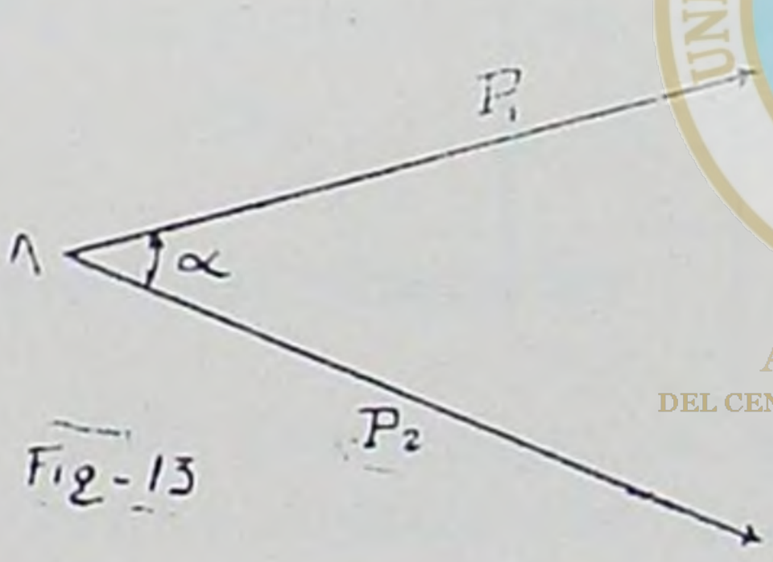


Fig-13

Representación analítica

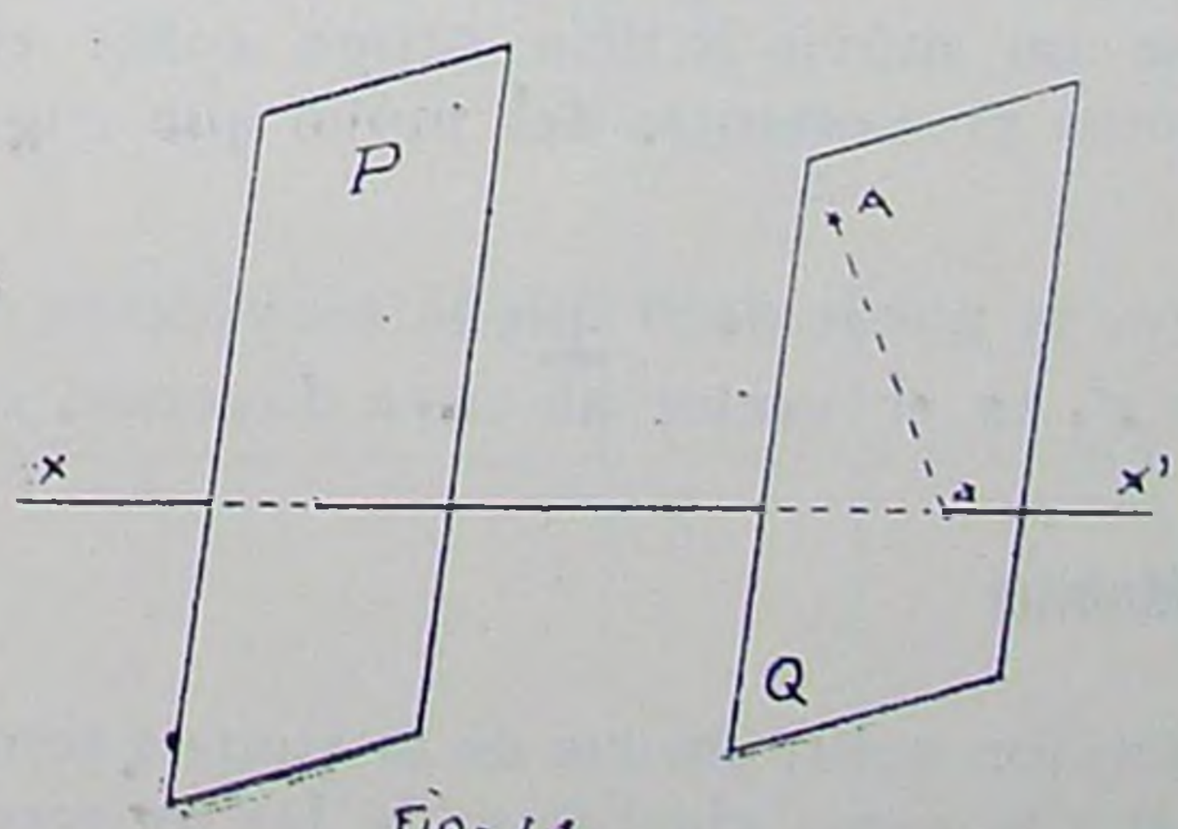


Fig-14

ÁREA HISTÓRICA
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

PROYECCIÓN SOBRE UN EJE:

Sea el eje $x\,x'$ cortado por un plano P que se llama plano director (fig. 14).

Para proyectar un punto A del espacio sobre el eje $x\,x'$, se traza un plano Q paralelo al plano director y que contenga el punto A; el punto *a* en donde el plano Q encuentra el eje, es, por convención, la proyección del punto A del espacio sobre el eje $x\,x'$.

De lo anterior se deduce que todos los puntos que forman el plano Q y por tanto todas las rectas del plano, se proyectan en *a* sobre el eje $x\,x'$.

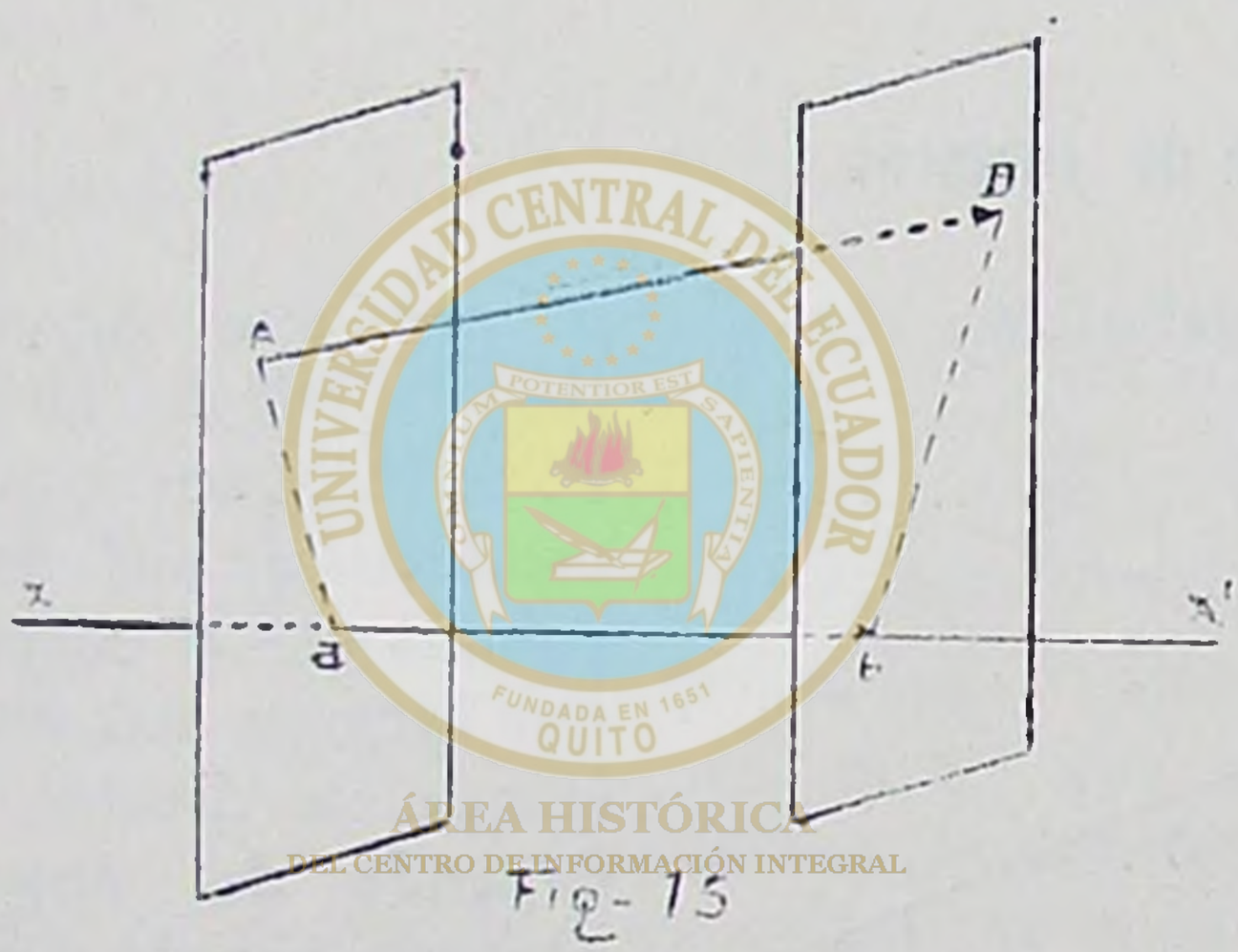


Fig- 13

ÁREA HISTÓRICA
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

La proyección del vector $\overline{AB}$ sobre el eje $x\,x'$, se obtiene mediante las proyecciones de los puntos A y B, origen y extremidad del vector. Esta proyección ab es un vector si consideramos que un móvil ficticio ocupa sobre el eje $x\,x'$ los diferentes puntos proyectantes del móvil que engendra el vector $\overline{AB}$.

Por tanto, se puede decir que la proyección del vector $\overline{AB}$ sobre el eje $x\,x'$, es el vector $\overline{ab}$ cuya dirección es la del eje.

Teorema de Möbius

La proyección sobre un eje de la suma geométrica de vectores, es igual a la suma algébrica de las proyecciones de los diferentes vectores.

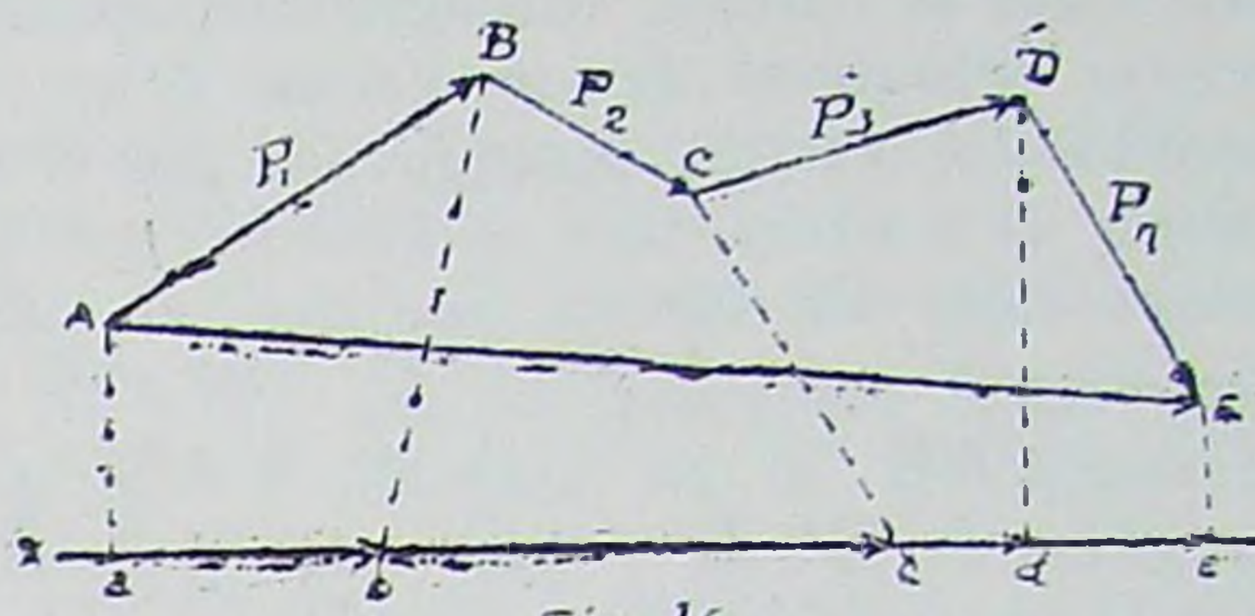


Fig. 16

En efecto: consideremos el contorno poligonal ABCDE en el cual los vectores $\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DE}$, tienen como suma geométrica el vector $\overline{AE}$: Si consideramos los vectores proyectantes $\overline{ab}$, $\overline{bc}$, $\overline{cd}$, $\overline{de}$, todos estos vectores que se encuentran en una misma dirección sumados algébricamente dan un valor ae que no es otro que el del vector $\overline{ae}$ proyección de la suma geométrica de vectores. Si los vectores son P_1, P_2, P_3, Pn y R la suma geométrica, llamemos Px_1, Px_2, Px_3, Pxn y Rx las proyecciones respectivas sobre el eje de x: tendremos

$$Rx = Px_1 + Px_2 + Px_3 + Pxn = \Sigma Px.$$

Proyecciones ortogonales

ÁREA HISTÓRICA
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

Para determinar las proyecciones de vectores sobre un eje, hemos considerado una definición general, por tanto, las deducciones generales son aplicables al caso particular en que, el plano director es perpendicular al eje de proyección.

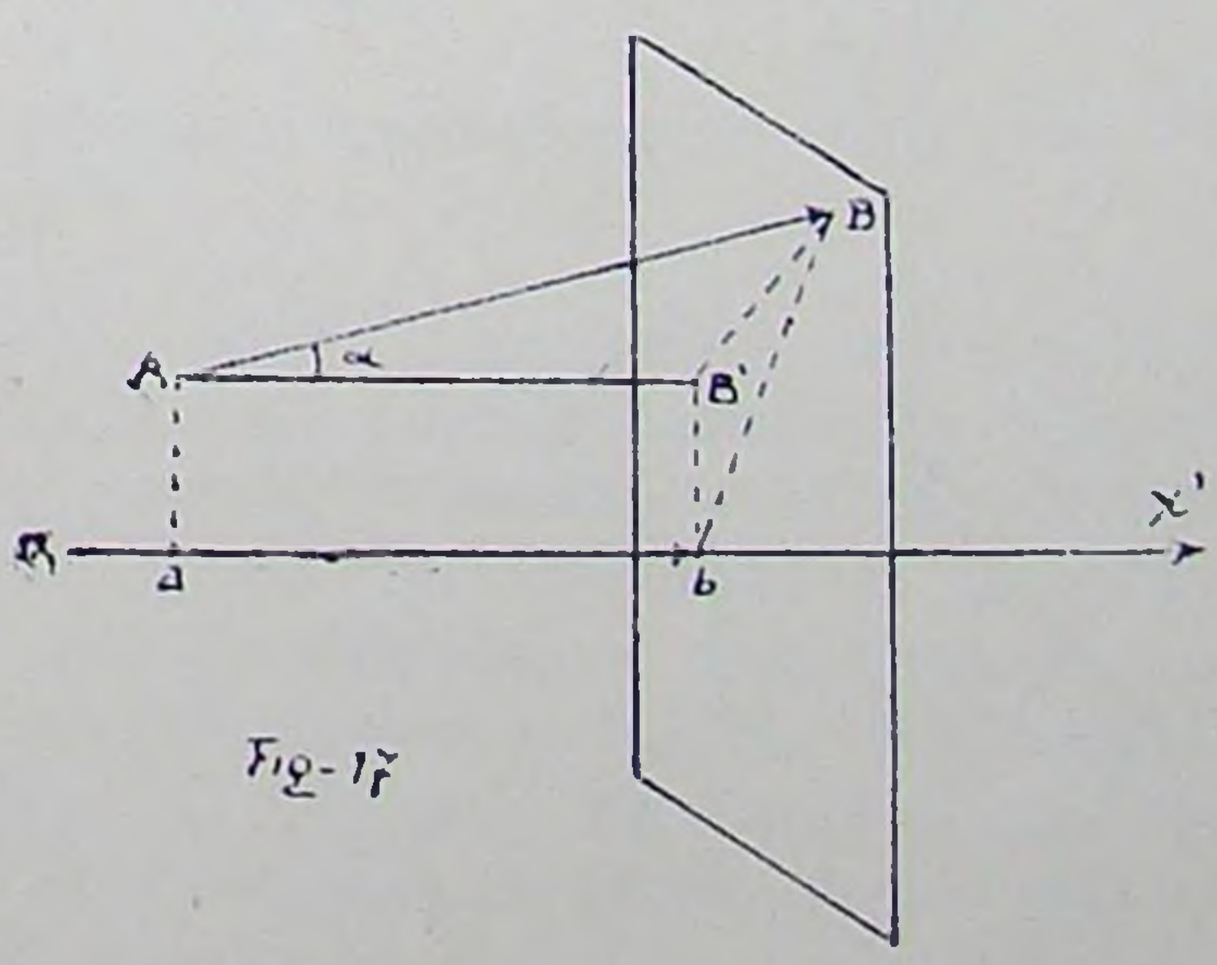


Fig. 17

Las proyecciones se llaman, entonces *ortogonales.*

La proyección ortogonal de un vector sobre un eje, es igual a la magnitud del vector, multiplicada por el coseno del ángulo que forma el vector, con el sentido positivo del eje orientado de proyección: En efecto, sea $x\,x'$ el eje; el vector $\overline{AB}$ tiene su proyección ortogonal en $\overline{ab}$. Por el punto A tracemos la paralela AB' al eje $x\,x'$; ab = AB', pero, ABB' triángulo rectángulo en B', dá como valor para AB' uno de los catetos con relación a la hipotenusa AB:

$$AB' = ab = AB \cos \alpha$$

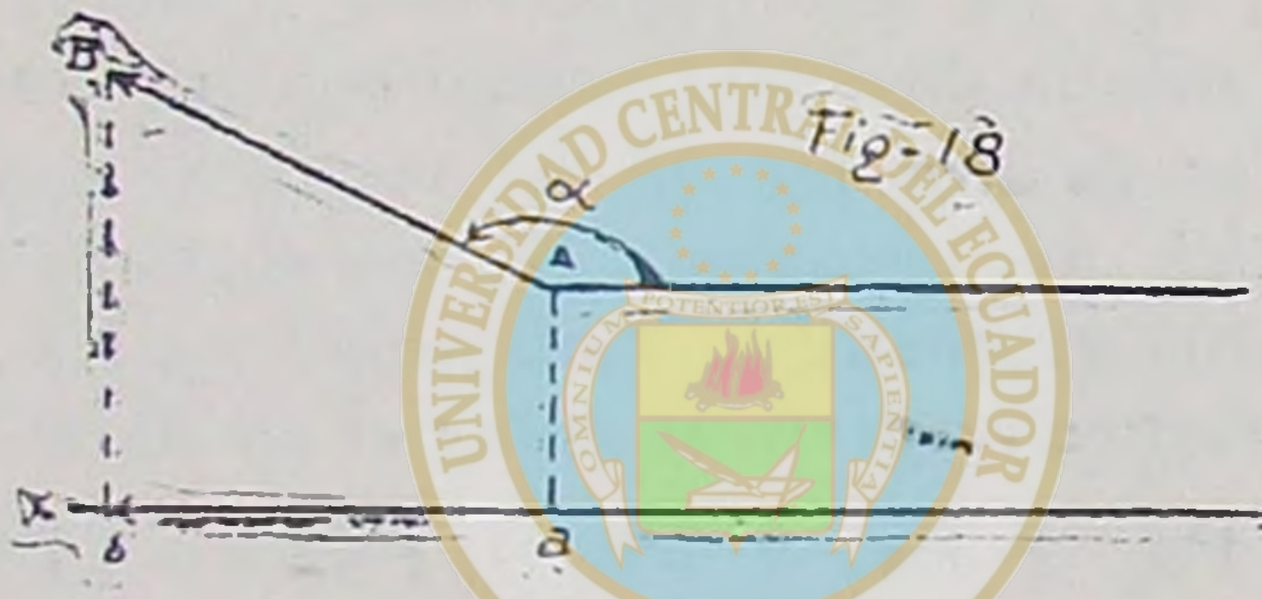


Fig-18

El coseno del ángulo α da el signo al vector proyectante, como se puede comprobar en la fig. 18, en donde el vector proyectante $\overline{ab}$ tiene sentido negativo y el ángulo α tiene también signo negativo para el coseno.

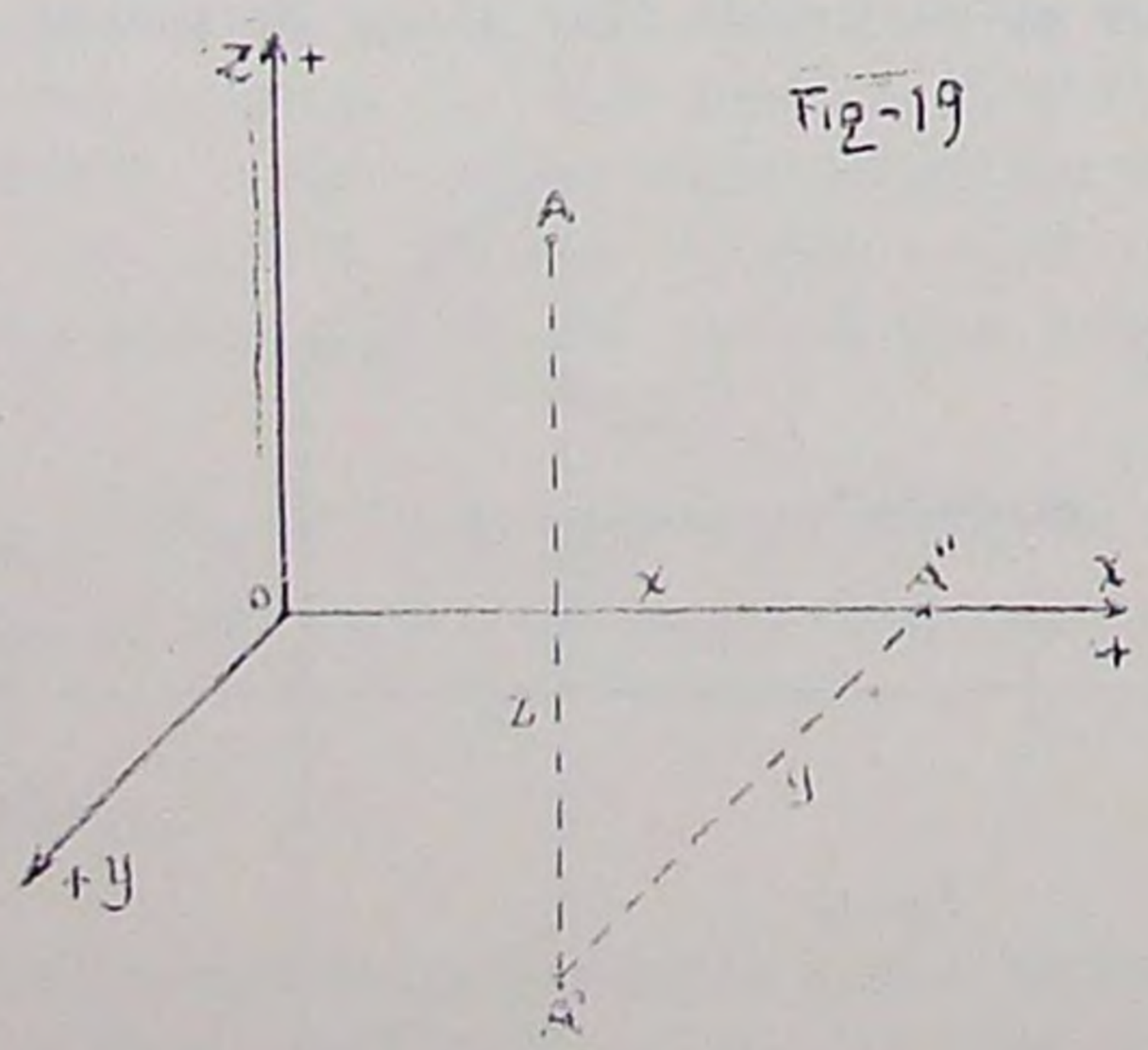


Fig-19

Coordenadas de un punto

Si por un punto *o* del espacio trazamos (fig. 19) tres ejes rectangulares, dos a dos, obtendremos un triedro rectángulo. Los ejes que lo forman *ox, oy, oz* son orientados como lo demuestra la figura y con relación a ellos, podemos determinar la posición de cualquier punto A del espacio, por medio de las coordenadas $A'A = z$; $A''A' = y$; $oA'' = x$.

Para determinar estas coordenadas, la analítica nos enseña que, por el punto A se trazan tres planos paralelos a los planos directores determinados por los ejes coordenados; así, para proyectar sobre el eje de *ox* el plano proyectante es paralelo al formado por *yoz*; el plano proyectante ($AA'A_1$) corta el eje de *ox* en A_1 determinando una dimensión lineal $OA_1 = x$ o sea una coordenada. De igual manera encontraríamos las coordenadas correspondientes a los ejes *oy* y *oz*.

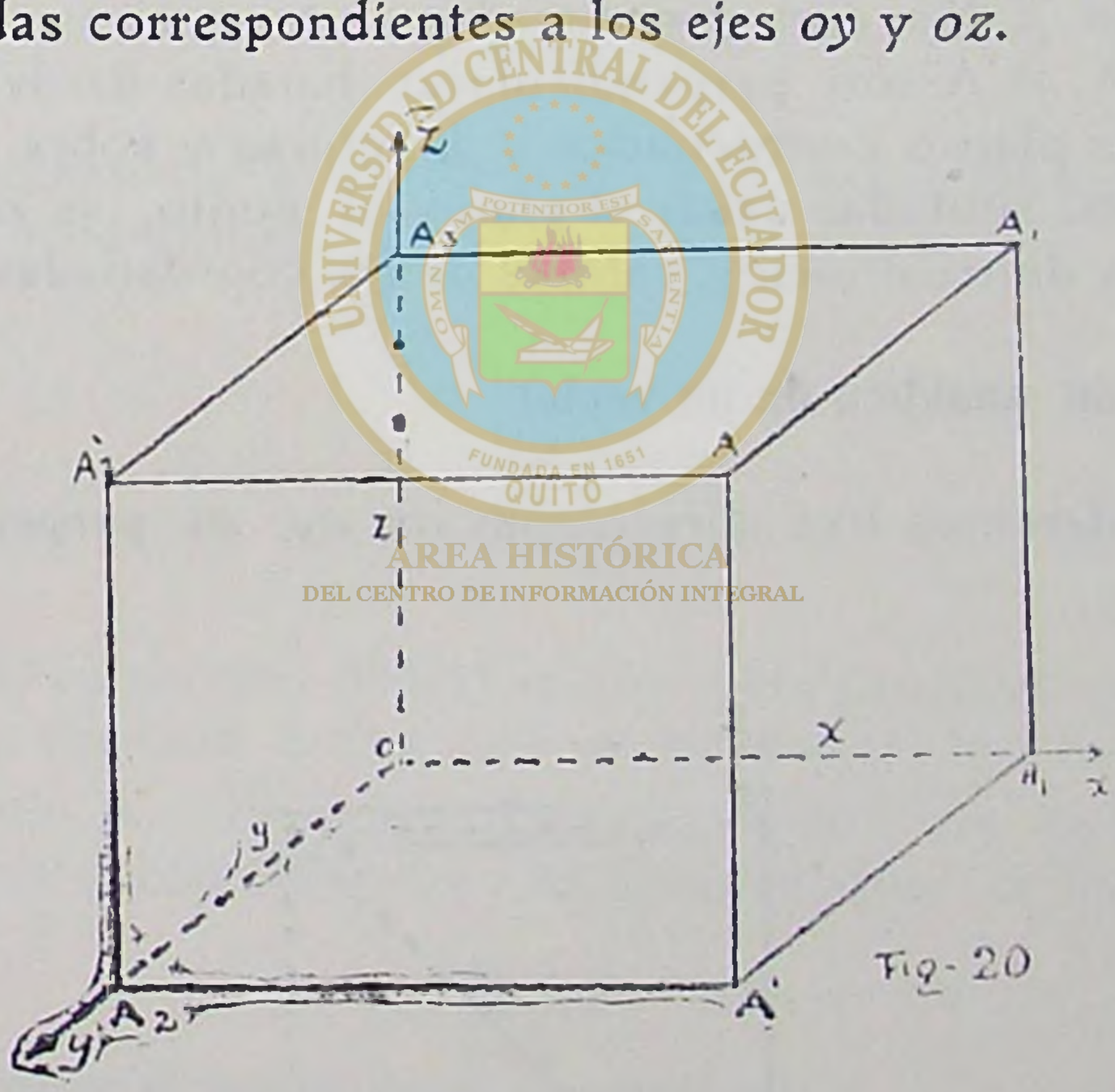


Fig- 20

De acuerdo con la convención anterior, en la figura 20, se puede notar la construcción geométrica que permite obtener las coordenadas *x, y, z* mediante la proyección del punto A sobre cada uno de los ejes coordenados. Por la misma figura se desprende que los tres planos directores *yox, yoz, xoz*, junto con los planos proyectantes $AA'A_1$, $AA'A_2$, AA'_1A_3, forman un paralelepípedo rectángulo mediante el cual deducimos varias maneras de encontrar un punto A del espacio, por medio de sus coordenadas (x, y, z).

UNIVERSIDAD CENTRAL DEL ECUADOR
FUNDADA EN 1651
QUITO
AREA HISTÓRICA
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

1º. Sobre cada uno de los ejes se toma la longitud indicada por la coordenada respectiva, a partir de *o;* determinados así los puntos A_1, A_2, A_3, por cada uno de estos puntos se trazan planos perpendiculares, respectivamente a cada eje; el punto A común a los tres planos trazados, es el punto de coordenadas consideradas.

2º. Sobre el eje *ox*, se toma $oA_1 = x$; por A_1 tracemos una paralela al eje *oy* y sobre esta paralela tomemos $A_1A' = y$; por A' tracemos una paralela al eje *oz* y sobre esta paralela tomemos $A'A = z$. El punto A se lo ha encontrado mediante un móvil que ha recorrido vectores determinados por las coordenadas.

Observación

Debido a los ejes coordenados rectangulares, las rectas A'_2A, A'_1A, $A'A$ son perpendiculares bajadas desde el punto A hacia los planos coordenados o directores y sobre estas perpendiculares, contadas desde el plano al punto, se encuentran también las dimensiones y valores de las coordenadas.

Determinación analítica de un vector

Consideremos tres direcciones *ox*, *oy*, *oz* perpendiculares entre ellas.

ÁREA HISTÓRICA
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

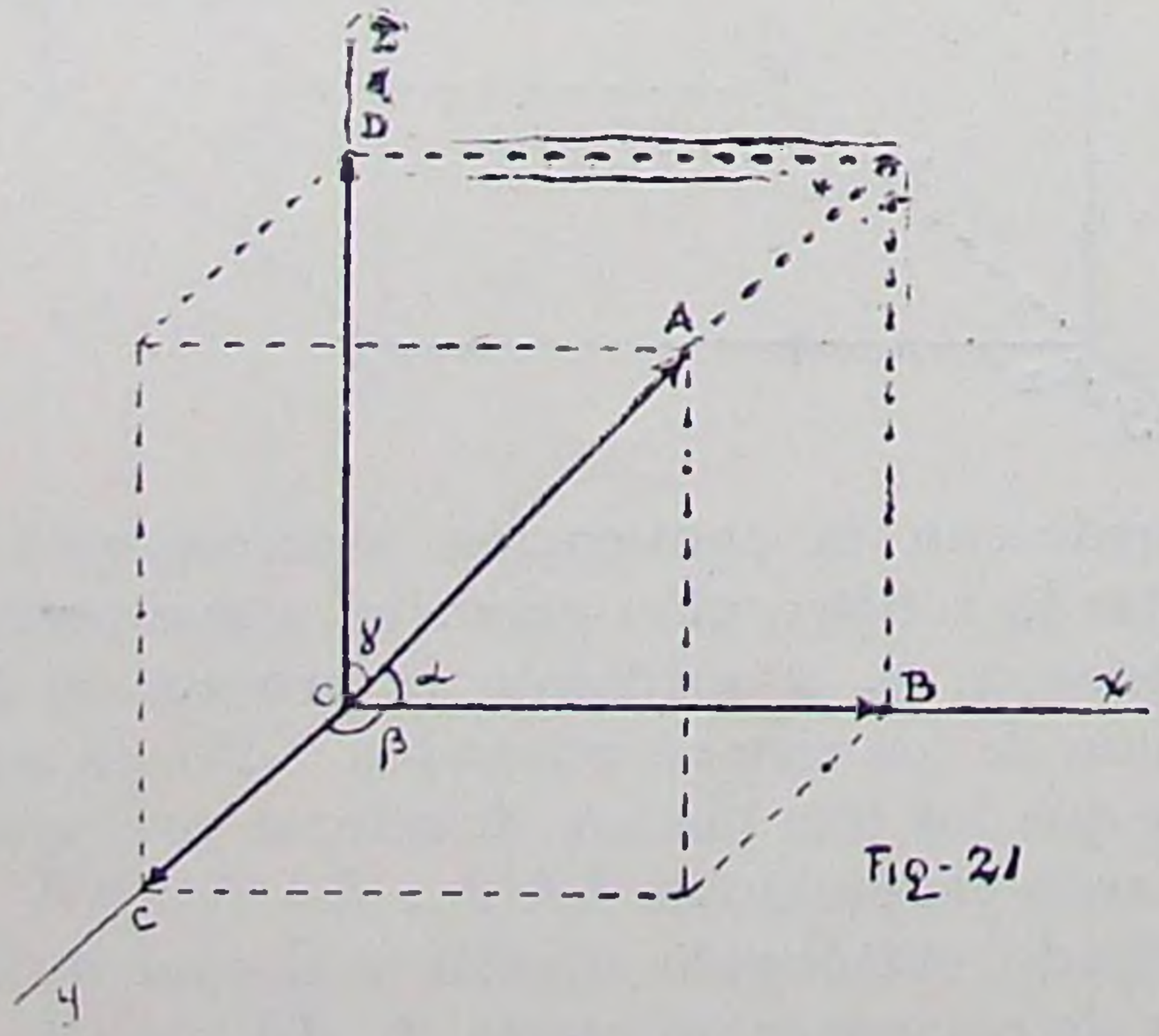


Fig-21

Según las direcciones de cada uno de los ejes (ox, oy, oz) coloquemos tres vectores concurrentes en o — Los vectores $\overline{oB}$, $\overline{oC}$ y $\overline{oD}$ tienen como suma geométrica el vector $\overline{oA}$ y sabemos que corresponde a la diagonal de un paralelepipedo que, en el caso presente, es rectangular.

Los vectores $\overline{oB}$, $\overline{oC}$, $\overline{oD}$, siendo los componentes del vector $\overline{oA}$, son al mismo tiempo las proyecciones del vector $\overline{oA}$, sobre los ejes ox, oy, oz que, para los fines del análisis, son los ejes coordenados.

Las proyecciones tienen como valores:

$$\overline{oA} \cos \alpha$$

$$\overline{oA} \cos \beta$$

$$\overline{oA} \cos \gamma$$

Si llamamos P al vector y X, Y, Z sus proyecciones ortogonales, tendremos:

$$X = P \cos \alpha$$

$$Y = P \cos \beta$$

$$Z = P \cos \gamma$$

ÁREA HISTÓRICA
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

Además debemos observar que estas proyecciones X, Y, Z son (con relación a los ejes coordenados) las coordenadas de un punto A. El punto A de un vector $\overline{oA}$ cuyo origen coincide con el origen de los ejes coordenados, se llama índice del vector.

Relaciones entre el vector y sus proyecciones

Los valores X, Y, Z siendo los lados de un paralelelípedo rectangular; están ligados con la diagonal P por medio de la ecuación:

$$P = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$$

y los ángulos del vector P con los ejes coordinados, por medio de las siguientes ecuaciones:

$$\cos\alpha = \frac{X}{\sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}}$$

$$\cos\beta = \frac{Y}{\sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}}$$

$$\cos\gamma = \frac{Z}{\sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}}$$

Por tanto, bastan las proyecciones X, Y, Z para determinar el vector $\overline{P}$ en magnitud, dirección y sentido; el punto de aplicación queda en este caso el mismo que el de sus componentes.

Suma de vectores

Sean varios vectores $\overline{P_1}$, $\overline{P_2}$, $\overline{P_3}$, $\overline{Pn}$ aplicadas en un punto o en diferentes puntos del espacio. En cualquier caso, puedo trasladarlos equipolentemente a uno sólo con el objeto de obtener la suma geométrica que se obtiene mediante un contorno poligonal del cual el vector $\overline{R}$ es la suma buscada.

UNIVERSIDAD CENTRAL DEL ECUADOR
POTENTIOR EST SAPIENTIA
FUNDADA EN 1651
AREA HISTORICA
DEL CENTRO DE INFORMACION INTEGRAL

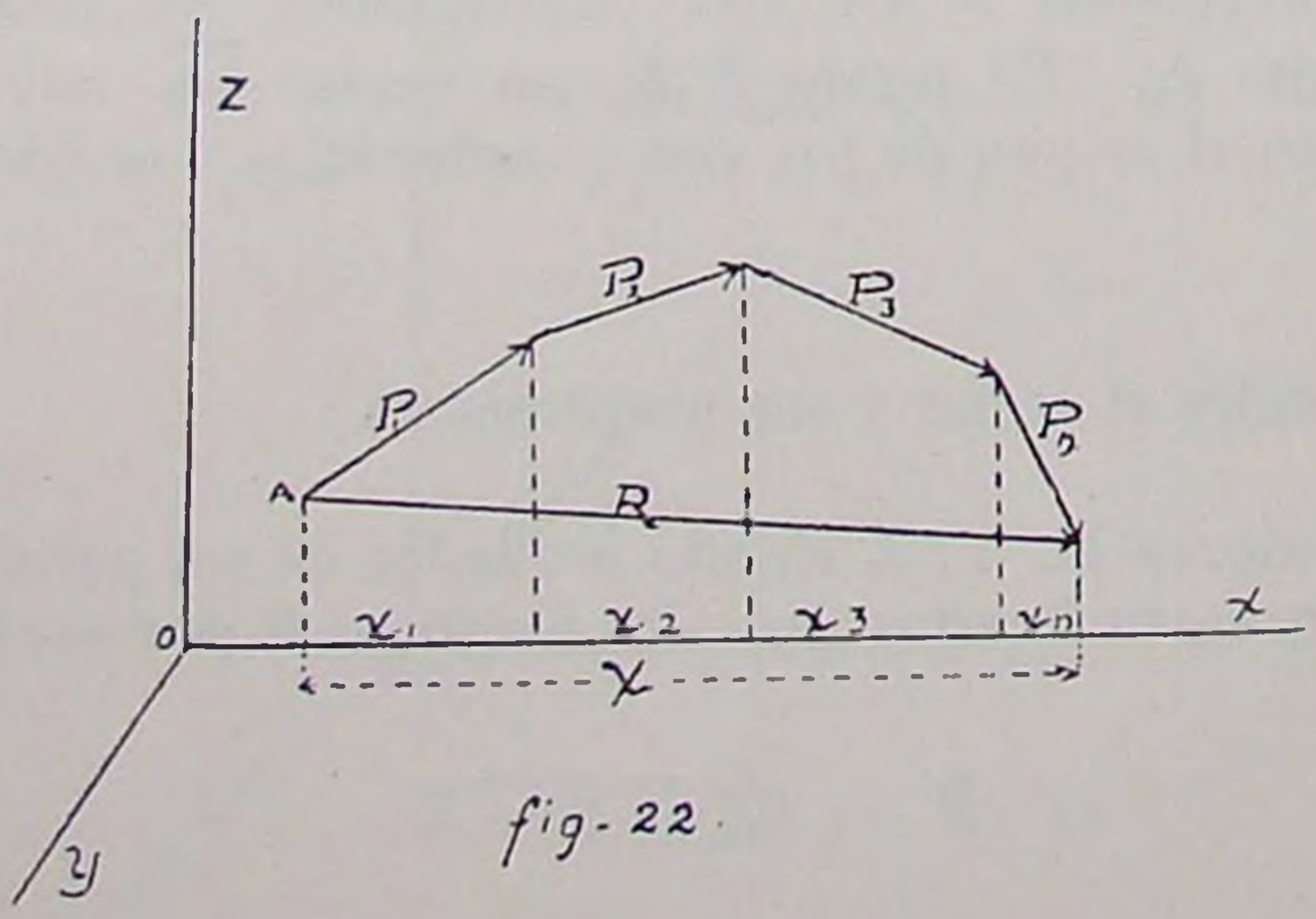


fig-22

Proyectando el contorno poligonal sobre un eje (el de *ox)* tendremos la siguiente igualdad algébrica:

$$X = X_1 + X_2 + X_3 + Xn = \Sigma Xi$$

de igual manera tendremos sobre los otros ejes:

$$Y = Y_1 + Y_2 + X_3 + Yn = \Sigma Yi$$

$$Z = Z_1 + Z_2 + Z_3 + Zn = \Sigma Zi$$

Estos valores X, Y, Z, son las proyecciones o sean las componentes ortogonales del vector $\overline{R}$ y con ellos está definido el vector en magnitud, dirección y sentido. Las coordenadas del punto de aplicación lo definirán completamente.

Las ecuaciones correspondientes son:

$$R = \sqrt{(X_1 + X_2 + X_3 + Xn)^2 + (Y_1 + Y_2 + Y_3 + Yn)^2 + (Z_1 + Z_2 + Z_3 + Zn)^2}$$

o sea

$$R = \sqrt{\Sigma Xi^2 + \Sigma Yi^2 + \Sigma Zi^2}$$

y los ángulos α, β, γ de $\overline{R}$ con los ejes coordenados:

ÁREA HISTÓRICA
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

$$\cos \alpha = \frac{\Sigma X_1}{R}$$

$$\cos \beta = \frac{\Sigma Y_1}{R}$$

$$\cos \gamma = \frac{\Sigma Z_1}{R}$$

Momento lineal

Por definición, llámase momento lineal de un vector P (fig. 23) con relación a un punto *o* del espacio, el producto $P \times \delta$ de su magnitud por la distancia δ a su dirección. La

distancia $\hat{\imath}$ desde el punto a la dirección del vector, se llama «brazo de palanca» y *o* «centro del momento».

Para indicar que el momento de un vector $\overline{P}$ es con relación a un punto *o*, se simboliza así: $\overline{Mo}P = P \times \hat{\imath}$.

Representación vectorial del momento

La representación del momento de un vector con relación a un punto *o* del espacio, se hace mediante un vector OL definido por las siguientes condiciones:

1ª. Punto de aplicación: el centro de momentos;

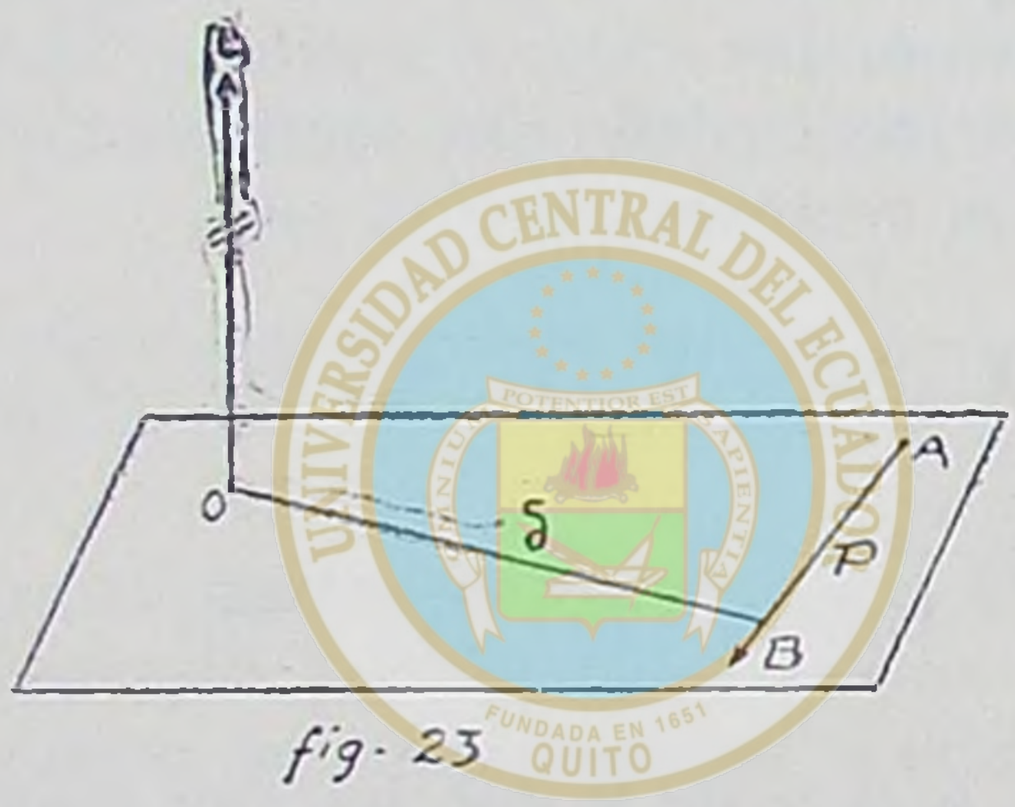


fig. 23

UNIVERSIDAD CENTRAL DEL ECUADOR
FUNDADA EN 1651 QUITO
ÁREA HISTÓRICA
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

2ª. Magnitud: el producto $P \times \hat{\imath}$;

3ª. Dirección: perpendicular al plano formado por el vector y el punto;

4ª. Sentido: el de un observador que, con los pies, en *o* y la cabeza en L, contempla siempre al vector $\overline{P}$ de izquierda a derecha, es decir en sentido de marcha de las agujas del reloj.

Observaciones:

a) El momento de un vector se anula con $P \times \hat{\imath} = o$

1º. $P = o$; el vector es nulo;

2º. $\hat{\imath} = o$; el brazo de palanca es nulo, es decir el centro *o* se encuentra sobre la dirección del vector.

b) El valor del momento es equivalente al doble de la superficie del triángulo formado con el vector $\overline{P}$ como base y el punto *o* como vértice.

c) El valor del momento no cambia (fig. 24) cuando el vector P se desplaza a cualquier punto de su dirección, pues $\overline{P}$ y $\hat{\imath}$ no cambian de valor.

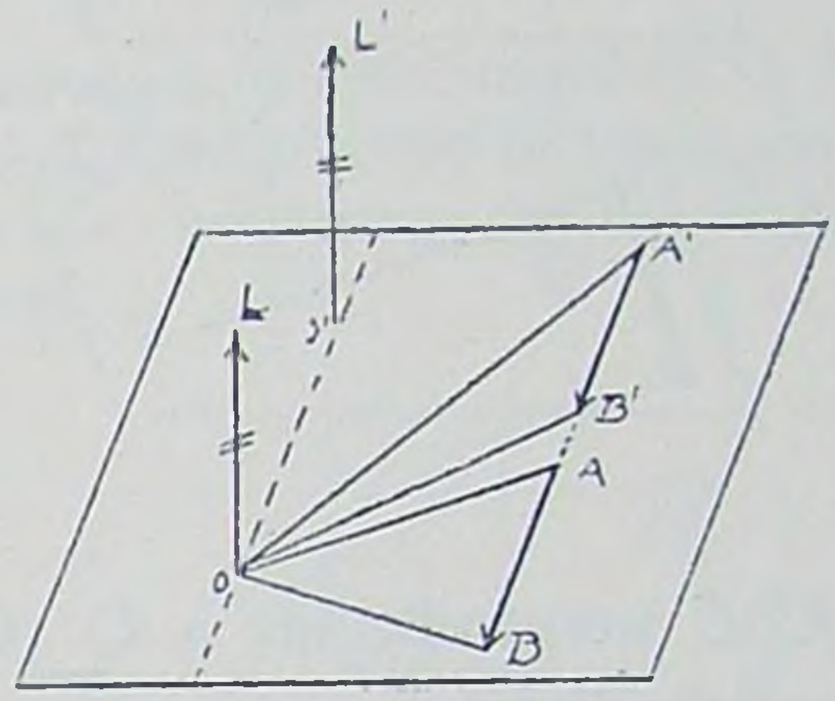


fig. 24

d) Los momentos son equivalentes y representados por vectores equipolentes OL y O'L' (fig. 24) cuando el centro *o* del momento, se encuentra en cualquier punto *o'* sobre una recta *oo'* paralela al vector $\overline{P}$.

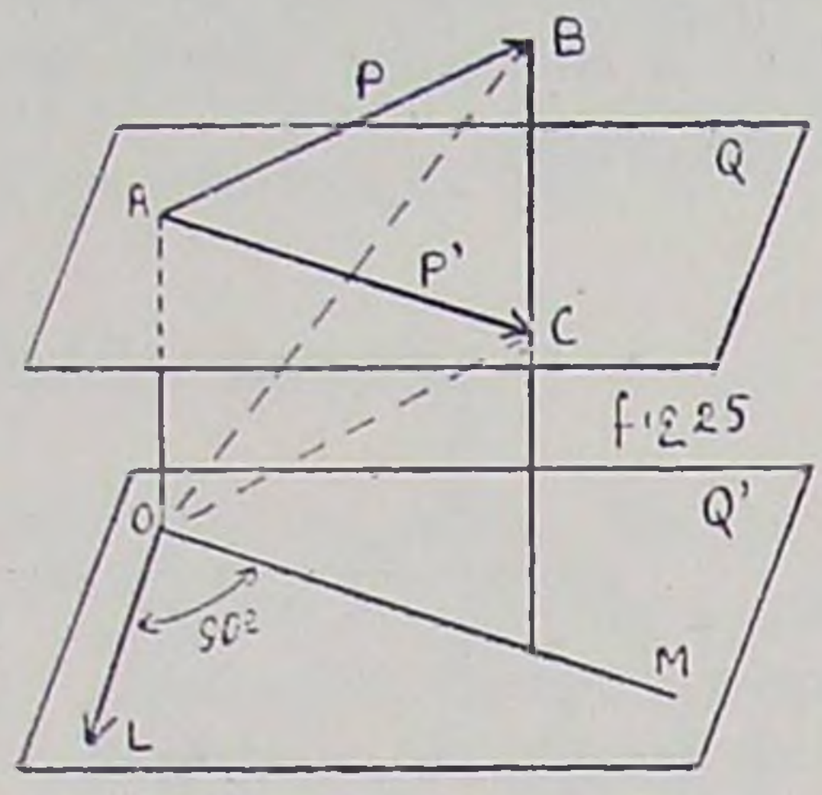
e) El vector $\overline{OL} = P \times \hat{\imath}$ puede serlo de $P' \times \hat{\imath}' = OL$ (producto constante).

ÁREA HISTÓRICA
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

Teorema

El momento de un vector P es el mismo que el de su proyección ortogonal sobre un plano perpendicular a la recta que une el centro de momento y el punto de aplicación del vector; este plano proyectante pasa por el punto de aplicación del vector.

Sea (fig. 25) un punto A de aplicación del vector $\overline{P}$ y *o* centro de momento; por A tracemos el plano Q perpendicular a la recta OA y proyectemos ortogonalmente en $\overline{P'}$ el vector $\overline{P}$.



El plano OABC perpendicular a Q (OA y BC perpendiculares a Q) contiene los dos vectores $\overline{P}$ y $\overline{P'}$. Los trángulos OAB y OAC son equivalentes por tener la base OA común y los vértices B y C en la paralela a dicha base; luego el vector $\overline{OL}$ perpendicular al plano común es el momento de cualquiera de los vectores $\overline{P}$ y P'.

Además, el vector $\overline{OL}$ (momento) se encuentra en un plano Q' perpendicular a OA, siendo su valor P' $\times$ OA, es decir, la proyección de $\overline{P}$ por la distancia entre el centro de momento y el punto de aplicación del vector.

ÁREA HISTÓRICA DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

Momento resultante

Cuando un sistema compuesto de vectores $\overline{P_1}$, $\overline{P_2}$, $\overline{P_3}$, $\overline{Pn}$, se encuentran aplicados en puntos A_1, A_2, A_3, An del espacio, podemos considerar los momentos de cada uno con relación a un punto *o* centro de momentos y tendremos sucesivamente:

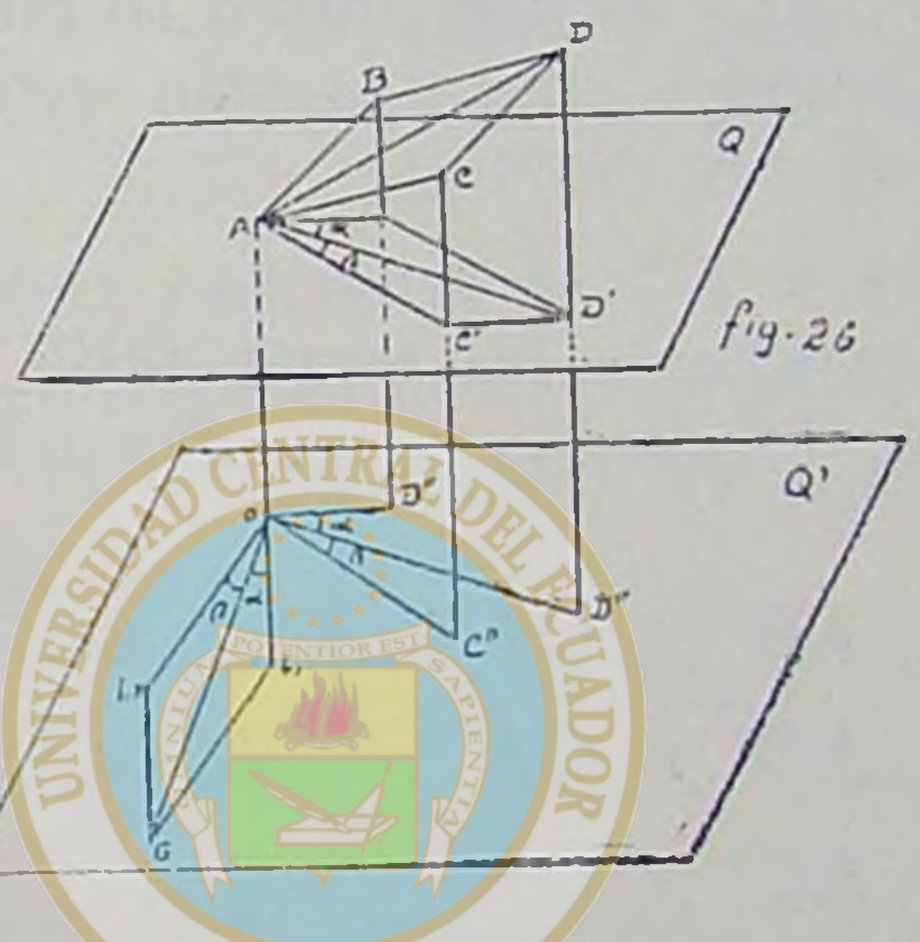
$$MoP_1 = P_1 \times \delta_1$$
$$MoP_2 = P_2 \times \delta_2$$
$$MoP_3 = P_3 \times \delta_3$$
$$MoPn = Pn \times \delta n$$

todos representados por vectores $\overline{OL_1}$, $\overline{OL_2}$, $\overline{OL_3}$, $\overline{OLn}$ aplicados al punto *o*.

La suma de estos momentos será un vector $\overline{OL}$ llamado «momento resultante» igual a $\Sigma MoPi = \Sigma OLi = \Sigma Pi \times \delta i$.

Teorema de Varignon

Cuando los vectores son concurrentes, es decir, aplicados en un mismo punto, el momento de la resultante es igual a la suma geométrica de los momentos de las componentes, o sea al momento resultante.



Sea A un punto del espacio en el cual están aplicados los vectores $\overline{AB}$ y $\overline{AC}$.

Siendo *o* el centro de momentos; por A trazamos el plano Q perpendicular a OA y por *o* el plano Q' paralelo a Q.

El vector $\overline{AD}$, diagonal del paralelogramo ABDC, es la resultante geométrica de $\overline{AB}$ y $\overline{AC}$.

El paralelogramo se proyecta en el plano *Q* según el paralelogramo AB'D'C' y los momentos de $\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{AD}$, son los mismos que los momentos de $\overline{AB'}$, $\overline{AC'}$, $\overline{AD'}$, y sus valores son:

$$\text{Mo}\overline{AB} = AB' \times OA$$
$$\text{Mo}\overline{AC'} = AC' \times OA$$
$$\text{Mo}AD' = AD' \times OA$$

UNIVERSIDAD CENTRAL DEL ECUADOR
FUNDADA EN 1651 QUITO
ÁREA HISTÓRICA DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

por tanto los vectores momentos tienen como valor cada uno de los vectores del paralelogramo, multiplicados por una cantidad constante *OA*.

Como hemos visto anteriormente, los vectores momentos se encuentran en un plano Q' paralelo a *Q* y pasando por *o;* luego todos son perpendiculares a *OA*.

La recta *OA* es la arista común de los planos OAB', OAD' y OAC' que son los planos formados por el centro de momentos con cada uno de los vectores; como los vectores $\overline{AB'}$, $\overline{AD'}$, $\overline{AC'}$ se encuentran en un plano perpendicular a *OA*, los ángulos diedros están representados por los ángulos α y β de los vectores.

Los ángulos α y β se proyectan en verdadera magnitud en el plano Q' mediante las trazas OB", OD" y OC".

Si en el plano Q' trazamos

$OL_1 =$ AB' $\times$ OA perpendicular a OB"

$OG =$ AD' $\times$ OA » a OD"

$OL_2 =$ AC' $\times$ OA » a OC"

El paralelogramo OL_1GL_2 será homotético del paralelogramo AB'D'C' y finalmente OG suma geométrica de OL_1 y OL_2 es el momento de AD' o sea de la resultante AD de los vectores AB y AC.

Varios vectores

Consideremos la suma geométrica de vectores concurrentes $\overline{R} = \overline{P_1} + \overline{P_2} + \overline{P_3} + \overline{Pn}$.

Si llamamos $\overline{R_1} = \overline{P_1} + \overline{P_2}$ tendremos $MoR_1 = MoP_1 + MoP_2$

» $\overline{R_2} = \overline{R_1} + \overline{P_3}$ » $MoR_2 = MoR_1 + MoP_3$

» $\overline{R} = \overline{R_2} + \overline{Pn}$ » $MoR = MoR_2 + MoPn$

Sumando tendremos $MoR = MoP_1 + MoP_2 + MoP_3 + MoPn$.

Momento con relación a dos puntos 0 y 0_1

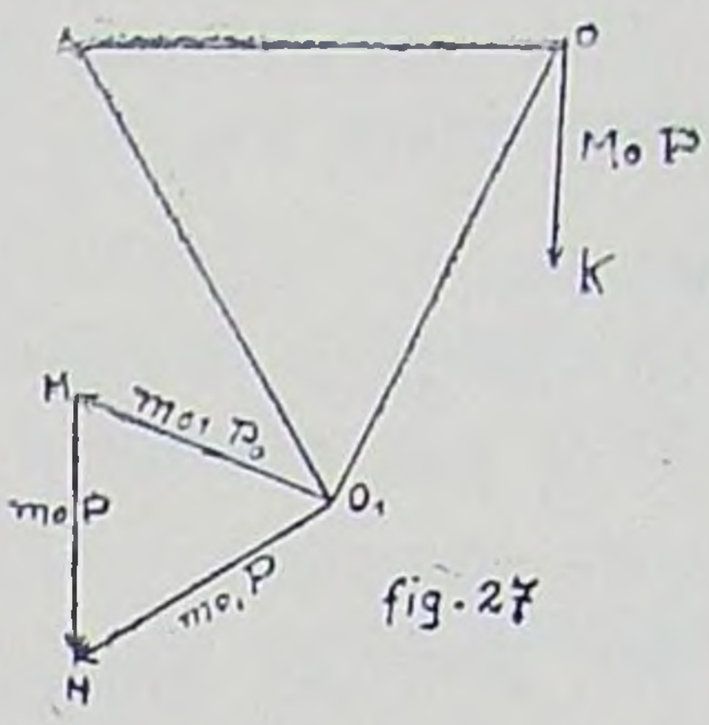


fig. 27

Consideremos un vector $\overline{P}$ colocado en A y perpendicular al plano del *papel;* el vector en estas condiciones estará proyectado en A. Los puntos *o* y o_1 centros de momentos los desplazamos en sus líneas proyectivas paralelas a la dirección de P, hasta el plano del papel y sabemos que los vectores momentos no cambian de valor.

Tomemos los momentos del vector P con relación a *o* y o_1; estos momentos estarán representados por

$$OK = P \times OA = MoP$$
$$O_1N = P \times O_1A = Mo_1P \quad \text{de donde } P = \frac{OK}{OA} = \frac{O_1N}{O_1A}$$

Por O_1 tracemos O_1M perpendicular a O_1O y por N una paralela NM a OK.

El triángulo O_1MN es semejante al triángulo O_1AO, por tener los lados perpendiculares entre ellos, de donde se deduce que:

$$\frac{O_1N}{O_1A} = \frac{O_1M}{O_1O} = \frac{MN}{OA}$$ pero como anteriormente teníamos

$\frac{O_1N}{O_1A} = P$ deducimos que $MN = OK = MoP$; $O_1M = P \times O_1O$.

$O_1M = P \times O_1O$ sería el momento con relación a O_1 de un vector equipolente a $\overline{P}$, pero colocado en O y por esta razón se lo simboliza por Po.

Considerando el triángulo O_1MN, vemos que, de acuerdo con los sentidos indicados por las flechas, el vector $\overline{O_1N}$ es igual a la suma geométrica de dos vectores: $\overline{O_1M}$ y $\overline{MN}$, los que respectivamente tienen los valores indicados en la figura y por tanto se deduce que:

El momento con relación a un punto O_1 de un vector $\overline{P}$ es igual a la suma geométrica del momento con relación a un punto O más el momento con relación a O_1 de un vector equipolente a P, colocado en O.

El teorema queda simbolizado así:

$$Mo_1P = MoP + Mo_1Po$$

Momento de un sistema de vectores con relación a dos puntos O y O_1 del espacio.

Sea un sistema de vectores P', P'', P''', etc. colocados en puntos cualesquiera de aplicación, y sean O y O_1 dos centros de momentos.

Considerando la relación anterior para cada uno de los vectores, tendremos las igualdades siguientes.

$$Mo_1P' = MoP' + Mo_1Po'$$
$$Mo_1P'' = MoP'' + Mo_1Po''$$
$$Mo_1P''' = MoP''' + Mo_1Po'''$$

ÁREA HISTÓRICA

Sumando las igualdades anteriores tendremos:

$\Sigma Mo_1P' = \Sigma MoP' + \Sigma Mo_1Po'$, pero $\Sigma Mo_1Po'$ o sea el mamento resultante con relación a O_1 de vectores colocados todos en *O*, es igual al momento de su Resultante de traslación colocada en el mismo punto *O;* es decir

$$\Sigma Mo_1Po' = Mo_1Ro$$

y la ecuación queda

$$\Sigma Mo_1P = \Sigma MoP + Mo_1Ro$$

Si se designa por G y G_1 los momentos resultantes con relación a los puntos *O* y O_1 del espacio, simbolizamos la ecuación anterior por:

$$\overline{G_1} = \overline{G} + \overline{\overline{Mo_1Ro}}$$

Por tanto, el momento resultante de un sistema vectorial, con relación a un punto O_1 del espacio, es igual al momento resultante con relación a un punto *O*, más el momento con relación a O_1 de la resultante de traslación formada con los vectores del sistema, en el punto *O*.

Invariantes de un sistema de vectores

Para cualquier sistema de vectores P', P'', P''', etc., existen dos cosas invariables:

1°. La suma geométrica;

2°. La proyección del momento resultante sobre la dirección de la suma geométrica.

En efecto. sean *O* y O_1 dos puntos del espacio, arbitrariamente escogidos; si trasladamos equipolentemente los vectores del sistema a cada uno de los puntos considerados, en cualquiera de ellos obtendremos un polígono idéntico del cual la suma geométrica será siempre la misma, Si llamamos R_1 la suma geométrica de traslación en el punto O_1 y *Ro* la suma geométrica de traslación en el punto *O*, siempre tendremos

$$R_1 = Ro.$$

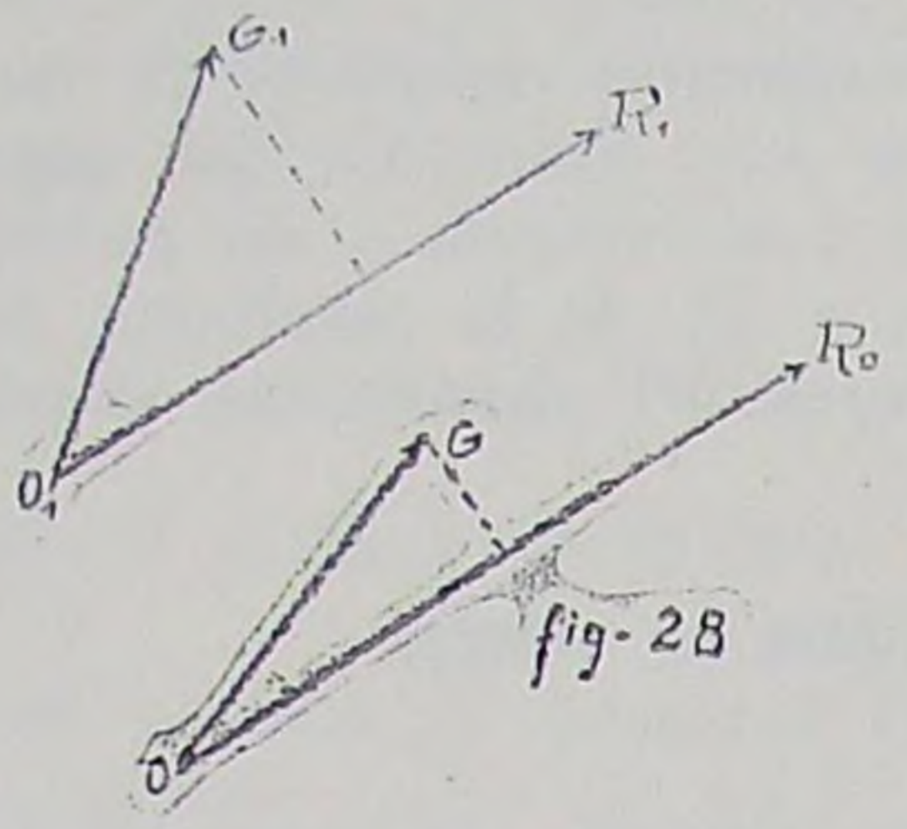
Consideremos ahora la ecuación vectorial

$$\overline{G_1} = \overline{G} + \overline{Mo_1Ro}$$

entre los momentos de un sistema con relación a dos puntos *O* y O_1 del espacio.

El vector $\overline{G_1}$ es igual al vector $\overline{G}$, más el vector $\overline{Mo_1Ro}$ proyectemos estas igualdades vectoriales sobre la dirección de R_1 o de Ro que le es paralela y tendremos:

proyección de $\overline{G_1}$ = proyección de $\overline{G}$ + proyección de $\overline{Mo_1Ro}$



El vector $\overline{Mo_1 Ro}$, es un vector perpendicular al plano formado por los vectores paralelos R_1 y Ro y su proyección sobre la dirección de R_1 es nula; por tanto:

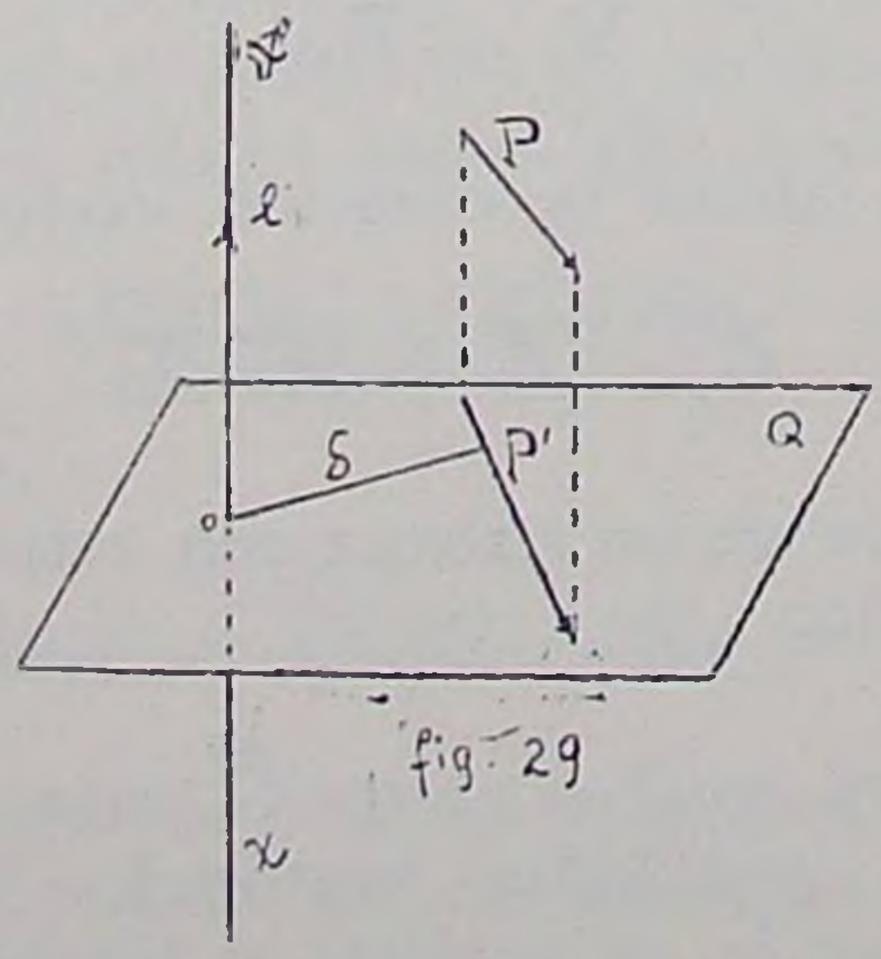
proyección de G_1 = proyección de G.

Momentos de vectores con relación a un eje

ÁREA HISTÓRICA
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

DEFINICIÓN:

Sea $x\,x'$ un eje y P un vector del espacio.



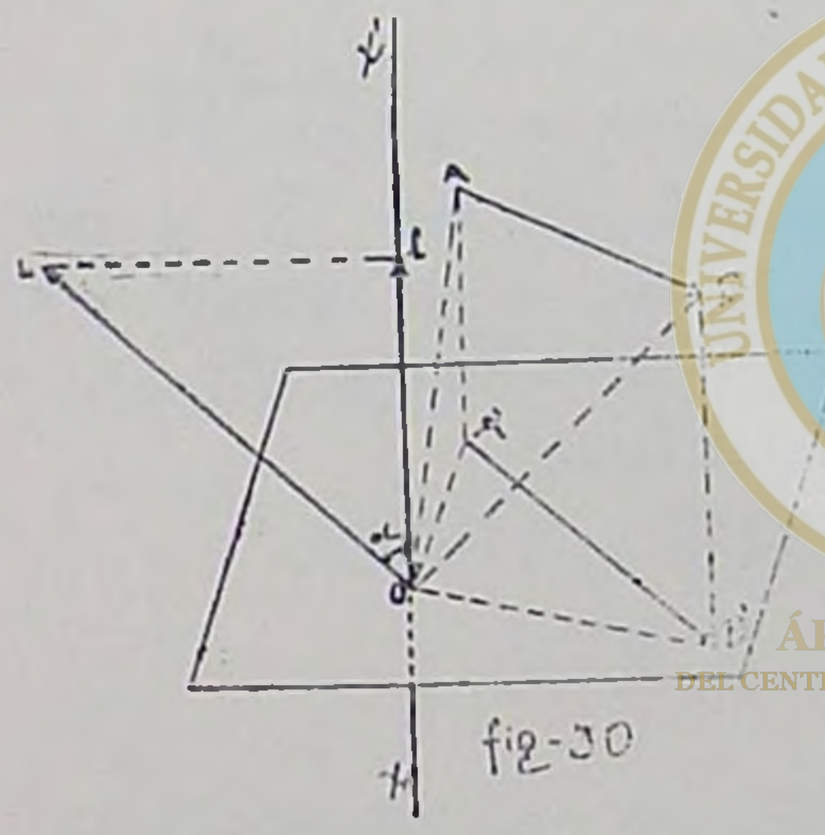
Tracemos un plano Q perpendicular al eje $x\,x'$ y proyectemos el vector $\overline{P}$ sobre el plano Q.

El punto O es aquel en que el eje *x x'* encuentra al plano Q, es decir la intersección del eje y del plano; el vector $\overline{P'}$ es la proyección de $\overline{P}$ sobre el plano Q; por definición: el momento de P con relación al eje *x x'*, es el momento *lineal* de $\overline{P'}$ con relación *O*.

La representación vectorial del momento, de acuerdo con la convención primitiva, será hecha por medio del vector *ol* aplicado en *O* y perpendicular a *Q*, es decir, coincide con el eje y es aplicado en cualquier punto de este eje, ya que *O* es arbitrario, por serlo así la posición del plano Q perpendicular al eje.

Teorema

El momento de un vector con relación a un eje, *xx'* es igual a la proyección sobre este eje, del momento lineal del vector con relación al punto *O* del eje.



Sea $\overline{AB}$ el vector y $\overline{A'B'}$ su proyección sobre el plano Q; por convención, el momento de $\overline{AB}$ con relación al eje, es el momento lineal de A'B' con relación a *O*, el que, representado por ol, es igual, en valor, al doble de la superficie del triángulo OA'B'. El momento lineal de AB con relación a *O* está representado por $\overline{OL}$ y es igual al doble del triángulo OAB. Pero OA'B' es la proyección del triángulo OAB, siendo su valor OAB $\times$ cos α; α es el ángulo diedro de los planos de los triángulos. Como *ol* es perpendicular al plano OA'B' y *OL* es perpendicular al plano OAB, las rectas *ol* y *OL* forman un ángulo que es precisamente α

$$\Delta$$

y como $ol = 2OA'B'$.

$OL = 2OAB$ y como $OA'B' = OAB \times \cos \alpha$ sustituyendo valores, tendremos que:

$ol = OL \cos \alpha$, es decir $\overline{ol}$ es la proyección, sobre el eje, de $\overline{OL}$.

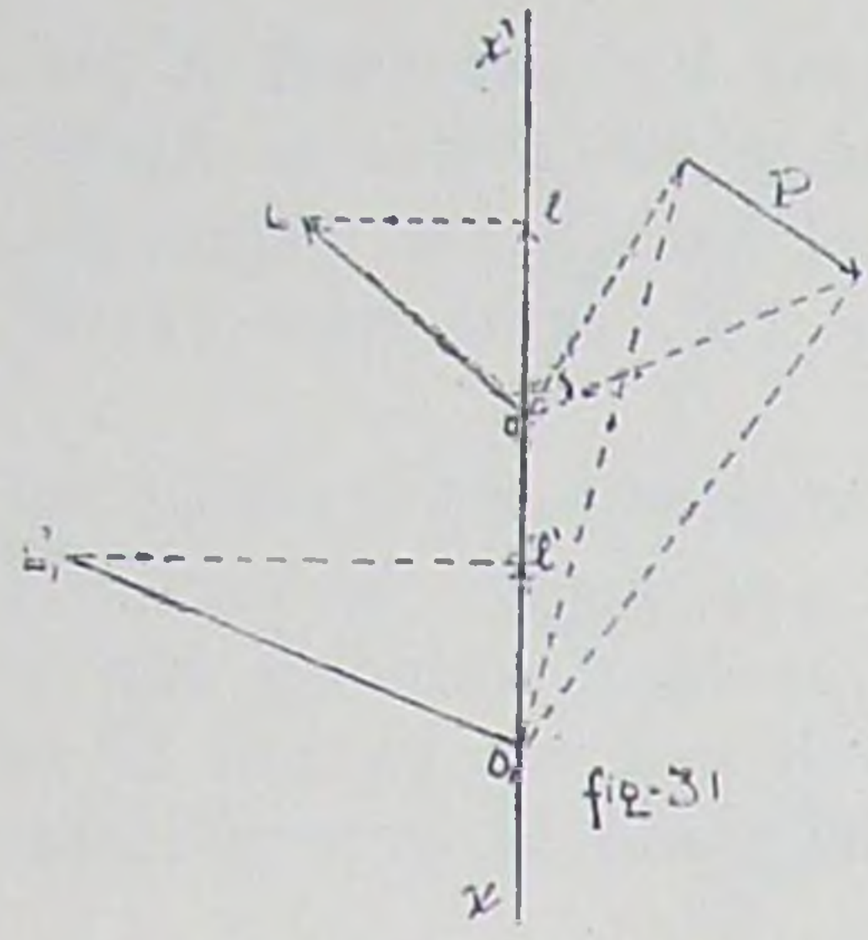


fig-31

Teorema

Cualquiera que sea el punto O sobre el eje xx' la proyección sobre dicho eje del momento lineal de un vector con relación a un punto O del eje, es constante.

En efecto, sean O y O_1 dos puntos cualesquiera del eje; $\overline{ol}$ es es la proyección de $\overline{OL}$ y $\overline{o_1l_1}$ es la proyección de $\overline{O_1L_1}$.

Como $\overline{OL}$ y $\overline{O_1L_1}$ son los momentos lineales de un vector $\overline{P}$ con relación a 2 puntos O y O_1 del espacio, entre los momentos hay la relación $\overline{OL_1} = \overline{OL} + \overline{Mo_1Po}$. Si proyectamos sobre el eje xx' esta igualdad vectorial, tendremos:

proyec. de $\overline{OL_1}$ = proyec. de $\overline{OL}$ + proyec. de $\overline{Mo_1Po}$.

El vector $\overline{Mo_1Po}$ es un vector aplicado en O_1 y perpendicular al plano formado por o_1 y un vector equipolente a P aplicado en O; por tanto es perpendicular al eje xx' y su proyección sobre dicho eje es nula; luego

proyec. de $\overline{O_1L_1}$ = proyec. de $\overline{OL}$ (sobre xx') es decir

$$o_1l_1 = ol.$$

AREA HISTÓRICA
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

Observaciones

La nulidad del momento de un vector con relación a un eje se realiza cuando el vector y el eje están en un mismo plano. En este caso, o son concurrentes y el brazo de palanca es nulo, o son paralelos y la proyección del vector sobre un plano Q perpendicular al eje, es nula.

Momento resultante con relación a un eje

Un sistema de vectores $\overline{P'}$, $\overline{P''}$, $\overline{P'''}$, considerados cada uno de los vectores, tendrá un momento representado por un vector de dirección del mismo eje, por tanto la suma geomé-

trica que se reduce a una suma algébrica, se la llama momento resultante y se le simboliza por

$$g = Mxx'P' + Mxx'P'' + Mxx'P''' = \Sigma Mxx' P.$$

Observación

Como la teoría vectorial está basada exclusivamente en la idea del movimiento y éste se relaciona a la orientación de trayectorias, un eje cualquiera $x\,x'$ se lo supone orientado y por tanto los vectores $\overline{ol}$, $\overline{ol'}$, $\overline{ol''}$ representativos de momentos con relación al eje, tendrán los signos correspondientes a la orientación del eje.

Teorema

El momento resultante $\bar{g}$ con relación a un eje, es igual a la proyección sobre el eje, del momento resultante lineal $\overline{G}$ de un sistema vectorial con relación a un punto del eje.

En efecto: sea un sistema vectorial P', P'', P''' y *o* un punto del eje $x\,x'$.

El momento resultante con relación a *o* es

$$\overline{MoP'} + \overline{MoP''} + \overline{MoP'''} = \overline{G}$$

proyectemos esta igualdad sobre el eje $x\,x'$ y tendremos

$$Mxx'P' + Mxx'P'' + Mxx'P''' = \text{proyección de } G$$

pero el primer miembro de la ecuación es *g*, luego

$$g = \text{proyección de } G.$$

Corolario

Si los vectores son concurrentes hemos visto que el momento de la resultante, es el momento resultante, en otra forma:

$$MoR = G$$

proyectemos sobre xx' suponiendo que *o* está sobre el eje, tendremos:

$$MxxR = g,$$

es decir que el momento de la resultante de vectores concurrentes con relación a un eje xx', es igual al momento resultante.

Expresión analítica de momentos

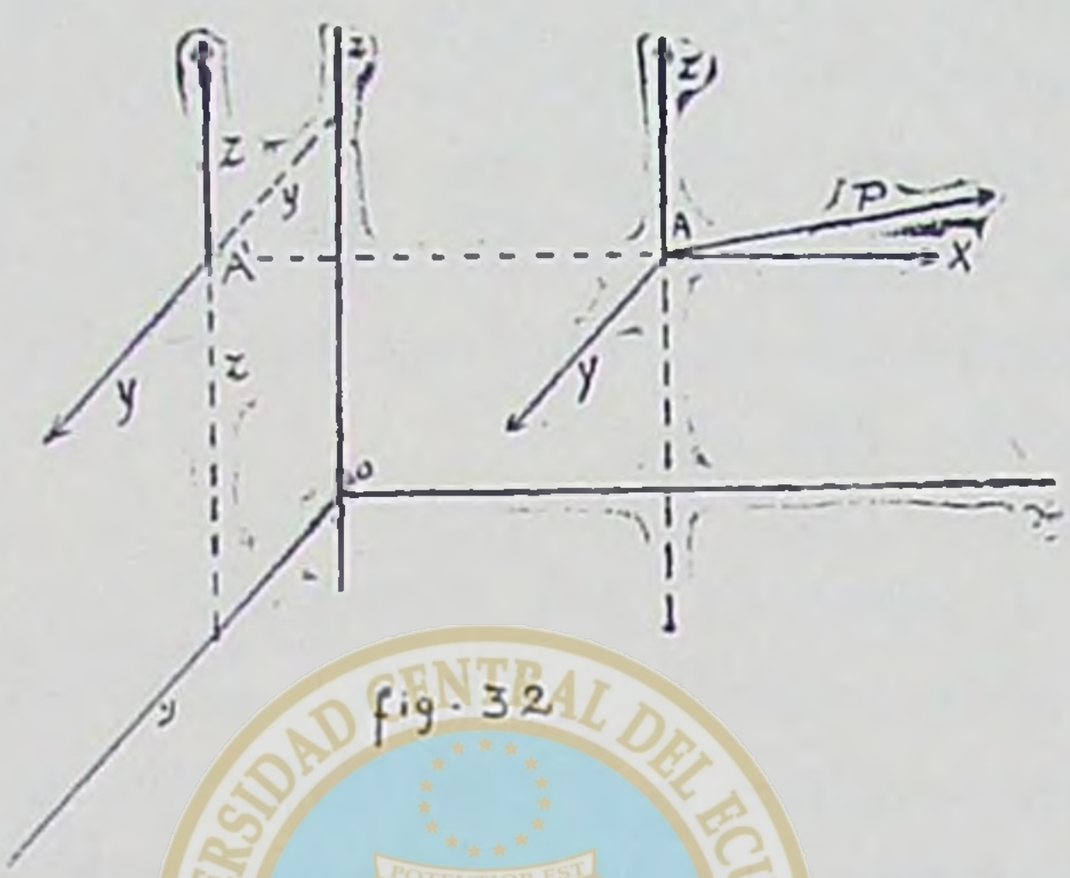


fig. 32

Sean *ox, oy, oz* tres ejes coordenados rectangulares.

A, un punto del espacio definido por las coordenadas *(x, y, z)*. En el punto *A* un vector P, definido por sus componentes X, Y, Z que no son otra cosa que las proyecciones del vector sobre los ejes. El vector $\overline{P}$ es, por tanto la resultante geométrica de tres vectores *concurrentes* $\overline{X}$, $\overline{Y}$, $\overline{Z}$ y como el momento de $\overline{P}$, es igual a la suma de momentos de sus componentes, por tanto, en lugar del momento de $\overline{P}$, considero simultáneamente los momentos de $\overline{X}$, $\overline{Y}$, $\overline{Z}$ con relación a cualquiera de los ejes.

Tratemos, pues, de buscar el momento del vector $\overline{P}$ con relación al eje *ox*.

De acuerdo con la convención, proyecto $\overline{P}$ sobre el plano *yoz* perpendicular a *ox;* pero en lugar de $\overline{P}$ proyectamos sus componentes: Y, Z, se proyectan en verdadera magnitud, siendo nula la proyección de X. *y, z,* son los brazos de palanca y el momento de $\overline{P}$ será igual al momento de Y más el momento de Z.

Luego: $Mox\ P = yZ - zY$

tomando en cuenta que el momento de Y es negativo.

UNIVERSIDAD CENTRAL DEL ECUADOR
FUNDADA EN 1651
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

De idéntica manera obtendremos los momentos con relación al eje de *oy* y al eje de *oz*. Las tres expresiones son:

$$\mathrm{Mo}x\mathrm{P} = y\mathrm{Z} - z\mathrm{Y}$$
$$\mathrm{Mo}y\mathrm{P} = z\mathrm{X} - x\mathrm{Z}$$
$$\mathrm{Mo}z\mathrm{P} = x\mathrm{Y} - y\mathrm{X}$$

Momento con relación al origen de los ejes

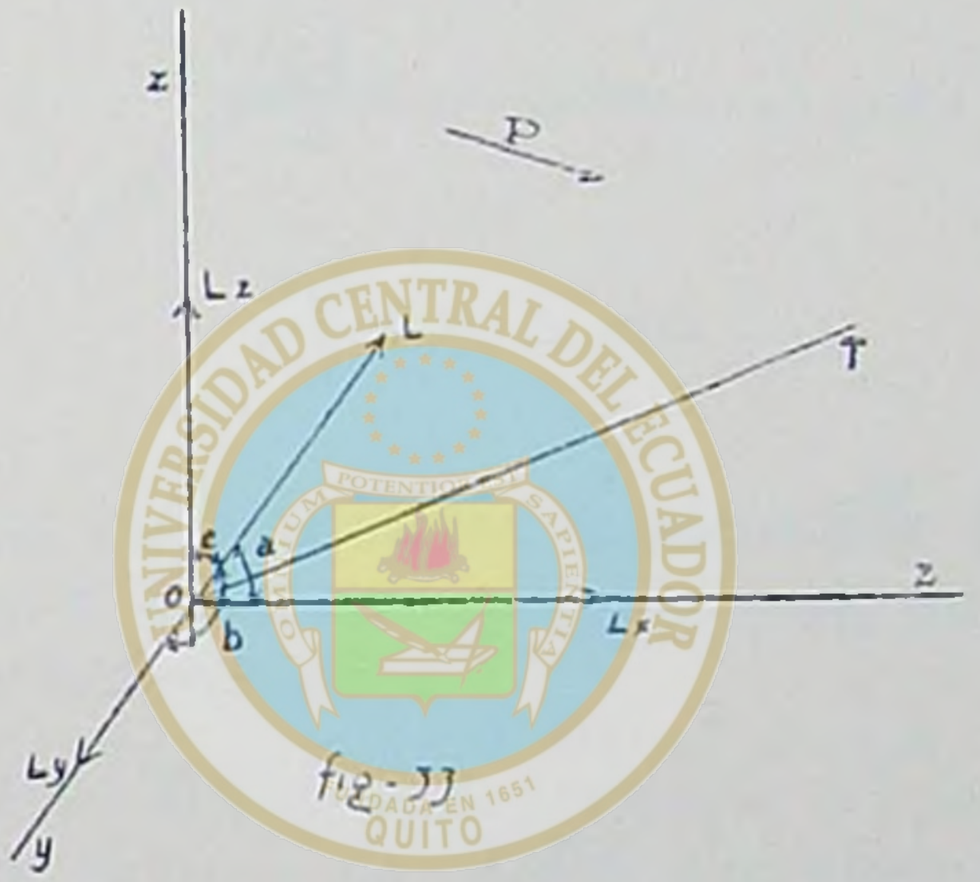


fig - 33

UNIVERSIDAD CENTRAL DEL ECUADOR
FUNDADA EN 1651
QUITO
ÁREA HISTÓRICA
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

Ya hemos visto que el momento de un vector con relación a un eje es la proyección sobre dicho eje, del momento lineal con relación a un punto del eje.

En la (figura 33) tenemos *O* origen de los ejes, y por tanto, punto común de todos ellos. Si consideramos el vector $\overline{P}$, el momento con relación al punto *O* estará representado por medio de un vector $\overline{OL}$; si proyectamos $\overline{OL}$ sobre cada uno de los ejes coordenados. encontraremos los momentos con relación a dichos ejes, es decir: si L*x*, L*y*, L*z* son las proyecciones de $\overline{L}$, resulta que:

$$\mathrm{L}x = \mathrm{Mo}x\mathrm{P} = y\mathrm{Z} - z\mathrm{Y}$$
$$\mathrm{L}y = \mathrm{Mo}y\mathrm{P} = z\mathrm{X} - x\mathrm{Z}$$
$$\mathrm{L}z = \mathrm{Mo}z\mathrm{P} = x\mathrm{Y} - y\mathrm{X}$$

es decir, las expresiones encontradas anteriormente.

Conocemos Lx, Ly, Lz, que son las componentes de $\overline{L}$ según tres ejes coordenados rectangulares, luego, conocemos $\overline{L}$.

$$L = \sqrt{Lx^2 + Ly^2 + Lz^2} \quad \text{(en magnitud)}$$

Si llamamos a, b, c los ángulos que forma L con los ejes coordenados, tendremos sus valores por

$$\cos a = \frac{Lx}{L}$$

$$\cos b = \frac{Ly}{L}$$

$$\cos c = \frac{Lz}{L}$$

que nos dan la dirección y sentido deduciendo de $Lx = L \cos a$

$$Ly = L \cos b$$

$$Lz = L \cos c$$

ÁREA HISTÓRICA
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

Momento con relación a un eje oT que pasa por el origen de las coordenadas

Sea OT el eje, definido por medio de los ángulos α, β, γ con los ejes coordenados. El momento del vector $\overline{P}$ con relación al eje, es la proyección sobre este eje de $\overline{OL}$ puesto que O es punto del eje $\overline{OT}$. Para proyectar el vector $\overline{OL}$ sobre $\overline{OT}$, podemos proyectar sus componente Lx, Ly, Lz; la suma algébrica de estas proyecciones, es la proyección buscada; por tanto:

$$Mo_TP = Lx \cos \alpha + Ly \cos \beta + Lz \cos \gamma$$

esta expresión se puede también poner bajo otra forma, en función de L; basta reemplazar los valores de Lx, Ly, Lz.

Entonces

$$Mo_TP = L (\cos a \cos \alpha + \cos b \cos \beta + \cos c \cos \gamma).$$

Determinación analítica de la suma geométrica y del momento resultante de un sistema de vectores, con relación al punto O, origen de los ejes coordenados

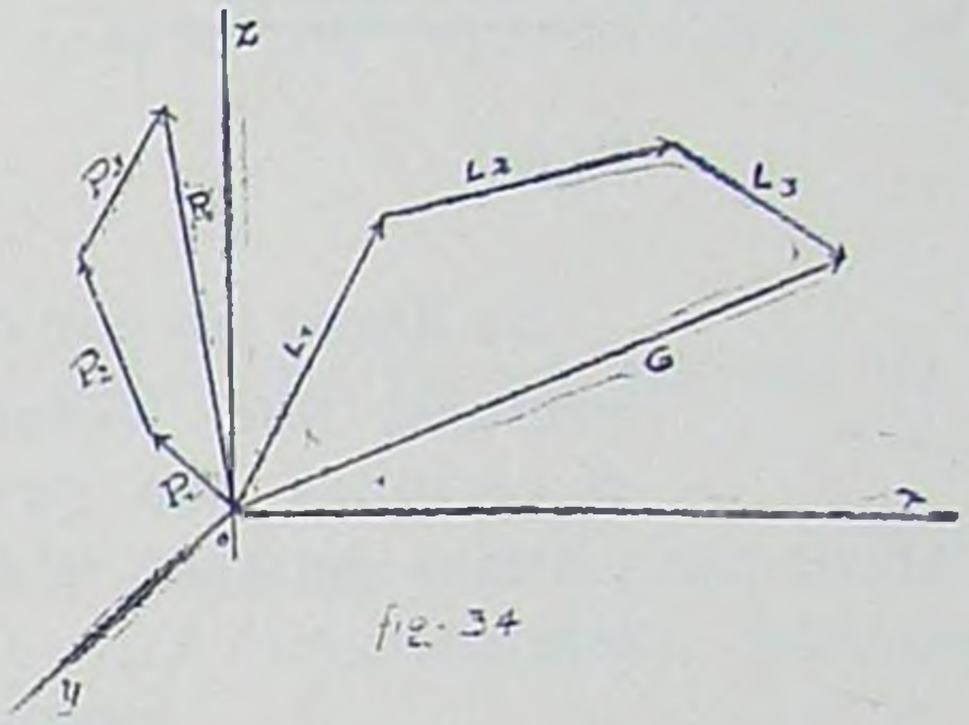


fig. 34

Consideremos un sistema de vectores $\overline{P_1}$, $\overline{P_2}$, $\overline{P_3}$..... etc, aplicados en puntos diferentes (en general) *del espacio;* sean *ox, oy, oz* los ejes coordenados.

Si consideramos el punto *o,* podemos trasladar a él, todos los vectores para obtener la suma geométrica de traslación $\overline{R} = \overline{\Sigma P}$, pero analíticamente $\overline{R}$ será dada por sus componentes Rx, Ry, Rz que no son otra cosa que las sumas algébricas de las proyecciones de los vectores sobre cada uno de los ejes.

$$Rx = X_1 + X_2 + X_3 = \Sigma X$$
$$Ry = Y_1 + Y_2 + Y_3 = \Sigma Y$$
$$Rz = Z_1 + Z_2 + Z_3 = \Sigma Z$$

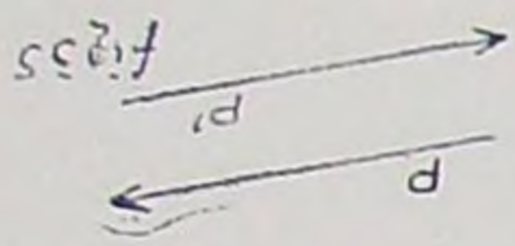
Así mismo, si con relación al punto *O,* tomamos los momentos de cada uno de los vectores, en el punto *O* serán representados por otros vectores $\overline{L_1}$, $\overline{L_2}$, $\overline{L_3}$ que a su vez se suman geométricamente para obtener

$$\overline{G} = \overline{L_1} + \overline{L_2} + \overline{L_3} = \text{Momento resultante;}$$

pero, los vectores $\overline{L_1}$, $\overline{L_2}$, $\overline{L_3}$ son dados analíticamente por medio de las proyecciones (Lx, Ly, Lz) sobre los ejes coordenados, luego:

$$Gx = L_1x + L_2x + L_3x = \Sigma(yZ - zY)$$
$$Gy = L_1y + L_2y + L_3y = \Sigma(zX - xZ)$$
$$Gz = L_1z + L_2z + L_3z = \Sigma(xY - yX)$$

Pares



Se llama un par de vectores, a dos vectores tales como $\overline{P}$ y $\overline{P'}$ cuyas direcciones son paralelas, sus magnitudes iguales y sus sentidos contrarios.

Brazo de palanca, del par de vectores, es la distancia δ de sus direcciones.

Teorema

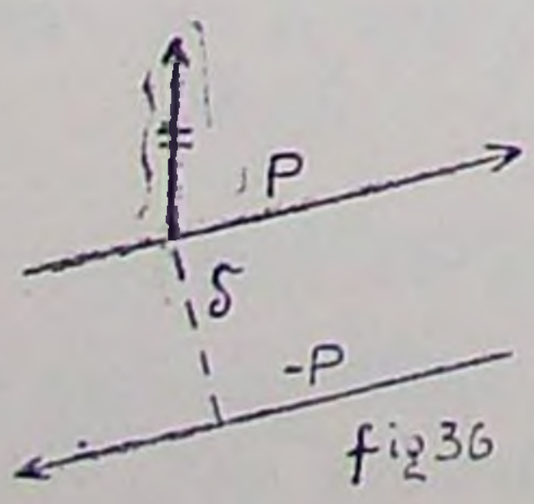
El momento resultante de un sistema vectorial, cuya suma geométrica es nula, es constante, cualquiera que sea el punto centro de momentos.

En efecto sean O y O_1 dos centros de momentos; los momentos resultantes están ligados por

$$\overline{G_1} = \overline{G} + \overline{Mo_1Ro},$$

pero si $Ro = O$ el momento con relación a cualquier punto es nulo y $G_1 = G$, es decir, constante.

Eje representativo de un par



El momento resultante dé un par es el producto $P \times \delta$, pues siendo el momento constante, podemos tomarlo con relación a un punto en uno de los vectores. El momento de este vector será nulo y el momento resultante será el del otro vector, es decir, $P \times \delta$.

De acuerdo con lo convenido para la representación del momento del par, que lo es del vector $\overline{P}$, este momento estará representado por el vector $\overline{ON}$ perpendicular al plano del par y cuyo valor hemos visto ya. El sentido será también el convencional. El vector $\overline{ON}$, así definido, se llama *eje del par* y siendo constante, es el eje representativo del par.

Teorema

El momento resultante de un sistema de *Pares*, es constante.

En efecto, cada par tiene suma geométrica nula y la suma de todos los pares será también nula, por tanto, el momento resultante es constante.

Suma geométrica nula y momento resultante nulo

Si consideramos un punto *O*, siendo la suma geométrica nula para este punto de reducción, lo será para todo otro punto.

Siendo nula la suma, el momento es constante y como ya es nulo para un punto, lo será para todo otro centro de reducción del espacio.

Así mismo, si la suma geométrica es nula y el momento resultante nulo para cualquier punto del espacio, será también nulo el momento con relación a cualquier eje del espacio.

Lo anterior se traducirá por

$$\overline{R} = \Sigma\overline{P} = o \qquad y \qquad \overline{G} = \Sigma Mo\overline{P} = o$$

y analíticamente:

$$\begin{array}{lcl} \overline{Rx} = o & & \overline{Gx} = o \\ \overline{Ry} = o & con & \overline{Gy} = o \\ \overline{Rz} = o & & \overline{Gz} = o \end{array}$$

Equivalencia de vectores

Dos sistemas de vectores son equivalentes cuando, tomando en cuenta cualquier punto del espacio como centro de reducción, la suma geométrica de los vectores que componen el sistema, así como el momento resultante son iguales.

Si un sistema se compone de los vectores

$$\overline{P_1},\ \overline{P_2},\ \overline{P_3}\ldots\ldots\ \overline{Pn}$$

y el otro de los vectores

$$\overline{P_1'},\ \overline{P_2'}\ldots\ldots\ldots\ \overline{P'm}$$

la equivalencia se la traduce por:

$$\overline{R} = \overline{R'} \qquad y \qquad \overline{G} = \overline{G'}$$

Basándose en el principio de equipolencia así definido, es fácil comprobar que dos vectores equipolentes aplicados en dos puntos diferentes de una misma recta, constituyen dos sistemas equivalentes y esto se traduce diciendo que el punto de aplicación de un vector puede ser trasladado a un punto cualquiera de su dirección.

Además, un par vectorial, siendo representado por su eje, otro par que tenga como eje un vector equipolente, constituirá un sistema equivolente al anterior: para los dos la suma geométrica es nula y el momento resultante es el mismo.

La equivalencia de sistemas, analiticamente

Los dos sistemas de vectores referidos a ejes coordenados, darán como expresión de equivalencia las siguientes ecuaciones:

$$\overline{\Sigma X} = \overline{\Sigma X'} \qquad \text{o sea} \qquad \overline{Rx} = \overline{R'x}$$
$$\overline{\Sigma Y} = \overline{\Sigma Y'} \qquad\qquad \overline{Ry} = \overline{R'y}$$
$$\overline{\Sigma Z} = \overline{\Sigma Z'} \qquad\qquad \overline{Rx} = \overline{R'z}$$

UNIVERSIDAD CENTRAL DEL ECUADOR QUITO AREA HISTÓRICA CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

además en cuanto a los momentos con relación a los ejes coordenados:

$$\Sigma(yZ - zY) = \Sigma(y'Z' - z'Y') \text{ o sea } \overline{Gx} = \overline{G'x}$$
$$\Sigma(zX - xZ) = \Sigma(z'X' - x'Z') \text{ o sea } \overline{Gy} = \overline{G'y}$$
$$\Sigma(xY - yX) = \Sigma(x'Y' - y'X') \text{ o sea } \overline{Gz} = \overline{G'z}$$

lo que equivale también a decir que el momento resultante con relación al origen de los ejes coordenados es igual.

Teorema

Cuando dos sistemas de vectores tienen la suma geométrica y el momento resultante igual para un centro de reducción, lo tienen también para cualquier otro centro y por tanto son equivalentes.

En efecto, supongamos que los sistemas

$$\Sigma P = \Sigma P' \text{ junto con } G = G'$$

lo realicen para un centro de reducción O; vamos a probar que lo realizarán para cualquier otro centro O_1.

En efecto, cualquiera que sea el punto del espacio, el polígono de vectores no varía y, si la suma geométrica es igual en un punto, lo será en cualquier otro, es decir $\overline{R} = \overline{R'}$ implica $\overline{Ro} = \overline{R'o}$ y $\overline{Ro_1} = \overline{Ro_1'}$, etc.

Los momentos de cada uno de los sistemas con relación a dos puntos diferentes O y O_1 están ligados por las ecuaciones:

$$\overline{G_1} = \overline{G} + \overline{Mo_1Ro} \text{ para el un sistema}$$

$$\text{y } \overline{G_1'} = \overline{G'} + \overline{Mo_1Ro'} \text{ para el otro.}$$

$\overline{Mo_1Ro}$ y $\overline{Mo_1Ro'}$ son iguales puesto que $\overline{Ro} = \overline{Ro'}$ y como por hipótesis $\overline{G} = \overline{G'}$, se deduce que cualquiera que sea el punto O_1 del espacio.

$$\overline{G_1} = \overline{G_1'}$$

Teorema

Si dos sistemas vectoriales son equivalentes, los momentos resultantes con relación a cualquier eje, son iguales.

En efecto, si son equivalentes tienen momento resultante igual con relación a un punto del eje; proyectando estos momentos sobre el eje, las proyecciones serán iguales.

Descomposición de vectores

De diferentes maneras se puede descomponer un vector, es decir encontrar un sistema que le sea equivalente:

a) En dos vectores que se encuentran en su mismo plano;

b) En tres vectores que no están en el plano del vector.

Estas dos descomposiciones son perfectamente definidas, es decir admiten una sola solución.

c) Para descomponer en mayor número de direcciones, el problema es indeterminado.

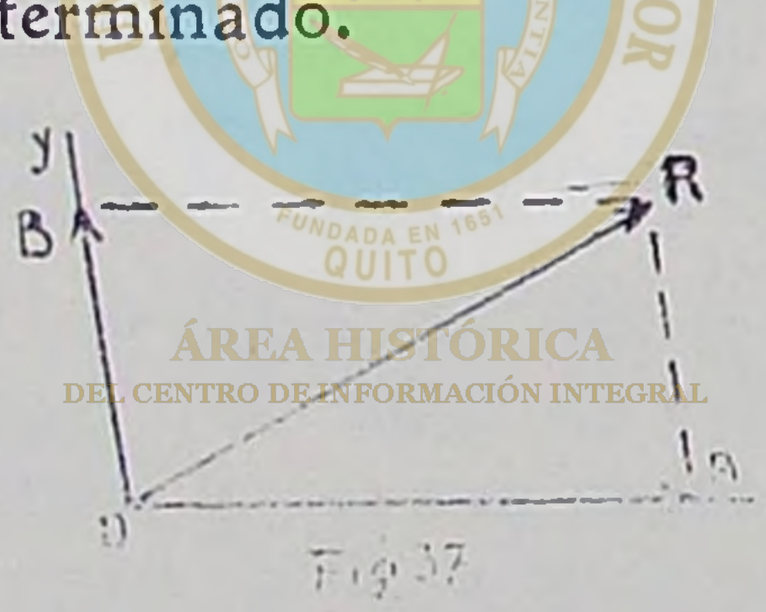


Fig. 27

ÁREA HISTÓRICA
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL
UNIVERSIDAD CENTRAL DEL ECUADOR
FUNDADA EN 1651
QUITO

En la figura 27 vemos el vector $\overline{OR}$ descompuesto según las direcciones *ox* y *oy*, en dos vectores $\overline{OA}$ y $\overline{OB}$.

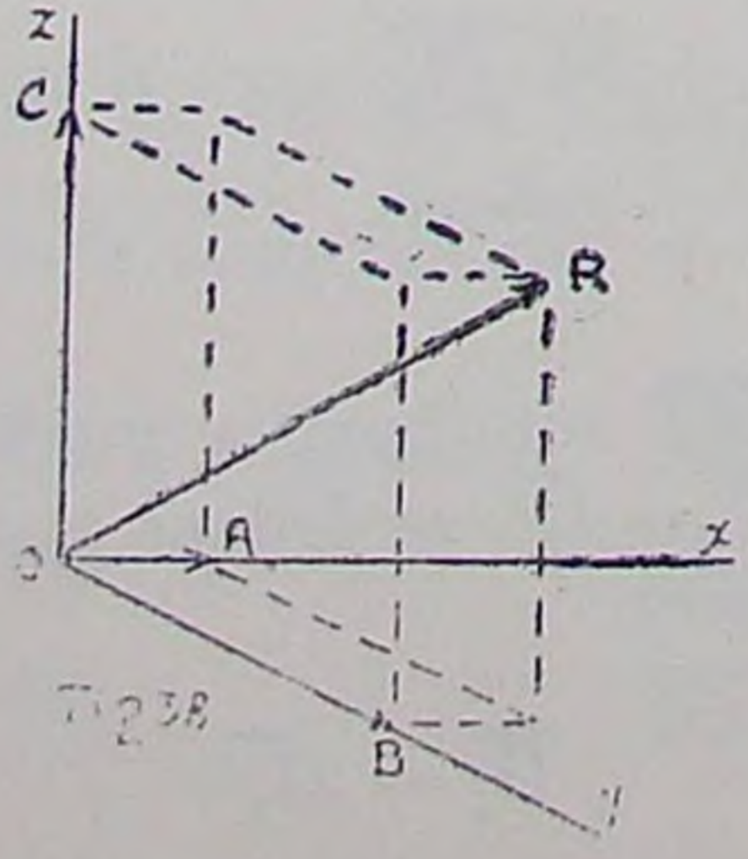


Fig. 28

Los dos vectores forman un sistema equivalente al formado por el vector $\overline{OR}$.

La descomposición es posible cuando las direcciones *ox* y *oy* están en un mismo plano o en planos paralelos al vector $\overline{P}$. La descomposición se hace mediante el paralelogramo cuya diagonal es $\overline{OR}$.

En la figura 38, vemos tres direcciones *ox*, *oy*, *oz* según las cuales el vector $\overline{OR}$ se descompone, mediante la construcción del paralelepípedo, dando tres vectores $\overline{OA}$, $\overline{OB}$, $\overline{OC}$ que forman un sistema equivalente al formado por el vector $\overline{OR}$.

En cualquiera de estos casos es fácil ver que la condición de equivalencia se cumple siempre que cualquiera de los sistemas tengan los vectores aplicados en *O*.

Reducción de vectores

Se llama reducción de un sistema de vectores, la operación mediante la cual se encuentra el sistema más simple, que le sea equivalente.

Es evidente que el sistema más simple estaría representado por un vector único y luego por un par de vectores.

Cuando de la reducción de vectores se deduce un vector único, este vector constituye o se llama la resultante del sistema.

Teorema

Un vector $\overline{P}$ puede ser trasladado equipolentemente a cualquier punto A del espacio, añadiéndole un par cuyo valor es igual al momento de $\overline{P}$ con relación a A.

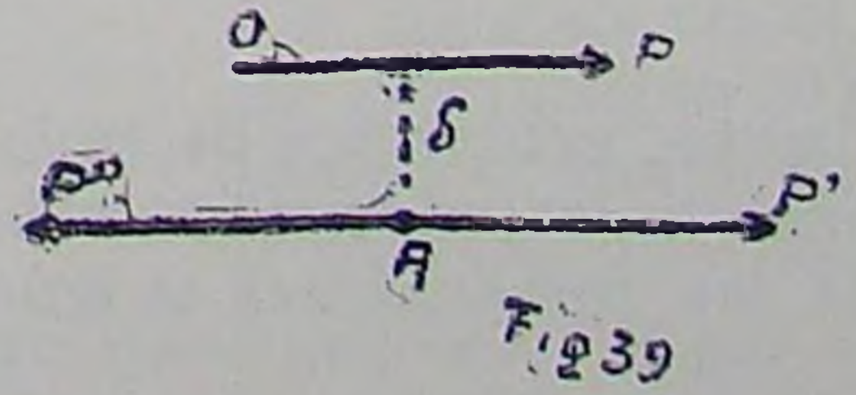


Fig 39

En el punto *O* tenemos un vector $\overline{OP}$ que lo trasladamos equipolentemente al punto A, según $\overline{AP'}$; en A tenemos un vector representativo del momento de $\overline{P}$ con relación a A y cuyo valor es $P \times \delta$. Pero este momento es el representativo del par del mismo valor formado por los vectores $\overline{OP}$ y AP'' iguales en magnitud, sobre direcciones paralelas y de sentidos contrarios.

Para probar que los sistemas son equivalentes: 1º. La suma geométrica es la misma e igual al vector $\overline{P}$; 2º. El momento resultante debe ser igual con relación a cualquier punto: tomemos A como centro; para el un sistema formado por el vector único $\overline{OP}$, el momento es $P \times \delta$; para el otro sistema formado del vector AP' y del par, el momento es el del par $P \times \delta$, puesto que el momento de $\overline{AP'}$ es nulo.

Observación

A un sistema cualquiera de vectores se puede añadir o quitar dos vectores iguales de misma dirección y de sentidos contrarios, es decir, dos vectores iguales y opuestos, sin alterar el sistema, puesto que se obtiene un sistema equivalente. En efecto la suma geométrica de los dos vectores es nula y los momentos de los dos vectores con relación a cualquier punto del espacio, serán siempre iguales y de sentidos contrarios, es decir se anulan entre ellos y por tanto no pueden alterar el momento resultante.

Teorema

Un sistema de vectores concurrentes puede ser reemplazado por el vector resultante aplicado en el punto de concurrencia.

En efecto: la suma geométrica de ambos sistemas es la resultante y en cuanto a los momentos sabemos que, el momento resultante de las componentes es igual al momento de la resultante.

Teorema

Un sistema compuesto por pares de vectores, puede ser sustituido por otro compuesto de un solo par cuyo eje, es la suma geométrica de los ejes componentes.

En efecto todos los pares tienen suma geométrica nula, luego las sumas geométricas son iguales.

Los ejes de los pares son constantes e iguales a los momentos de cada par con relación a un punto cualquiera del espacio, luego si en un punto dado formamos el momento resultante, su eje representará un par que es precisamente el buscado.

Observaciones

Cuando se trata de dos o tres pares, el par resultante se obtendrá mediante el paralelogramo o el paralelepípedo formados con los ejes y de los cuales la diagonal respectiva será el eje resultante del par.

ÁREA HISTÓRICA
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

Un sistema cualquiera de vectores puede reducirse a un solo vector aplicado en el centro de reducción y a un par.

En efecto, sea A el punto escogido como centro de reducción.

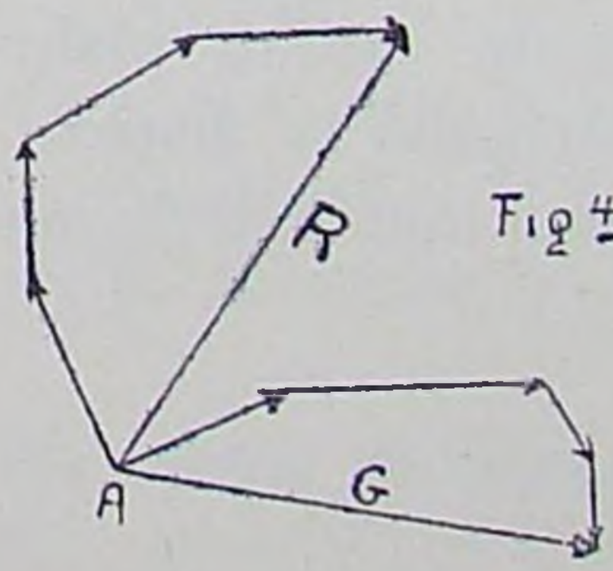


Fig 40

Cualquiera que sean los puntos de aplicación de los vectores que forman el sistema, cada uno de los vectores podemos trasladarlo equipolentemente al punto A añadiendo a cada uno un par cuyo eje sea el momento del vector con relación al punto A. Los vectores son ahora concurrentes en A y $\overline{R}$ los reemplaza en el sistema; los ejes de pares se suman para encontrar el par resultante $\overline{G}$ que los sustituye. Tenemos pues, en difinitiva, en el punto centro de reducción, un vector $\overline{R}$ igual a la suma geométrica de vectores

y un par de eje $\overline{G}$, que no es otro que el momento resultante del sistema con relación al centro de reducción.

Teorema

Un sistema de vectores puede, en general reducirse a dos vectores de los cuales el uno pasa por el centro de reducción.

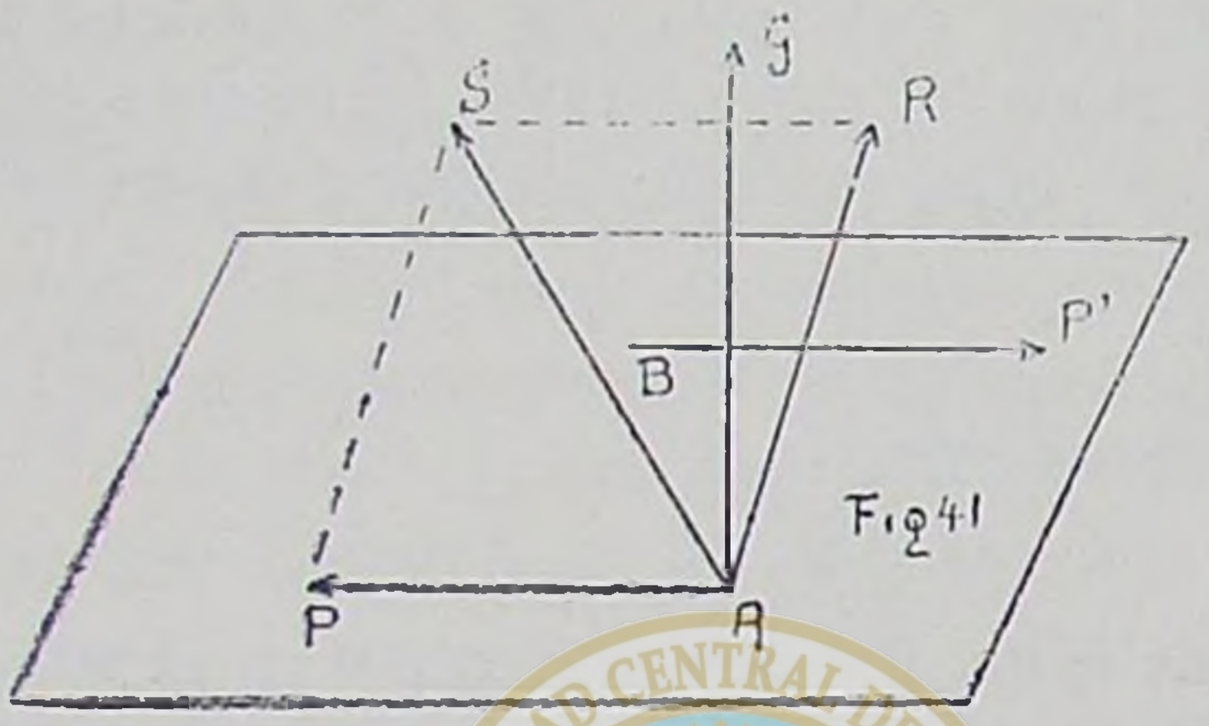


Fig 41

Acabamos de ver, como, un sistema cualquiera puede reducirse a un vector $\overline{R}$ aplicado en el centro de reducción A y a un par de eje AG. El par AG en el plano perpendicular al eje, puede constituirse por sus vectores $\overline{AP}$ y $\overline{BP'}$; pero los vectores $\overline{AR}$ y $\overline{AP}$ concurrentes, pueden ser reemplazados por un vector $\overline{AS}$ aplicado en el centro de reducción $\overline{A}$ y el sistema se completa con otro vector $\overline{BP'}$.

DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

Observaciones

En general $\overline{AS}$ y $\overline{BP'}$ no están en un mismo plano; siendo $\overline{AP}$ arbitrario y dependiendo de su valor la distancia de $\overline{BP'}$ al centro de reducción; hay pues una infinidad de maneras para efectuar la reducción.

Observaciones

(a) $\overline{R} \neq 0$

$\overline{G} = 0$

El sistema se reduce a un solo vector igual a la suma geométrica de vectores y aplicado en el centro de reducción.

$$(b) \qquad \overline{R} = O$$

$$\overline{G} \neq O$$

La suma geométrica siendo nula, el momento es constante y el sistema se reduce a un par de eje $\overline{G}$.

Casos particulares

$\overline{R}$ y $\overline{G}$ son perpendiculares entre ellos.

Cuando la suma geométrica y el momento resultante son perpendiculares, el sistema se reduce a un vector equipolente a la suma geométrica y aplicado fuera del centro de reducción.



Fig 42

ÁREA HISTÓRICA
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

En efecto; sean $\overline{OR}$ y $\overline{OG}$ los vectores de la reducción en el punto *o;* en un plano $\overline{Q}$ perpendicular a $\overline{OG}$ y conteniendo $\overline{OR}$, tracemos los dos vectores $-\overline{R}$ y $\overline{R'}$ que forman el par y a una distancia $OA = \partial$ de tal manera que $\overline{G} = R \times \partial$. Los vectores $-\overline{R}$ y $\overline{R}$ se destruyen y queda únicamente el vector $\overline{R'}$ colocado en A, según la enunciación del teorema.

Eje central de momentos

Se llama eje central de momentos a la recta, lugar geométricos de puntos para los cuales el momento del sistema es mínimun.

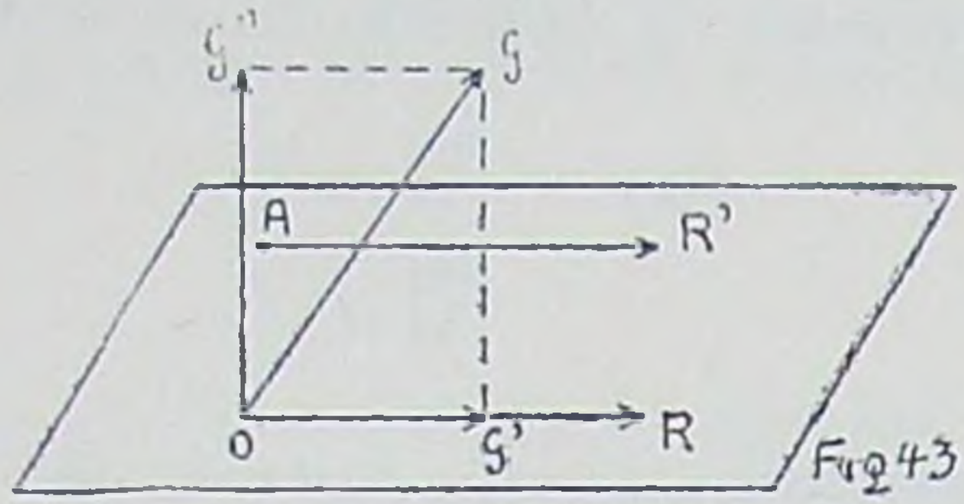


Fig 43

Para encontrar esta recta supongamos el sistema reducido a los vectores $\overline{OR}$ y $\overline{OG}$ en el centro de reducción O. Tracemos por O un plano perpendicular al formado por $\overline{OR}$ y $\overline{OG}$; en este plano tracemos OG'' perpendicular a OR y descompongamos $\overline{OG}$ en sus componentes $\overline{OG'}$ y $\overline{OG''}$. $\overline{OG''}$ y $\overline{OR}$ siendo perpendiculares, pueden reducirse a un vector $\overline{AR'}$ equipolente a $\overline{OR}$. El sistema se reduce a un vector $\overline{AR'}$ y a un par de eje $\overline{OG'}$, ambos paralelos, reducción que se enuncia así: «entre todos los sistemas equivalentes de vectores, hay uno para el cual, la suma geométrica y el momento resultante son paralelos.

Ahora bien: si tomamos el momento resultante del sistema con relación a cualquier punto de $\overline{AR}$, es fácil ver que este momento es igual a $\overline{OG'}$. El momento con relación a otro punto del espacio será mayor que $\overline{OG'}$, puesto que será la diagonal de un paralelogramo rectángulo, uno de cuyos lados es $\overline{OG'}$. Por tanto $\overline{AR}$ es la dirección o sea el eje central de momentos o sea también el eje de momento mínimo.

FUNDADA EN 1651 ÁREA HISTÓRICA DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

Sistema nulo

Se dice que un sistema de vectores es nulo o equivalente a cero, cuando la suma geométrica y el momento resultante son iguales a cero, para un punto del espacio.

Si le son para un punto, lo serán para todo punto del espacio. Además, si el momento resultante es nulo para cualquier punto del espacio, lo será para cualquier recta del espacio.

Las ecuaciones que, analíticamente definen un sistema nulo son:

$$\left.\begin{aligned} \Sigma X &= O \\ \Sigma Y &= O \\ \Sigma Z &= O \end{aligned}\right\} \text{con} \left\{\begin{aligned} \Sigma(yZ - zY) &= O \\ \Sigma(zX - xZ) &= O \\ \Sigma(xY - yX) &= O \end{aligned}\right.$$

Teorema

Si tenemos dos sistemas de vectores, el conjunto de ellos será nulo, si el uno es equivalente a un tercero formado de vectores iguales y de sentido contrario a los del otro.

En efecto

$\overline{S_1} = (\overline{P_1} + \overline{P_2} + \overline{P_3} + \overline{Pn})$ primer sistema

$\overline{S_2} = (\overline{P'} + P'' + P'' + P''')$ segundo sistema

$\overline{S_3} = (-\overline{P_1} - \overline{P_2} - \overline{P_3} - Pn)$ tercer sistema

Si el primer sistema tiene $\overline{S_1}$ y $\overline{G_1}$ como resultante de traslación y momento resultante con relación a un punto O, el tercer sistema tendrá evidentemente $-\overline{S_1}$ y $-\overline{G_1}$ como valores equivalentes. Si el segundo sistema no fuera equivalente al tercero, tendría resultante y momento diferente de $-\overline{S_1}$ y $-\overline{G_1}$ y por tanto no formaría sistema nulo con $\overline{S_1}$ y $\overline{G_1}$.

La condición es suficiente pues siempre

$$S_1 + (-S_1) = O \text{ y } G_1 + (-G_1) = O$$

para cualquier punto del espacio.

De lo anteriormente expuesto se deduce:

a) Un sistema compuesto de dos vectores es equivalente a cero, cuando los dos vectores son iguales, de sentido contrario y dirigidos según la misma recta.

b) Un sistema de tres vectores de direcciones concurrentes es igual a cero, cuando cualquiera de los vectores es igual y directamente opuesto a la resultante de los otros dos. Los tres vectores deben estar en un mismo plano.

c) Un sistema compuesto de un vector y un par, no puede ser nulo.

d) Un sistema compuesto de dos pares es nulo, si los ejes son paralelos, las magnitudes iguales y dirigidas en sentidos contrarios.

Vectores en un mismo plano

En general, un sistema de vectores que se encuentran en un mismo plano, se reduce un solo vector que pasa fuera del centro de reducción y que es equivalente a la suma geométrica.

En efecto, si tomamos como centro de reducción un punto *O* del plano, el polígono de vectores será plano y la suma geométrica estará incluida en aquél. El punto estando en el plano, el eje de los momentos para cada uno de los vectores siendo perpendicular al plano, será una dirección común perpendicular al plano y pasando por *O;* el momento resultante es la suma algébrica de los momentos parciales y será de misma dirección que la de aquéllos: será, pues, perpendicular al plano y a la suma geométrica. Este caso se reduce a un vector único que pasa fuera del centro de reducción y es equipolente a la suma geométrica de traslación.

Analíticamente

ÁREA HISTÓRICA
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

Las seis ecuaciones de la reducción son:

$$\left.\begin{aligned} Rx &= \Sigma X; \\ Ry &= \Sigma Y; \\ Rz &= \Sigma Z; \end{aligned}\right\} \text{con} \left\{\begin{aligned} Gx &= \Sigma(yZ - zY) \\ Gy &= \Sigma(zX - xZ) \\ Gz &= \Sigma(xY - yX) \end{aligned}\right.$$

Si tomamos el plano de *xoy* por plano de los vectores, las coordenadas *z* y las componentes Z son nulas y por tanto introduciendo estas condiciones en las ecuaciones, tendremos las que subsisten con un valor, en general.

$$\left.\begin{aligned} Rx &= \Sigma X \\ Ry &= \Sigma Y \end{aligned}\right\} \text{con } Gz = \Sigma(xY - yX')$$

Si Rx y Ry son las componentes de un vector, quiere decir que el vector se encuentra en el plano *xoy;* si la componente del momento resultante es sólo $\overline{Gz}$, el momento resultante tiene la dirección de OZ, por tanto es perpendicular al plano *xoy.*

Las condiciones para que el sistema de vectores colocados en un plano sea nula son

$$Rx = O;\ Ry = O;\ \Sigma(xY - yX) = O$$

Vectores paralelos

Los vectores paralelos que forman un sistema, se componen o reducen, en general, a un solo vector equipolente a la suma *algébrica* y que pasa fuera del centro de reducción.

En efecto, para formar la suma geométrica, los vectores deben ser colocados uno a continuación del otro, desde el centro de momentos. Como son paralelos, todos los vectores coincidirán con la misma dirección común paralela a ellos y la suma geométrica se convertirá en suma algébrica, siendo la resultante un vector paralelo a todos, es decir, de la misma dirección común.

ÁREA HISTÓRICA

En cuanto a los momentos, cada uno está representado por un vector perpendicular al plano formado por el centro de momento y el vector respectivo, como la suma geométrica es paralela al vector, el vector momento será perpendicular a esta suma geométrica. Para cualquiera otro vector sucederá lo mismo, es decir, el vector momento será perpendicular a la suma geométrica; si todos los momentos son perpendiculares a la suma geométrica, están en un plano perpendicular a la misma, el que contendrá el momento resultante que será, por tanto, perpendicular a la suma geométrica. Caso ya analizado en que el sistema se reduce a un solo vector equipolente a la suma geométrica y que pasa fuera del centro de reducción.

Analíticamente

Sean los vectores $\overline{P_1}$, $\overline{P_2}$, $\overline{Pn}$ de mismo sentido y los vectores $\overline{P'_1}$, $\overline{P'_2}$, $\overline{P'm}$ de sentido contrario.

Si α, β, γ son los ángulos que los vectores P forman con los ejes coordenados, $(\alpha + 180^\circ)$, $(\beta + 180^\circ)$, $(\gamma + 180^\circ)$ serán los ángulos que los vectores P' forman con los ejes mencionados.

Los vectores P tendrán como componentes $\begin{cases} X_1 = P_1 \cos\alpha \\ Y_1 = P_1 \cos\beta \\ Z_1 = P_1 \cos\gamma \end{cases}$

Los vectores P' tendrán como componentes

$$X_1' = P_1' \cos(\alpha + 180) = P_1' x(-\cos\alpha) = -P_1' \cos\alpha$$

$$Y_1' = P_1' \cos(\beta + 180) = P_1'.(-\cos\beta) = -P_1' \cos\beta$$

$$Z_1' = P_1' \cos(\gamma + 180) = P_1'.(-\cos\gamma) = -P_1' \cos\gamma$$

Por lo tanto, las componentes de R o sea X, Y, Z se obtendrán mediante ΣX, ΣY, ΣZ, para obtener las cuales se multiplicarán los cos α, cos β, cos γ, por cada uno de los vectores tomando en cuenta sus signos, es decir $\overline{P}$ positivo y $\overline{P'}$ negativo y las expresiones de las componentes de $\overline{R}$ serán:

$$Rx = X = \Sigma X_1 = \Sigma P_1 \cos\alpha - \Sigma P_1' \cos\alpha$$
$$= \cos\alpha(\Sigma P_1 - \Sigma P_1') = \cos\alpha \Sigma P$$

$$Ry = Y = \Sigma Y_1 = \Sigma P_1 \cos\beta - \Sigma P_1' \cos\beta$$
$$= \cos\beta(\Sigma P_1 - \Sigma P_1') = \cos\beta \Sigma P$$

$$Rz = Z = \Sigma Z_1 = \Sigma P_1 \cos\gamma - \Sigma P_1' \cos\gamma$$
$$= \cos\gamma(\Sigma P_1 - \Sigma P_1') = \cos\gamma \Sigma P$$

La suma geométrica

$$R = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$$

$$= \sqrt{\cos^2\alpha\ (\Sigma P)^2 + \cos^2\beta\ (\Sigma P)^2 + \cos^2\gamma\ (\Sigma P)^2}$$

$$= \sqrt{(\Sigma P)^2 (\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma)}$$

como: $$\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1\ ;$$

$$R = \sqrt{(\Sigma P)^2} = \Sigma P$$

es decir la suma geométrica tiene como magnitud, la suma algébrica de los vectores componentes.

Los ángulos *a, b, c,* que forma R con sus componentes según los ejes coordenados están dados por las fórmulas

$$\cos\ a = \frac{X}{R} = \frac{\cos\ \alpha\ \Sigma P}{\Sigma P} = \cos\ \alpha$$

$$\cos\ b = \frac{Y}{R} = \frac{\cos\ \beta\ \Sigma P}{\Sigma P} = \cos\ \beta$$

$$\cos\ c = \frac{Z}{R} = \frac{\cos\ \gamma\ \Sigma P}{\Sigma P} = \cos\ \gamma$$

de donde se deduce que los ángulos de la Resultante son los mismos que los de la dirección común de los vectores paralelos.

Momento resultante

ÁREA HISTÓRICA
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

Busquemos las expresiones Gx, Gy, Gz, aplicando las fórmulas generales:

$$Gx = \Sigma(yZ - zY)$$

$$= \Sigma yZ - \Sigma zY$$

$$= \Sigma y\ P\cos\gamma - \Sigma z P\cos\beta$$

$$= \cos\gamma\Sigma yP - \cos\beta\Sigma zP$$

$$Gy = \cos\alpha\Sigma zP - \cos\gamma\Sigma xP$$

$$Gz = \cos\beta\Sigma xP - \cos\alpha\Sigma yP$$

Si aplicamos la expresión del producto de dos vectores, tendremos, siendo Θ el angulo que forman la suma geométrica y el momento resultante,

$$R.\ G.\ \cos\Theta = Rx\,Gx + Ry\,Gy + Rz\,Gz.$$

$$Rx\,Gx = \cos\alpha\,\Sigma P\ [\cos\gamma\,\Sigma yP - \cos\beta\,\Sigma zP] \quad \text{o bien}$$

$$Rx\,Gx = \cos\alpha\cos\gamma\,\Sigma P\,\Sigma yP - \cos\alpha\cos\beta\,\Sigma P\,\Sigma zP$$

$$Ry\,Gy = \cos\beta\cos\alpha\,\Sigma P\,\Sigma zP - \cos\beta\cos\gamma\,\Sigma P\,\Sigma xP$$

$$Rz\,Gz = \cos\gamma\cos\beta\,\Sigma P\,\Sigma xP - \cos\gamma\cos\alpha\,\Sigma P\,\Sigma yP$$

sumando miembro

$$Rx\,Gx + Ry\,Gy + Rz\,Gz = O$$

es decir:

$$R.\ G.\cos\Theta = O$$

como, de manera general

$$G \neq O \quad y \quad R \neq O$$

tendremos que

$$\cos\Theta = \Theta;\ \text{es decir}\ \Theta = 90^{o}$$

o sea, analíticamente encontramos que el angulo formado por la suma geométrica y el momento resultante, es recto; los dos vectores son perpendiculares y por tanto, el sistema se reduce, en general, a un solo vector que pasa fuera del centro de reducción y que es equipolente a la suma geométrica de traslación.

Casos particulares

$$R \neq O \quad y \quad G = O$$

el sistema se reduce a un vector igual a la suma algébrica y pasando por el centro de reducción;

$$R = O \quad con \quad G \neq O$$

el sistema se reduce a un par de eje perpendicular a la dicción común de los vectores paralelos.

UNIVERSIDAD CENTRAL DEL ECUADOR
OMNIUM POTENTIOR EST SAPIENTIA
FUNDADA EN 1651 QUITO
ÁREA HISTÓRICA
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

Sistema nulo

Cuando $R = O$ y $G = O$ o sea un sistema nulo, las ecuaciones son

$$Rx = \cos\alpha \Sigma P = O \text{ o sea } \Sigma P = O$$

para cualquiera de los componentes.

de $$Gx = Gy = Gz = O$$

se saca $$\frac{\Sigma\, xP}{\cos\alpha} = \frac{\Sigma\, yP}{\cos\beta} = \frac{\Sigma\, zP}{\cos\gamma}$$



Fig. 44

UNIVERSIDAD CENTRAL DEL ECUADOR
FUNDADA EN EL AÑO DE 1826
QUITO
ÁREA HISTÓRICA
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

Consideremos el vector P referido a los ejes coordenados y examinemos lo que representa el producto $P \times z$; este producto es el de un vector P por la distancia z a un plano *xoy*, de su punto de aplicación.

Momento con relación a un plano

Se llama momento de un vector con relación a un plano el producto del vector por la *distancia* del punto de aplicación al plano, distancia llamada brazo de palanca.

Si consideramos la expresión anterior

$$\frac{\Sigma\, x\mathrm{P}}{\cos\alpha} = \frac{\Sigma\, y\mathrm{P}}{\cos\beta} = \frac{\Sigma\, z\mathrm{P}}{\cos\gamma}$$

vemos que la suma de momentos con relación a los planos coordenados

$$\Sigma\, x\mathrm{P},\ \Sigma\, y\mathrm{P},\ \Sigma\, z\mathrm{P},$$

de vectores paralelos que forman un sistema nulo, son proporcionales a los cosenos de los ángulos α, β, γ que los vectores forman con las perpendiculares bajadas a los planos coordenados, o sean con sus brazos de palanca.

Centro de vectores paralelos

Un sistema de vectores paralelos admite en general una resultante única colocada en un punto A fuera del centro de reducción. Si llamamos x', y', z' las coordenadas de aquel punto y $\overline{\mathrm{R}}$ la resultante; en el punto A colocamos un vector $-\overline{\mathrm{R}}$ que con el vector $\overline{\mathrm{R}}$ dará un sistema nulo; pero, como $\overline{\mathrm{R}}$ reemplaza al sistema de vectores paralelos, es evidente que obtendré también un sistema nulo si al sistema de vectores añado un vector $-\overline{\mathrm{R}}$ colocado en el punto A de coordenadas $x'y'z'$. A este sistema nulo puedo aplicarlo las proporciones encontradas antes:

$$\frac{-x'\mathrm{R} + \Sigma\, x\mathrm{P}}{\cos\alpha} = \frac{-y'\mathrm{R} + \Sigma y\mathrm{P}}{\cos\beta} = \frac{-z'\mathrm{R} + \Sigma z\mathrm{P}}{\cos\gamma}$$

ahora bien, el punto A de coordenadas $x'y'z'$ que es centro de vectores paralelos de dirección definida por los ángulos α, β, y γ, puede ser centro de los mismos vectores cualquiera que sea la dirección común si anulamos los numeradores es decir

$$-x'\mathrm{R} + \Sigma x\mathrm{P} = \mathrm{O}$$

$$-y'\mathrm{R} + \Sigma y\mathrm{P} = \mathrm{O}$$

$$-z\,\mathrm{R} + \Sigma z\mathrm{P} = \mathrm{O}$$

de donde

$$x' = \frac{\Sigma\, x\, P}{R} = \frac{\Sigma\, x\, P}{\Sigma P}$$

$$y' = \frac{\Sigma\, y\, P}{\Sigma P}$$

$$z' = \frac{\Sigma\, z\, P}{\Sigma P}$$

expresiones que nos dan las coordenadas de este punto especial que se lo llama, centro de vectores paralelos.

Caso particular de dos vectores

En los puntos A y B del espacio, tomamos dos vectores P y Q paralelos y de mismo sentido.

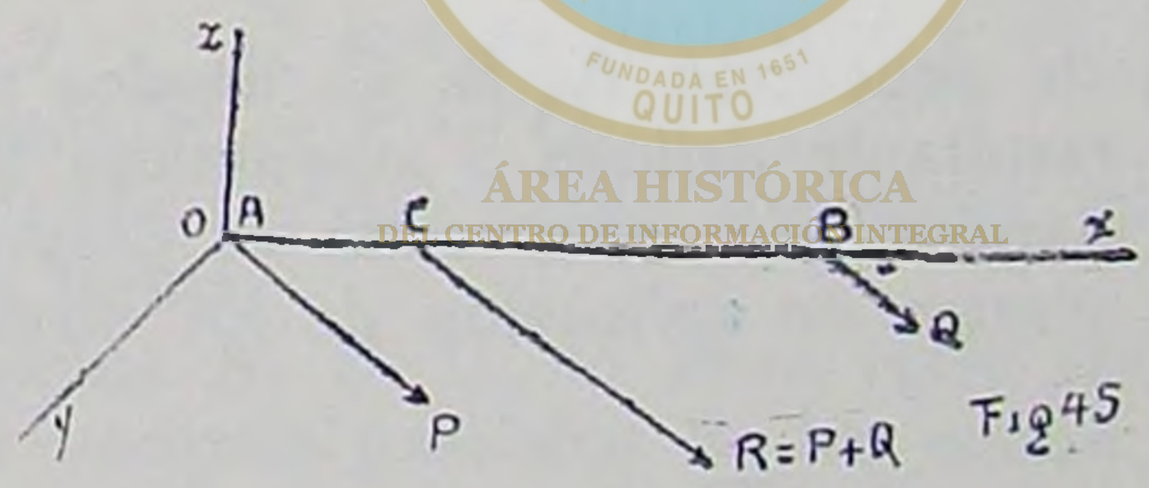


Fig 45

Si aplicamos la ecuación

$$R = \Sigma\, P$$

tendremos

$$R = P + Q$$

y como P y Q tiene el mismo signo,

$$R > P; \quad R > Q.$$

Tomemos la recta AB como eje *ox* y A como origen de coordenadas y observemos que las coordenadas correspondientes a *y*, *z*, son nulas por estar los puntos A y B

UNIVERSIDAD CENTRAL DEL ECUADOR
FUNDADA EN 1651
QUITO
ÁREA HISTÓRICA
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

sobre el eje de *ox*, luego C se encuentra sobre el mismo eje. La relación de momentos con relación al plano *yAz* nos da:

$$AC = \frac{AB \times Q}{R}; \qquad \frac{AC}{Q} = \frac{AB}{R}$$

como $R > Q; \quad AB > AC$

el punto C de aplicación se encuentra entre A y B.

Además

$$\frac{AB}{R} = \frac{AC}{Q} = \frac{AB - AC}{R - Q} = \frac{CB}{P}$$

que se define así,

$$\frac{R}{AB} = \frac{P}{CB} = \frac{Q}{AC}$$

Los puntos de aplicación A, B, C, de dos vectores paralelos y de su resultante definen 3 magnitudes ligadas a los vectores, de tal manera que cada vector es proporcional a la distancia de los puntos de aplicación de los otros dos vectores.

UNIVERSIDAD CENTRAL DEL ECUADOR
FUNDADA EN 1651
DIRECCIÓN GENERAL
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

Observación

Si en lugar de tener dos vectores $\overline{P}$ y $\overline{Q}$, tenemos el vector R aplicado en C, podemos descomponerlo en dos vectores aplicados en A y B, mediante las ecuaciones

$$R = P + Q$$

y $$\frac{P}{CB} = \frac{Q}{AC} = \frac{R}{AB}$$

$$AC + CB = AB.$$

Si los vectores son de sentido contrario, podemos buscar su resultante de la manera siguiente, aplicando lo deducido en la observación anterior.

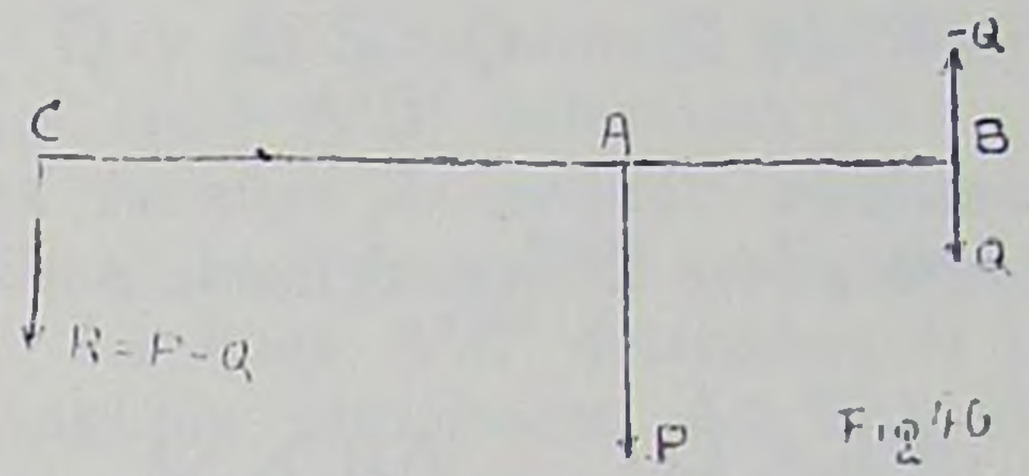


Fig. 46

Sea un vector $\overline{P}$ aplicado en A y — $\overline{Q}$ aplicado en B.

El vector $\overline{P}$ lo descomponemos en dos vectores $\overline{Q}$ y $P - Q = R$ aplicados en B y en un punto C, de tal manera que

$$\frac{P}{CB} = \frac{Q}{AC} = \frac{P - Q}{CB - AC} = \frac{R}{AB}$$

el punto C queda determinado; en el punto B tenemos dos vectores $\overline{Q}$ y — $\overline{Q}$ que se destruyen y en el punto C queda la resultante $\overline{R} = \overline{P} - \overline{Q}$.

Comparando los dos casos anteriores podemos generalizar en esta forma:

Tres puntos A, B, C, en línea recta son los de aplicación de tres vectores paralelos de los cuales el punto C es el de aplicación de la resultante $\overline{R}$.

Siempre tendremos las ecuaciones

$$R = P + Q$$

tomando en cuenta los signos y

$$\frac{P}{BC} = \frac{Q}{AC} = \frac{R}{AB}$$

si los vectores son del mismo sentido, el punto C está entre A y B; si son de sentido contrario, el punto C queda fuera de AB y del lado del mayor en valor absoluto.

Observación

Si los vectores $\overline{P}$ y $-\overline{Q}$ son de igual magnitud

$$R = P - Q = O,$$

es decir, *tenemos un par.*

El punto de aplicación C está definido por la ecuación:

$$AC = \frac{AB \times Q}{R} = \frac{AB \times Q}{O} = \infty$$

Cuando los dos vectores de sentido contrario forman un par, el punto de aplicación de la resultante se encuentra al infinito.

De lo que se deduce que un par no puede reducirse a un solo vector.

Construcción gráfica

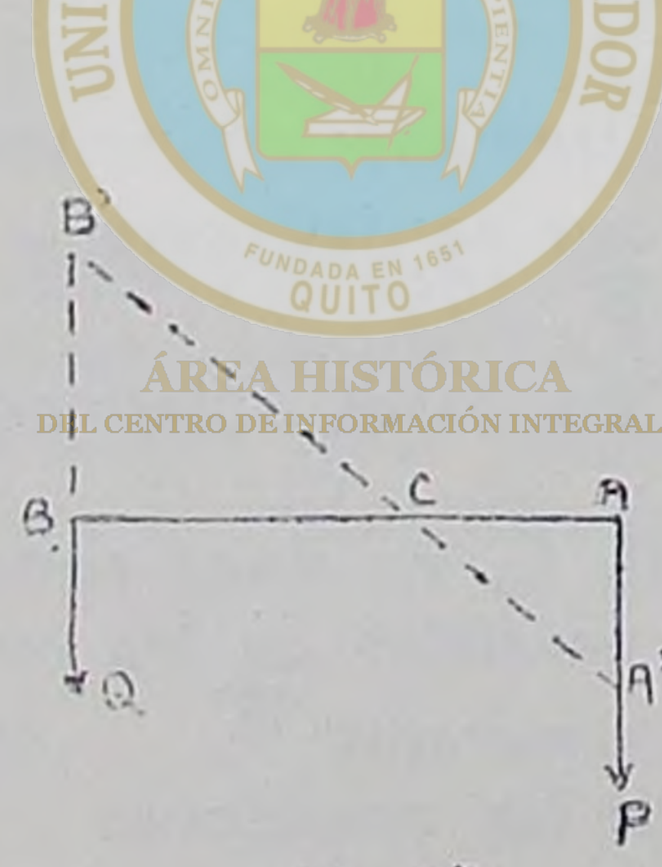


Fig 47.

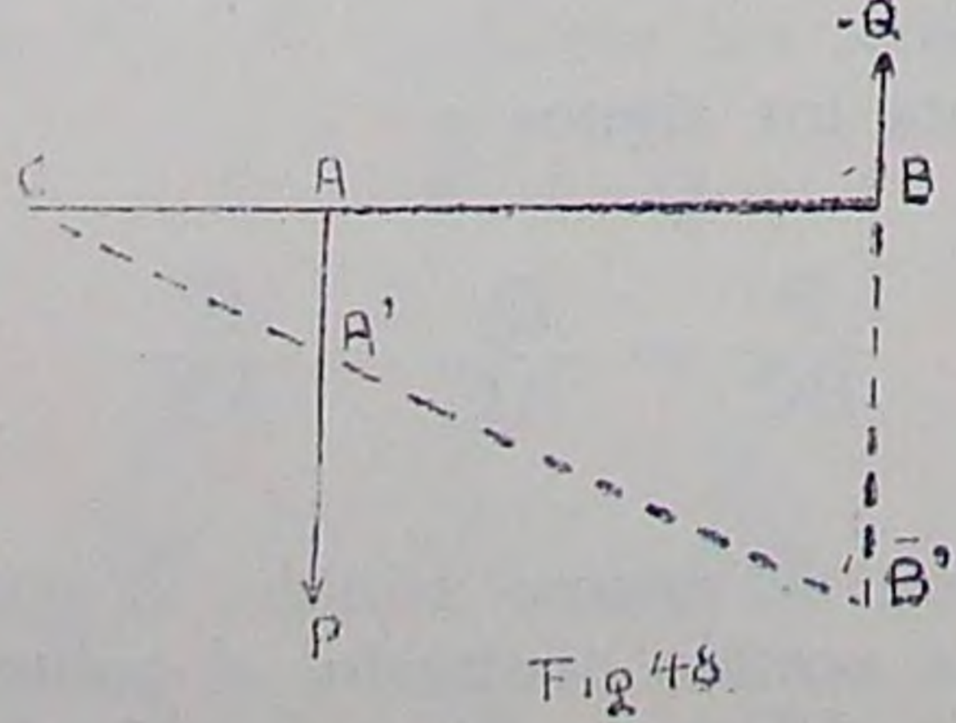


Fig 48.

UNIVERSIDAD CENTRAL DEL ECUADOR
POTENTIOR EST SAPIENTIA
FUNDADA EN 1651
QUITO
ÁREA HISTÓRICA
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

Para encontrar gráficamente los puntos C de aplicación de la resultante, la construcción de las figuras 46 y 47 nos indica el método.

a) Cuando los vectores son del mismo sentido: en A se toma AA' = Q y en B se tomará BB' = P, pero en sentido contrario. La recta A'B' determina C.

b) Para vectores de sentido contrario: en A se pone AA' = Q; en B se pone BB' = P, ambas longitudes del mismo lado. La línea A'B' determina el punto C.

Los triángulos semejantes AA'C y BB'C en el primer caso y los triángulos semejantes AA'C y BB'C en el segundo caso nos probarán que el punto C es el de aplicación de la resultante.

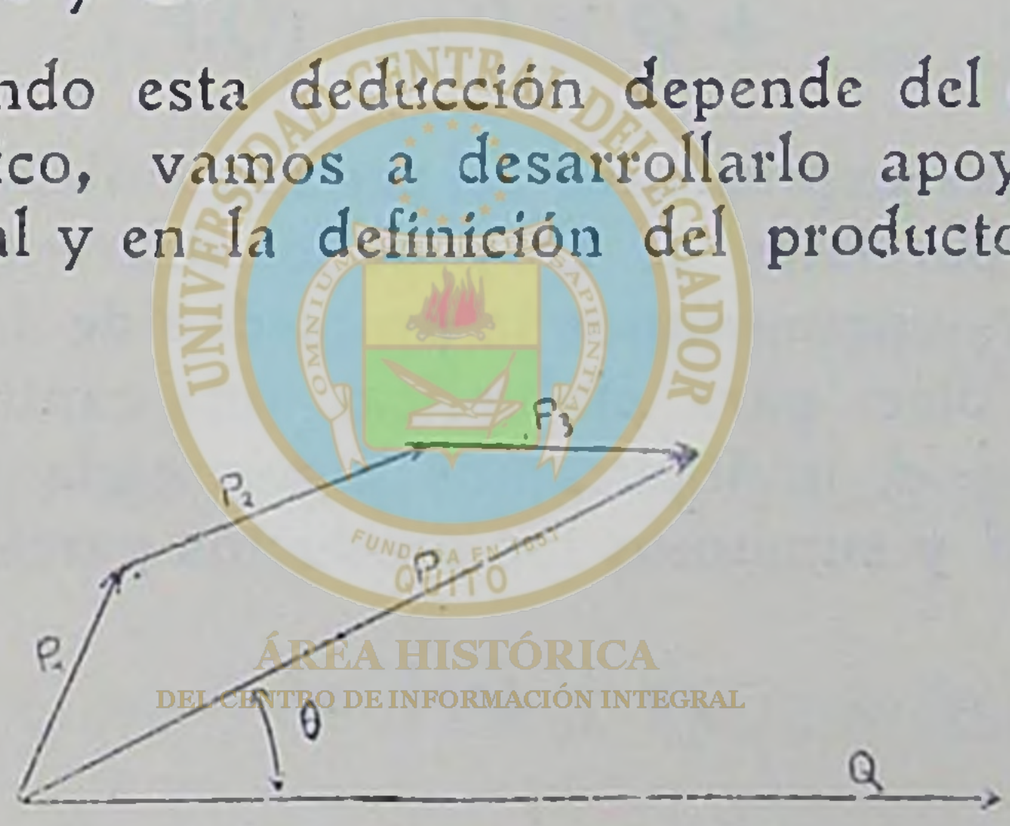
ÁREA HISTÓRICA
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

APENDICE

Producto de sumas vectoriales

Al tratar de la composición o reducción de vectores paralelos, hemos visto que el producto $Rx\,Gx\cos\Theta$ era nulo, deduciéndolo de la suma de productos parciales de las componentes de R y G.

Aun cuando esta deducción depende del estudio del análisis matemático, vamos a desarrollarlo apoyándonos en la teoría vectorial y en la definición del producto de vectores.



ÁREA HISTÓRICA
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

Hemos visto que si dos vectores $\overline{P}$ y $\overline{Q}$ forman un ángulo Θ, el producto de estos vectores es igual a

$$P \times Q \times \cos\Theta$$

Ahora bien, si consideramos la cantidad: $Q\cos\Theta$; no es otra cosa que la proyección de $\overline{Q}$ sobre $\overline{P}$ y diremos que el producto es igual al vector $\overline{P}$ multiplicado por la proyección de $\overline{Q}$ sobre $\overline{P}$. Así mismo el producto definido puede presentar esta forma equivalente $Q \times P\cos\Theta$ y como $P\cos\Theta$ es la proyección de $\overline{P}$ sobre $\overline{Q}$, vemos que la expresión generalizada es la siguiente:

El producto de dos vectores es igual al primer vector, multiplicado por la proyección del segundo vector sobre el primero.

Supongamos que el primer vector es $\overline{Q}$ y, el segundo $\overline{P}$ es una suma geométrica de vectores $\overline{P_1} + \overline{P_2} + \overline{P_3}$; el producto de estos vectores será

$$Q \times \text{proyección sobre } Q \text{ de } (\overline{P_1} + \overline{P_2} + \overline{P_3})$$

es decir

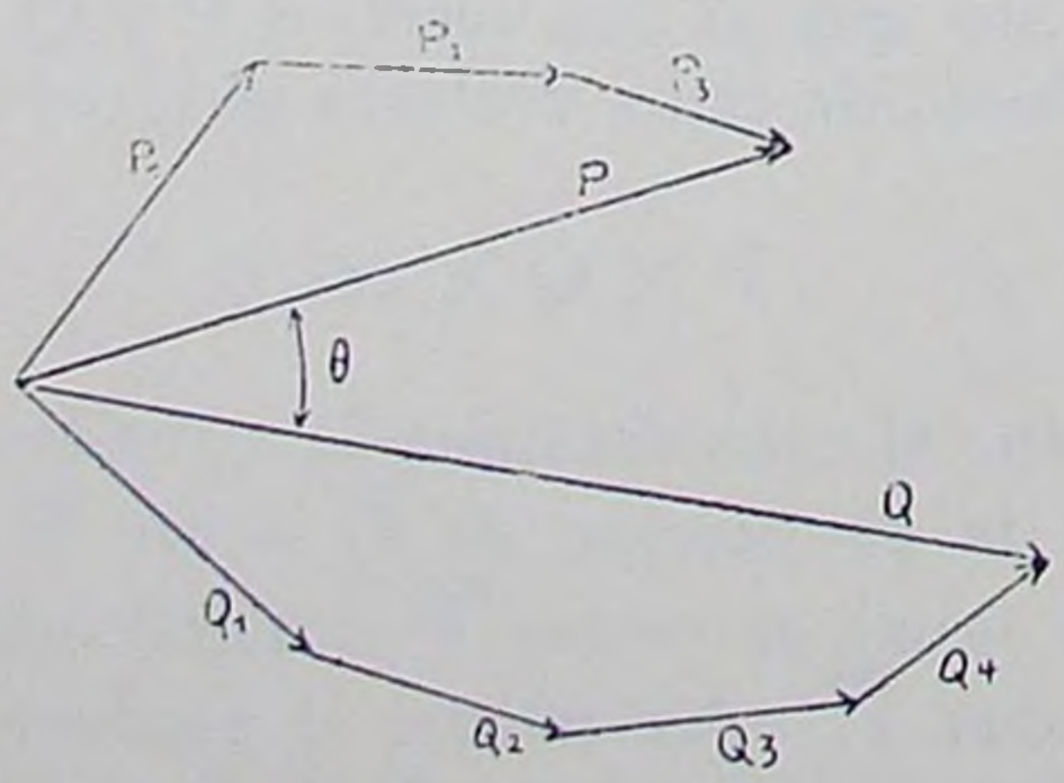
$$\begin{aligned} Q \times P\cos\Theta = {} & Q \times P_1\cos\ (X \times Q, P_1) \\ & + Q \times P_2\cos\ (Q, P_2) \\ & + Q \times P_3\cos\ (Q, P_3) \end{aligned}$$

cualquiera de las expresiones del segundo miembro representan los productos parciales de Q y de los diferentes componentes de P, es decir, encontramos la propiedad de la multiplicación algébrica que dice: para multiplicar una cantidad *a* por una suma $b, + c, + d,$ multiplicamos *a* por cada uno de los sumandos *b, c, d* y sumamos los productos parciales

$$ab + ac + ad..$$

ÁREA HISTÓRICA
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

Producto de sumas geométricas o vectoriales



Consideremos las sumas parciales encontradas en el caso anterior y llamémoslas

$$A_1 = Q \times P_1 \cos (Q, P_1)$$

$$A_2 = Q \times P_2 \cos (Q, P_2)$$

$$A_3 = Q \times P_3 \cos (Q, P_3)$$

La primera representa el producto de $\overline{Q}$ por $\overline{P_1}$; pero si Q está formado por la suma vectorial

$$\overline{Q_1} + \overline{Q_2} + \overline{Q_3} + \overline{Q_4},$$

encontramos el caso anterior y

$$A_1 = Q_1 \times P_1 \cos (Q_1, P_1) + Q_2 \times P_i \cos (Q_2, P_1)$$
$$+ Q_3 \times P_1 \cos (Q_3, P_1)$$
$$+ Q_3 \times P_1 \cos (Q_3, P_1)$$
$$+ Q_4 \times P_1 \cos (Q_4, P_1)$$

Aplicando lo anterior a A_2 y A_3 encontraremos el producto total

$$P \times Q \times \cos \theta = \Sigma Pn \times Qm \cos (Pn, Qm)$$

llamando $\overline{Pn}$ un vector cualquiera de los que componen el vector $\overline{P}$, y $\overline{Qm}$ cualquiera de los que componen el vector $\overline{Q}$.

$$\Sigma PnQm \cos (Pn, Qm)$$

significa la suma de todas las combinaciones posibles, dos a dos, de cada uno de los vectores

$$\overline{P_1}, \overline{P_2}, \overline{Pn}$$

con cada uno de los vectores

$$\overline{Q_1}, \overline{Q_2}, \overline{Q_3}, \overline{Qm}.$$

Con lo cual queda demostrada la generalización absoluta de la multiplicación aplicada a los vectores.

ÁREA HISTÓRICA DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

Refiriéndonos a ejes coordenados rectangulares, llamemos $\overline{X}_1$, $\overline{Y}_1$, $\overline{Z}_1$, las componentes del vector $\overline{P}$ y $\overline{X}_2$, $\overline{Y}_2$, $\overline{Z}_2$ las componentes del vector $\overline{Q}$.

Aplicando las propiedades anteriores, tendremos la expresión del producto de $\overline{P}$ por $\overline{Q}$.

$$\begin{aligned} P \times Q \cos\Theta = {} & X_1 X_2 \cos(X_1, X_2) + X_1 Y_2 \cos(X_1, Y_2) \\ & + X_1 Z_2 \cos(X_1, Z_2) \\ & + Y_1 X_2 \cos(Y_1, X_2) + Y_1 Y_2 \cos(Y_1, Y_2) \\ & + Y_1 Z_2 \cos(Y_1, Z_2) \\ & + Z_1 X_2 \cos(Z_1, X_2) + Z_1 Y_2 \cos(Z_1, Y_2) \\ & + Z_1 Z_2 \cos(Z_1, Z_2) \end{aligned}$$

los cosenos (X_1, X_2), (Y_1, Y_2) y (Z_1, Z_2) son iguales a ± 1 por tratarse de componentes de una misma dirección.

Todos los otros cosenos son nulos porque las componentes son perpendiculares, dos a dos; los productos son, por tanto, nulos.

La expresión analitica del producto vectorial es pues

$$P \times Q \times \cos\Theta = X_1 X_2 + Y_1 Y_2 + Z_1 Z_2$$

que es lo que queríamos establecer.

UNIVERSIDAD CENTRAL DEL ECUADOR FUNDADA EN 1651 QUITO
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

Por el Profesor de Geología de la Universidad Central,

Sr. Dn. Augusto N. Martínez.

Contribuciones para el conocimiento Geológico de la región volcánica del Ecuador.

ÁREA HISTÓRICA
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

EL COTOPAXI Y LAS MONTAÑAS VOLCANICAS QUE LE RODEAN: PASOCHOA, RUMIÑAHUY, SINCHOLAGUA, Y QUILINDAÑA.

(Continuación)

EL COTOPAXI

Sobre la ALTURA DE LA COLUMNA DE CENIZAS Y VAPORES, hay una serie de cálculos, todos fundados en la comparación de la altura de dichas columnas de vapores, expulsados por el cráter con la de porciones conocidas de la montaña. Así, La Condamine, que para la erupción del año de 1744, la altura de la columna de FUEGO, debe calcularse, en general, tan alta como la parte cubierta de nieve del cono; el Marqués de Maenza, obtuvo el mismo cálculo, desde la hacienda de la Ciénega, 23 kilómetros distante del Cotopaxi. Ahora, según las medidas de los Académicos Franceses, la masa de nieve visible, tiene una altura de 500 toesas (974 metros); La Condamine, reduce al tercio la altura calculada y acepta que la columna de fuego, se levantó 300 toesas (585 metros), sobre el filo del cráter.

Según los cálculos del P. Cáceres, ya mencionado (1), alcanzó la columna de cenizas y vapores, el 25 de junio de 1877, a la una, quince minutos, tres veces la altura del Cotopaxi. Ahora según el P. Sodiro, queda Olalla (2), el domicilio del P. Cáceres a cerca de 9 leguas (de 45-50 kilómetros), al norte del Cotopaxi; juzgando que la altura de Olalla, sea de unos 2.600 metros, de modo que, la altura del Cotopaxi, sobre aquel lugar, importa 3.300 metros y según este cálculo, la columna de cenizas, habría tenido 9.900 metros sobre el cono Cotopaxi. Evidentemente, son apreciaciones arbitrarias, ya que ignoramos lo que el P. Cáceres entiende bajo la denominación «altura del Cotopaxi»; si como aquí se supone, la distinción total de altura, entre el lugar de observacion o solamente, el cono propiamente dicho. Así, el P. Sodiro, da la altura encontrada de 8.000 metros, con un punto de interrogación de duda.

---

(1) L. Sodiro: Relación, p. 8 Nota.
(2) Sobre la posición de Olalla, v: Whymper, Travels, p. 291.

En cálculos de esta clase, el observador está expuesto a varios errores; el cálculo es tanto más difícil, cuanto el lugar de observación queda más cerca del volcán, pues no estamos acostumbrados a comprender con absoluta precisión, grandes ángulos de altura; y también, se presenta el error de que el borde más próximo de la nube de cenizas se antepone, alargándose así la línea visual obtenida perpendicularmente a la cúspide del volcán.

Sin estas causas de error, existe un cálculo llevado a término por Whymper, con la ventaja que este observador se encontraba a muy notable altura. Durante su segunda ascensión al Chimborazo, el 3 de julio de 1880 y con un tiempo excepcionalmente despejado, se verificó una erupción del Cotopaxi, que el viajero pudo seguirla perfectamente en todo su desarrollo, en parte desde las faldas, en parte desde la cúspide de aquella montaña (el Chimborazo, 6.276 m.).

De la cima del Cotopaxi se levantó perpendicularmente una negra columna de cenizas, hasta una gran altura, columna que en ésta se inclinó formando ángulo recto, a causa del viento nordeste. La nube se difundió más y más, cubriendo con cenizas a toda la región que queda abajo. A las 5,46 de la mañana principió la erupción, y al medio día llegaba la nube de cenizas al zeniht del trepador del Chimborazo. Whymper calcula la altura de la columna de vapores y cenizas, sobre el filo del cráter, en el doble de altura del Cotopaxi, por consiguiente, 20.000 pies (6.096 metros). Por tanto, la columna de cenizas tuvo una altura absoluta de 12.000 metros. El ascenso fue rápido, tanto que según la impresión de Whymper, alcanzó aquella altura sólo en pocos segundos, pero, seguramente, en menos de un minuto. (1).

Esta altura de la columna de cenizas corresponde, sin tomar en consideración a la de la erupción del Krakatoa, a las observaciones hechas en otros volcanes. Como por ejemplo, es oportuno aducir aquí la altura de una columna de cenizas medida trigonométricamente por el Dr. W. Reiss, en una pequeña erupción del Galera, cerca de Pasto: la altura sobre el cráter importó, en números redondos, 4.000 metros, por consiguiente, la altura absoluta, casi de 8.000 metros.

---

(1) E. Whymper: Travels, p. 322, con una representación gráfica esquemática de la columna de cenizas, p. 323.

En las grandes y violentas erupciones, las cenizas y vapores deben alcanzar elevaciones mucho más considerables, de modo que se explica con facilidad su enorme difusión, por las corrientes atmosféricas en las capas superiores de la misma. Desgraciadamente, carecemos de datos suficientes para calcular, siquiera de un modo aproximado, la cantidad de cenizas proveniente de una erupción.

Las DETONACIONES que acompañan a las erupciones se caracterizan con tronidos comparables a las salvas de fusilería o a ruidos sordos. Según La Condamine (1), los tronidos de la erupción del 30 de noviembre de 1744, se oyeron en Ibarra (120 kilómetros), en Pasto (cerca de 240 kilómetros) y aun en La Plata (cerca de 480 kilómetros) al norte de la montaña; hacia el sur, hasta Guayaquil (230 kilómetros) y hasta Piura (cerca de 600 kilómetros), mientras que en Quito, muy próximo a la montaña, no se oyeron las explosiones; cosa semejante se cuenta de las otras grandes erupciones del siglo XVIII. Del mismo modo, cuando la erupción del año de 1877, se oyeron las detonaciones del volcán en Guayaquil y Cuenca, mientras que en Latacunga no lo fueron. (2)

Este fenómeno peculiar de que no se oyen las explosiones en las lugares cercanos a la montaña, mientras que se repercuten en los distantes, ha originado varias hipótesis. La Condamine aduce como argumento para la extensa propagación hacia el sur, el viento predominante nordeste, en ese entonces y cree que las ondas sonoras no pudieron llegar a Quito, a causa de la colina llamada Panecillo, que sería una especie de pantalla protectora contra esa propagación.

De esto se concluye que La Condamine aceptaba una propagación de las ondas sonoras por la atmósfera. También A. v. Humboldt parece haber adoptado esta opinión (3), a lo menos al mencionar los tronidos del volcán, oídos por él en Guayaquil (4 de enero de 1803), no habla de bramidos subterráneos, sino expresamente de conmociones de vidrios de las

---

(1) Journal du Voyage, p. 158.
(2) Th. Wolf: Memoria, p. 19; N Jahrb. für Mineral, 1878, p. 130.
(3) A. v. Humboldt: Kosmos, IV, p. 575; Cosmos, edit. castellana, IV p. 541.

ventanas. En cambio, Sodiro (1), Wolf (2), Kolberg (3), Stübel (4), piensan que el sitio de las explosiones debe buscarse en la profundidad desconocida del magma ígneo-fluido.

El Dr. Th. Wolf trata de explicar este fenómeno, del modo siguiente: «.....Si suponemos con la mayoría de los geólogos, que el volcanismo tiene por causa y foco la masa total del interior fluído-ígneo del globo y nó un reservatorio limitado para cada volcán (5), podemos explicar aquel fenómeno diciendo: que al tiempo de la mayor tensión de las fuerzas volcánicas, se verifican explosiones de gases y detonaciones en diferentes lugares del foco general y aun en distancias tan considerables del canal de erupción. que las ondulaciones sonoras no pueden ser percibidas sobre el volcán mismo, aunque muy bien sobre otras partes de la costra terrestre, que se hallan más cercanas al punto de la explosión. Cuando, por ejemplo, sucede una explosión debajo de Guayaquil, esta ciudad dista solamente en el caso presupuesto, 20 leguas (6) del punto de la explosión, pero el Cotopaxi al menos 53 leguas: facilmente puede ser que la detonación se oiga en el primer lugar y no en el segundo. La erupción volcánica y las detonaciones pueden derivarse, como fenómenos contemporáneos, DE UNA MISMA CAUSA FUNDAMENTAL: pero no es

---

ÁREA HISTÓRICA
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

(1) L. Sodiro: Relación, p. 32.
(2) Th. Wolf Memoria, p. 19.
(3) J. Kolberg: Nach Ecuador, 3 Aufl, 1885, p. 506-514.
(4) A. Stübel: Vulkanberge, p. 496.
(5) Este concepto del núcleo ígneo-fluido del interior del globo, tan en boga en el campo de las doctrinas geológicas hasta hace pocos años, ha desaparecido casi por completo, ante la fuerza de las investigaciones geofísicas más recientes, que demuestran que la masa interna, cualquiera que sea su estado, se comporta como una sustancia rígida. Según autores muy recientes, entre ellos E. Wiechert, la corteza sólida rocosa tendría un espesor de 100 km.; a ésta le seguiría una segunda zona, LA ZONA MAGMATICA, de potencia imposible de apreciar, formada de masa plástica, en estado de fusión, pero dotada de gran viscosidad; el resto, o sea EL NUCLEO, de diámetro igual a $^3/_4$ o $^4/_5$ del diámetro terrestre, probablemente a causa de su composición y de la altísima presión (algunos millones de atmósferas en el centro), sería, contra lo que se ha afirmado hasta ahora, y a pesar de la alta temperatura, RIGIDA COMO EL ACERO. Nota de A. N. M.

(6) 15 leguas geográficas o 20 ordinarias es el espesor, que comunmente se dá a la costra sólida del globo terrestre, debajo de la cual se sigue el llamado «fuego central». Nota del Dr. Th. W.

admisible nos imaginemos ambos fenómenos enlazados de tal manera que el uno sea la causa directa o el efecto del otro (1). Naturalmente, se refiere este ensayo de una explicación tan sólo a los casos en que durante una erupción el ruido subterráneo en grandes distancias del volcán se oye distintamente, mientras que en su cercanía no se lo percibe, y no quiero negar que semejantes explosiones y detonaciones sucedan también en el canal de la erupción y en íntima conexión causal con ella. (2)

Acerca de este particular el Dr. Reiss, dice: Durante mi permanencia en Quito, cuando el Cotopaxi, por semanas enteras estaba envuelto en nubes, llegaban ocasionalmente noticias de Guayaquil, de que se habían oído allá las explosiones de una erupción volcánica, añadiendo la pregunta, si el volcán había vuelto a una nueva actividad. En Quito, nada se había oído, pero tampoco no debe llamar la atención tal fenómeno, por cuanto se puede atribuír al Sangay que permanece en actividad, y cuyas explosiones pueden igualmente oirse tan bien como las del Cotopaxi en Guayaquil.

Añade el Dr. Reiss: No pretendo negar ni no negar la posibilidad de los ruidos subterráneos, pero me parece que el mayor número de los bramidos que se oyen aquí, se propagan por el aire y no subterraneamente. Aun en los terremotos, que van acompañados frecuentemente de tronidos subterráneos, hay la impresión de que el origen del sonido se exterioriza por el movimiento ocasionado por el terremoto al encontrar oposición en la superficie de la tierra. Esta desempeñaría el papel de la última bola de billar, en el conocido experimento físico; su última parte, o sean las casas, las piedras, las rocas, los árboles chocan entre sí; son incontables los ruidos pequeños que reuniéndose ocasionan tronidos. Esta impresión la sintió el Dr. Reiss en un temblor nocturno en medio de la selva virgen de los declivios de la Cordillera occidental que caen hacia el Pacífico.

Así como en la detonación de una arma de fuego, el sonido en la boca del cañón, por consiguiente, en el sitio que

---

(1) Una opinión semejante, que en el fondo coincide con la misma, manifiesta el Padre Sodiro en su opúsculo citado. Nota del Dr. Th. W.

(2) Th. Wolf: Memoria, p, 19.

se verifica y en la que los gases, hasta entonces comprimidos, se difunden repentinamente y conmueven con violento empuje al aire circundante, así se efectúan también en los volcanes las detonaciones, en la boca de la chimenea, en la terminación superior de la columna de lava, por tanto, en el punto de erupción y en el caso aquí aducido del Cotopaxi, en el cráter de su cúspide. Desde allí las ondas sonoras se reparten en todas direcciones y la distancia hasta donde llegan, depende del estado de la atmósfera, de la dirección del viento, etc., que encuentran en su camino. Bajo condiciones normales el sonido debe emplear en el trayecto del Cotopaxi hasta Guayaquil de 10 a 12 minutos.

El Cotopaxi con una altura absoluta, en números redondos, de 6.000 metros, se levanta 2.000 metros sobre la cresta de la Cordillera oriental. En sus pies oeste y norte, se extienden las hoyas interandinas de Latacunga y Quito, las que se cierran, por otra parte, hacia el oeste, por la Cordillera occidental, de cerca de 4.000 metros de altura. Déjese sin tomar en cuenta a los conos volcánicos, sentados en ambas cordilleras, podemos considerar a estas hoyas interandinas como un canal limitado por montañas rápidas de 1.500 a 2.000 metros de altura y que, de cresta a cresta de las montañas limitantes, tiene cerca de 25 kilómetros de ancho. Por otro lado, es un hecho suficientemente conocido por el vulgo, que es más fácil, desde la altura de una torre, sobre el conjunto de casas que le rodean, gritar o hacer un ruido como señal, hacia otra torre, que al pie de la misma a aquella, y todos los alpinistas, no ignoran que pueden hacerse oír mejor desde un alto talud, al otro de un profundo valle, sin que se perciba el sonido en el fondo de este último. Difícilmente penetran las ondas sonoras provenientes de las partes tenues de la atmósfera a las capas más espesas y profundas de las mismas; se verifican desviaciones y debilitamientos que pueden acarrear la total reflexión y completa disolución.

Con pocas modificaciones, así también son las condiciones que existen en el Cotopaxi, junto a las cuales, se debe tomar en cuenta, las peculiares producidas por los vientos dominantes. El viento oriental predomina constantemente y a él se limitan estas consideraciones; de la región baja del Amazonas suben los vientos del este, pasan con gran violencia sobre la cresta de la Cordillera oriental, recorren el espacio interandino que se extiende de norte a sur, entre las Cordi-



Foto de Hans Meyer.

El lado Sudoeste del COTOPAXI.

Desde el Páramo de León, a 10 km. de distancia.

lleras oriental y occidental, sin que sufran esencialmente las capas de aire que existen en estas hoyas. Por consiguiente, quedan dos masas de aire, una sobre otra, diferentes completamente en sus propiedades; la más baja, la tranquila, la capa estancada entre las dos Cordilleras; encima, la corriente de viento que se mueve con inaudita velocidad, en dirección occidental. Que esto es así, se observa con toda claridad, en el tiempo llamado verano; entonces bajo el influjo del viento oriental se forma un manto de nubes sobre la cresta de la Cordillera oriental. La humedad que se condensa allí se disuelve tan pronto como las capas de nubes tratan de penetrar a la hoya calentada por el sol ardiente. Es el mismo fenómeno que tan frecuentemente se observa en las islas Canarias, cuando sobre un lado de la montaña, la humedad en forma de niebla y nubes se precipita, al paso que en el otro lado predomina la mayor sequía y un cielo azul sonrie al paisaje, defendido por la cresta de la montaña.

También en nuestro país, la alta meseta habitada se alegra en el verano, así como la Cordillera occidental, con el tiempo más hermoso por su claridad; pero mientras que en la hoya interandina, las capas atmosféricas se hallan tranquilas, soplan furiosos vientos de tempestad en las partes más altas de la Cordillera occidental. De tiempo en tiempo, el viento arranca grandes paquetes de niebla de los bancos de nubes que están tendidos en la cresta de la Cordillera oriental, los conduce muy alto sobre las hoyas interandinas, que separan a las dos Cordilleras, hacia la cresta de la occidental, en donde se disuelven en lluvia fina, llamada «paramito». Ya aisladas, ya en gran número, al mismo tiempo, ya en series, unas tras otras, van porciones de nubes, derramando una lluvia fina en dirección oeste, y de una Cordillera a la otra, todas casi precisamente a la misma altura, con su terminación inferior, el límite entre las dos capas de aire, la estancada y la que se mueve.

La existencia de dos capas de aire diferentes en su calefacción y movimiento, ofrecen dificultad para la penetración del sonido, desde las regiones más altas a las más pesadas y más tranquilas masas de aire y, por tanto, las condiciones favorables para la reflexión total y disolución de las ondas sonoras. Y todavía es más notable este caso, cuando como se ha observado a menudo, se despliega de cordillera a cordillera una capa de nubes compactas. Entonces las hoyas interandinas,

por semanas enteras, se transforman en gigantescos túneles, cuya bóveda está formada de capas uniformes de nubes grises. Sobre esta cubierta de nubes se levantan las cimas más altas de la Cordillera y entre ellas, también el Cotopaxi, en el ether azul no empañado por nubecilla alguna. (1)

Que bajo tales condiciones las ondas sonoras de las explosiones, efectuadas en la cúspide de 6.000 metros de altura, accidentalmente pueden llegar a grandes distancias, pero, a causa de la total reflexión y extincion, no a los lugares más próximos, le parece al Dr. Reiss, la explicación más natural y sencilla del fenómeno, en la apariencia tan maravillosa.

Rara vez, solamente, se han mencionado TERREMOTOS, que hayan acompañado a las erupciones del Cotopaxi; así, por ejemplo, en la del año de 1768, pero jamás han ejercido una acción destructora, y más bien parece que en la mayoría de ellas (de las erupciones), faltan en absoluto.

En la descripción del cráter, ya se ha hablado de las FUMAROLAS, GASES Y VAPORES, que se desprenden del volcán. Nos contentaremos con decir que en el año de 1872, el Dr. Reiss observó, en una época de relativa tranquilidad, desprendimientos de ácido sulfuroso, ácido sulfhídrico y vapor de agua, y que, dos meses y medio después de la erupción del año de 1877, subian del cráter, inmensas cantidades de ácido clorhídrico en estado de vapor; las cenizas que en ese entonces, cayeron en Guayaquil contenían también huellas del mismo ácido, (2) y mientras tanto los ácidos sulfuroso y sulfhídrico, se desprendian sólo, en pequeñas cantidades y en las partes más bajas de los declivios (Wolf). Ya en 1878, las exhalaciones de ácido clorhídrico, habían desaparecido, presentándose en su lugar, las del ácido sulfuroso (v. Thielmann).

En las erupciones de 1743 y 1744, se observaron ya CORRIENTES DE LAVA, a las que se les llamó CORRIENTES DE FUEGO. La Condamine dice: «Se vió a las cataratas de fuego, abrirse nuevos caminos, como si rasgaran los flancos de la

---

(1) Un mar de nubes, como el que acabamos de describir, visto de su parte superior, trató de representar gráficamente, el Dr. Stübel, en la Fig. 46, p. 71 de «Skizzen aus Ecuador».

(2) Th. Wolf: N. Jahrb. für Mineral. 1878, p. 142.

montaña» (1), y más adelante, «como que en sus hendiduras laterales (des espéces de soupiraux), se abrían, y de las que, se vió derramarse en corrientes, masas incandescentes y fundidas que, en su naturaleza, se parecen a las lavas del Vesuvio.

Velasco, (2) menciona que en la erupción de 1743, se había visto por mil grietas y aberturas en toda la montaña, al mar interior de llamas, una relación que el Dr. Th. Wolf, atribuye a las corrientes de lava igneo-fluídas. También las calles o canales que se verificaron en la erupción de 1744, mencionadas por aquel autor (Velasco) y que permanecieron por muchos años sin cubrirse de hielo y nieve, debían atribuirse, así mismo, según el Dr Wolf, a corrientes de lava, cuyo calor interior se mantuvo por largo tiempo. Fueron también corrientes de lava, las de la erupción de 1853, y sobre las cuales, se opinó falsamente, teniendo el Dr. Reiss, que rectificar esa opinión falsa. (3)

Antes de tratar circunstancialmente sobre la emisión de lava de 1877, debemos, como complemento, aducir que nos fue dado observar la emisión de una corriente de lava, durante el día, en la erupción del 23 de agosto de 1878. (4)

Que en los tiempos modernos se han sucedido en el Cotopaxi, verdaderas corrientes de lava, de gran extensión y potencia, no hay duda alguna; y así lo comprobó el Dr. Reiss, en sus investigaciones de las faldas de la montaña, en 1872. Pero, si habría podido subsistir alguna duda al respecto, desaparecería con las observaciones posteriores del Dr. Th. Wolf, que demuestran la verdadera naturaleza de estas corrientes, puestas al descubierto por las nuevas corrientes de lava del año de 1877, naturaleza que consiste en Andesitas granulares de fragmentación columnar. Ahora, habría sido de esperar que aquella erupción de 1877, la única que estuvo sometida a investigaciones científicas, nos habría enseñado el origen y el curso de una genuina corriente de lava; pero desgraciadamen-

---

(1) Journal du Voyage, p. 157.-cit. en v. Humbolt: Kosmos, IV, p. 571.

(2) Véase, Th. Wolf: N. Jahrb. für mineral, 1875, p. 569, 571, 573.

(3) Karsten: l. c.-Villavicencio, en su Geografía del Ecuador, p. 48, le asigna erroneamente a esta erupción, el año 1855.

(4) Augusto N. Martinez: Ausbruch des Cotopaxi, 23 August 1878, N. Jahrb. für Mineral, Geol. und. Pal. 1879, p. 57-58.

te no fue este el caso, por haberse presentado el fenómeno de la lava, de una manera no acostumbrada, y de allí que su estudio merezca una consideración especial.

El 26 de junio del año citado, hacia las 10 de la mañana, se verificó la erupción principal; el lado suroeste de la montaña y su cúspide, estaban sin nubes, y completamente despejados, tanto que en Mulaló y Cusi-huango, hubo muchas personas, testigos de la erupción. «Vivamente me contaban», dice el Dr. Wolf, «el terrible aspecto de la montaña, como entró repentinamente en ebullición y que una MASA NEGRA HUMEANTE, arrojando vapor, se derramó por todas las partes del filo del cráter..... Muchos usaron en su narración la pintoresca comparación, con la hervida repentina de una OLLA DE ARROZ.....Entonces se cubrió el cerro de nubes». (1)

Afirma el Dr. Wolf, que en esta erupción, no se dejó oir detonación alguna y dice: «Los ruidos subterráneos se oyeron muy claramente, a grandes distancias del Cotopaxi, pero que, en los alrededores más próximos apenas fueron notados». (2) Pero, el P. Sodiro, afirma todo lo contrario, según él: «cerca de las 10 se oyeron unos estampidos imponentes, pero sordos, que imitaban lejanas descargas de artillería», y cuando la erupción de lava «un estruendo prolongado y contínuo». (3)

Hay que tomar en cuenta, que ninguno de los dos estuvo presente en los lugares de la erupción misma; el P. Sodiro estuvo en los sitios y lugares, 12 días después y el Dr. Wolf, dos y medio meses, más tarde de élla. Según ambos narradores, inmediatamente después de la emisión de la lava, se precipitó la corriente de lodo, por los flancos de la montaña.

Del testimonio de los testigos oculares y de las observaciones hechas en la montaña misma, cree el Dr. Wolf, que se debia concluir el borbotamiento de la lava ígneo-fluida, sobre el filo del cráter del Cotopaxi, mientras que el P. Sodiro, opina una grandiosa erupción de lava, que sólo revazó poco, el filo del cráter.

Estas descripciones recuerdan al Dr. Reiss, las circunstancias que se presentaron en una erupción del GEORG, en

---

(1) Th. Wolf: N. Jahrb. für Mineral, 1878, p. 131.
(2) Th. Wolf: N. Jahrb. für Mineral, 1878, p. 129.
(3) L. Sodiro: Relación, p. 7.

Santorin (1866), en la que, igualmente, con un ruido sordo, repentinamente la cubierta total de la masa de lava central, se levantó hacia arriba, con grandes particulas de lava arrancadas y rodaron por los declivios de aquella tumefacción de lava. El P. Sodiro aduce, para apoyar su opinión, entre otros hechos, «que una lava sobrefundida, debia haber descendido más por el lado sur que por el lado norte, alli, donde el filo del crá-ter es más bajo, mientras que, con todo, era el caso contra-rio; esto se explica, porque no hubo emisión alguna de lava, porque los trozos caidos aisladamente, no podian formar un cuerpo continuo, y el agua producida al rededor y bajo de cada uno, por el rápido derritimiento de la nieve, debia hacerlos rodar por los empinados declivios del cono, y regarlos en los llanos de las faldas de donde fueron después, arrebatados por la avenida». (1)

Correspondiendo enteramente en esto, el Dr. Wolf dice: «Todo el material, se separaba al precipitarse por las faldas del volcán, en trozos aislados, y éstos, no muy grandes, pues por lo regular, no tienen más que un metro de diámetro. Los trozos tienen formas redondeadas, escoriáceos y en todo su contorno, estan cubiertos de una delgada costra vidriosa, como de un varniz; otras tantas señales de que no se separaron cuando la lava ya estaba consolidada, sino en el estado de per-fecta liquidez, en forma de masas igneo-fluidas, que al desgal-garse y sobre todo al contacto de la nieve o del agua, se enfriaron muy pronto en su superficie. Los trozos aislados de lava, muchas veces tienen una forma aplastada, como si hubie-ran caido del aire sobre el cerro». (2).....«En todo el circuito del cerro del Cotopaxi, que se halla sobre el límite de las nieves perpetuas, se han amontonado enormes masas de tales fragmentos de lava; todo el cono de erupción, está cu-bierto de ellos y un poco más abajo, se encuentran extensos campos de lava, que hemos cruzado algunos en nuestra ascen-sión. Las mayores acumulaciones en esas altas regiones, se hallan sobre la cúspide noroeste y sobre un filo que baja de la cúspide suroeste, además, en las profundas calles surcadas en el hielo; sinembargo, debo afirmar que la mayor parte del

---

(1) L. Sodiro: Relación, p. 26.

(2) Th. Wolf: Memoria, p. 42; N; Jahrb. für Mineral, 1878, p. 159, 160.

material igneo-fluído, llegó abajo de las nieves perpetuas, sea por el empuje de su propio peso, en las laderas empinadas, sea con la ayuda de las aguas». (1)

De las anteriores descripciones, el Dr. Reiss deduce claramente, que en la erupción del Cotopaxi del año 1877, no hubo corrientes de lava, en el verdadero sentido de estas palabras, sino, más bien, la acumulación de bloques sueltos, que fueron expelidos como fragmentos de lava igneo-fundida, aislados e independientes, unos de otros, que rodaron por las faldas de la montaña, o fueron acarreados por las masas de hielo y agua, reuniéndose entonces, en grandes conjuntos, cuando las partes externas de dichos fragmentos, se hubieron enfriado y solidificado.

Un amontonamiento de bloques sueltos y éstos, de consistencia de piedra pómez, puede ser lo más grande que sea, jamás y en manera alguna, se considerará como una corriente de lava, pues, para que sea una de éstas se requiere, que la masa de roca fundida, a lo menos en el interior de la eyección, fluya conexionada, aunque la parte exterior, aparentemente, conste de bloques sueltos; o como la definición de A. v. Humboldt: «El carácter esencial de una corriente de lava, es la de una en forma de cinta, de fluidez regular y conexionada, que por enfriamiento y solidificación, forma una costra en la superficie».

La erupción del Cotopaxi del 26 de junio de 1877, no produjo corriente de lava alguna; los fragmentos de lava incandescentes arrojados, quedaron diseminados en los declivios de la montaña, o después de que su superficie se hubo enfriado, se acumularon en pequeños o grandes conjuntos, que, por ejemplo, en Manzana-huaico, forman colinas de 20 a 30 metros de alto y ancho monstruoso. (2)

La posibilidad de que productos eruptivos emanados del cráter y después arrastrados por las aguas de la nieve fundidida, puedan reunirse en acumulaciones semejantes a corrientes de lava, fue reconocida por A. v. Humboldt, al hablar de la reventazón de Minas; en efecto dice: «Esos pedazos, ya

ÁREA HISTÓRICA DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

---

(1) Th. Wolf: Memoria, p. 43; N. Jahrb. für Mineral, 1878, p. 161.

(2) Th. Wolf: Memoria, p. 43; N. Jahrb. für Mineral, 1878, p. 161.

angulosos, ya redondeados, rara vez escamosos, como los del Antizana y de un diámetro de 6 a 8 pies, ¿fueron arrojados a grandes alturas del cráter que corona el Cotopaxi, bajo la forma de escorias ardientes, liquefactadas unicamente en los bordes y volvieron a caer a lo largo de la montaña, aceleradas en su carrera por el derritimiento de las nieves, o salieron directamente de las faldas laterales del volcán, sin atravesar el aire? Esas cuestiones no se han resuelto todavía. (1)

El Dr. Wolf insiste en que «en ninguna parte ha formado una corriente de lava continua o coherente», y establece que en los grandes yacimientos de fragmentos de lava se presenta una intercalación de otros materiales, aunque sólo en pequeña cantidad, como corresponde a la naturaleza de las masas acarreadas por inundación.

En cortísimo tiempo, talvez en un cuarto a una media hora fue expelida por el cráter, la monstruosa masa de lava y se precipitó por los declivios de todos los lados de la montaña, de manera que en todas las quebradas y valles se formaron corrientes de lodo. La masa de fragmentos de lava, como se encuentra diseminada en las faldas de la montaña, es difícil precisarla, con todo, cree el Dr. Wolf que llegaría a más de 10 millones de metros cúbicos, lo que correspondería a una corriente continua de 1.000 metros de largo, 200 de ancho y 50 de altura.

Ahora, acéptese con el Dr. Wolf, un derrame de la lava, o según la opinión establecida primeramente por el P. Sodiro y después por el Dr. Reiss, de que se efectuó una violenta erupción de fragmentos de lava ígneo-fluída, con intervención de los gases y vapores, siempre queda en pie el hecho de que no se formó corriente de lava alguna; en esto, así como en todos los hechos observados, están de acuerdo los dos narradores de la erupción, Sodiro y Wolf, sólo en la explicación e interpretación de esos hechos, con Sodiro, el Dr. Reiss, se separan de la opinión de Wolf. Según esta última, debía una columna de lava de cerca de 700 metros de diámetro, levantarse en su totalidad, por lo menos de 50 a 60 metros de altura (puesto que la diferencia entre las diversas partes del circuito del cráter, llega a más de 40 metros), para poder derramarse por todos los lados del borde,

---

(1) A. v. Humbolt: Kosmos, IV; Edit. castellana, p. 291.

aun cuando la mayor parte de la lava se haya vuelto a hundir en el canal y sólo una pequeña parte haya podido fluir sobre las faldas de la montaña.

Como única analogía en la historia de las erupciones volcánicas se podría aducir, las columnas de lava del Haway (muy problemáticas, ciertamente), pero que, comparadas a la de la erupción del Cotopaxi, según el Dr. Wolf, resultarían aquéllas, dice el Dr. Reiss, SIMPLES JUGUETES DE NIÑOS. Y ahora bien, si fluyó tal masa de lava, no se concibe por qué se desligó en fragmentos aislados, en lugar de derramarse en corrientes continuas, desde el filo del cráter, por los declivios de la montaña; además, parece que las nuevas masas eruptivas que también se depositaron en la cúspide más alta, tienen exactamente las mismas condiciones que los amontonamientos fragmentarios de lava, formados al pie de la montaña. UNA PODEROSA ERUPCIÓN DE VAPORES, UNA LAVA FUNDIDA EN ESTADO PASTOSO, LLENANDO LA CAVIDAD DEL CRÁTER Y ATRAVESADA POR AQUELLOS VAPORES, cree el Dr. Reiss, que son todos los datos necesarios para explicar el fenómeno de la manera más sencilla y natural.

Las «corrientes de lava fragmentaria», y con ellas, la distinción hecha por A. de Lapparent, de corrientes discontinuas (1) según la opinión del Dr. Reiss, deben desaparecer de la nomenclatura de los productos volcánicos; en cambio, opina que en cuanto se ha podido estudiar la individualidad de los conglomeratos de escorias, la erupción del Cotopaxi, tantas veces nombrada, da nueva luz sobre el origen de aquellos grandes conglomeratos que se presentan en el Rumiñahuy, en el Picacho del Cotopaxi y en muchos otros.

Antes de exponer nuestra opinión, creemos indispensable transcribir, aunque sea de un modo abreviado, para seguir el curso de una erupción del Cotopaxi, la descripción que hizo el Dr. Reiss, ya en el año de 1874, de cómo han debido verificarse. (2)

«Después de un tiempo de tranquilidad se hace notar el regreso de la actividad volcánica, por las frecuentes aparicio-

---

(1) A. de Lapparent: Traité de Geologie, 5me. Ed. 1905, p. 406.-Aquí se unen a las corrientes de lava fracmentarias en un solo grupo, a las poderosas corrientes de lava del Antisana.

(2) W. Reiss: Zeitschrift d. d. geol. Gesell, XXVI. p 912-913.

nes de las columnas de gases y vapores. Erupciones de cenizas, cambian aquellas columnas de vapores en nubes negras que se levantan muy alto en el aire y que van muy lejos arrastradas por el viento. La lava sube, ya despacio, ya violentamente por el canal, llena el cráter e ilumina con su reflejo a la columna de vapores que flota sobre aquél. En la superficie de la lava que llena más y más al cráter, se forman escorias que juntamente con los fragmentos de lava, son expelidos como lapilli y bombas por los vapores que atraviesan a la masa igneo-fundida. Entre violentas detonaciones prosiguen las erupciones aisladas de vapores y cenizas, hasta que finalmente, la lava se derrama por el lado más bajo del filo del cráter, desciende como poderosas corrientes por los declivios exteriores, o como parece haber sido el caso de 1877, es expelida en grandes masas y en una sola vez, por una extraordinaria erupción de vapores. En ambos casos, llegan las masas de roca en contacto con el hielo y la nieve que cubren a las partes superiores de la montaña, ocasionando las monstruosas avenidas de agua y lodo, que llevan la destrucción y aniquilamiento a las comarcas habitadas del pie de la montaña. Ordinariamente finaliza con esto toda la erupción y sólo en casos muy raros dura la emisión de lava por días o semanas enteras. Por esta circunstancia y por la salida reducida al cráter, de la lava, las erupciones del Cotopaxi, de las del Vesubio y de los volcanes de Haway, tan conocidas y tantas veces descritas, siendo, por otro lado, en las demás particularidades del mecanismo de las erupciones, precisamente las mismas, ya que las tan temidas corrientes de lodo, en manera alguna son fenómenos volcánicos y si, sólo el resultado de la alta situación del Cotopaxi (1), y se producen en todos los volcanes, cuyos declivios están cubiertos de hielo y nieve, tanto en el Ecuador como en Islandia y en el sur de Chile.

Por las descripciones de la erupción del Cotopaxi del 26 de junio de 1877 hechas por el Dr. Wolf y el P. Sodiro, no nos queda duda de que las proyecciones gaseosas, fueron de

---

(1) A. v. Humboldt: Ueber den Bau und die Wirkungsart der Vulkane in den verschiedenen Erdstrichen, Abh. gelesen in der Akademie zu Berlin, 24 Januar 1823; Ansichten der Natur, 3 Ausg. 1849, II, p. 275.

aquella que por primera vez llamaron la atención de los geólogos, cuando la erupción de la montaña Pelée, en la Martinica y en el mes de mayo de 1902. Es el fenómeno de las NUBES ARDIENTES O NUBES PELEANICAS, proyecciones en una dirección sumergente de gases y de vapores que arrastran fabulosas cantidades de materias pulverulentas y bloques de todas dimensiones.

Al contrario del caso habitual, estas nubes no son proyectadas verticalmente, sino que resbalan en los declivios del volcán, arrollando sus volutas hasta abajo de la pendiente, con velocidad acelerada, comparable y muy frecuentemente superior a la de un violentísimo huracán.

En una comunicación de A. Lacroix a los señores Darboux y Michel Levy y fechada en Fort-de France, el 23 de noviembre de 1902, dice: «.....El 18 a las 9 en punto de la mañana, hemos visto repentinamente salir de la escotadura sudoeste del cráter (del Pelée), cuyos bordes estaban ocultos por las nubes una verdadera catarata de volutas de vapores muy densos, de un pardo rojizo oscuro; descendieron al fondo del valle de la riviére Blanche, luego, cuando hubieron tocado ese lugar, continuaron su marcha arrastrándose en el suelo, estando animadas al mismo tiempo de un movimiento ascencional más lento. Esta nube formando volutas que se asemejaban a balas de algodón muy cerradas, caminaba en dirección horizontal, con una velocidad de cerca de un kilómetro por minuto (6 minutos para ir del cráter al mar), se levantó a cerca de 2.000 metros. Al llegar al borde del mar, se difundió lentamente en su superficie, oscureciendo el horizonte por casi dos horas. No dudo que hemos asistido a un fenómeno comparable, aunque mucho menos intenso al que destruyó Saint-Pierre». (1)

En otra carta de A. Lacroix a M. Michel Levy, de fecha 10 de diciembre de 1902, le dice lo siguiente: «.....Falta ocuparme de las NUBES DENSAS O NUBES ARDIENTES, cuya existencia he señalado ya a la Academia y que constituyen un fenómeno violento, discontinuo. Están precedidas, generalmente, por tronidos sordos que se oyen hasta 15 kilómetros del volcán y quizás aun más, sin que vengan acompañados de

---

(1) Comptes rendus hebdomadaires des Séances de l' Académie des Scinces. Uome CXXXV. 1301-1307.

trepidación del suelo. Midiendo el intervalo de tiempo que transcurre, entre la caída de grandes bloques incandescentes y la percepción de estos tronidos, he adquirido la certidumbre que ellos se deben a derrumbamientos (eboulements) producidos en el cráter.

«Aquellas nubes pesadas están constituidas por una gran cantidad de vapor de agua, arrastrando a la vez ceniza, lapilli y bloques de lava de todas dimensiones; tienen como origen los puntos de salida de los bloques incandescentes, de los que hablo anteriormente, se las ve descender a lo largo del cono, introducirse en el valle de la riviére Blanche y rodar hasta el mar. Desde el momento que han alcanzado el fondo del valle, se ven animadas de un movimiento ascencional mucho más lento; sin embargo, a veces, en el momento de la salida de la nube, se produce, además, un empuje vertical menos fuerte, que ordinariamente sube a lo largo de la aguja terminal».

«Estas nubes pesadas salen pues oblicuamente del cráter y están animadas de un movimiento sumergente de arriba a abajo. Parecen además, correr como un líquido en el lecho de la riviére Blanche; en efecto, es en éste, que después de su paso he observado el máximum de espesor de la ceniza y la casi totalidad de los GRANDES BLOQUES. Llegadas al punto del valle, donde deja de ser encajonado, las cenizas y los BLOQUES se instalan, formando una especie de delta».

«La velocidad de traslación en el sentido del valle es, en término medio, de un kilómetro por minuto y no parece posible admitir que estas nubes sean debidas al simple derrumbamiento de las partes importantes del cono y es menester hacer intervenir para explicarlas, una fuerza de proyección bastante considerable. Contienen, además, una gran cantidad de vapor de agua, porque cuando la mayor parte de la ceniza que contienen han caído, se transforman en nubes atmosféricas».

«Las más grandes de estas nubes, una vez llegadas al contacto del mar, se vuelven más espesas todavía, sus volutas se arrollan unas sobre otras, con mayor rapidez, lo que parece debido a una condensación instantánea producida por una diferencia de temperatura. La proporción de cenizas caída así en el litoral, es siempre considerable, como hemos podido asegurarnos poco tiempo después del paso de estas nubes, netes que las lluvias o el viento hayan podido modificar aste

contingente; las modificaciones de este orden son muy rápidas y muy variadas».

La cantidad de cenizas y BLOQUES acarreados por estas nubes, es enorme; han RELLENADO los barrancos de lo alto del valle de la riviére Blanche, encajonados por acantilados de más de 100 metros. El bajo valle está hoy día nivelado como por una caida abundante de nieve. Estas cenizas son extremamente móviles, el menor viento levanta torbellinos de polvo y uno se entierra como en un líquido; su temperatura, 7 dias después del paso de una de estas nubes, era todavía de 104 grados C. a 0 m., 10 de la superficie y a 6 kilómetros del cráter». (1)

En otra comunicación de M. Lacroix, presentada a la Academia de Ciencias por M. Fouqué, con el título de «Estado actual del volcán de la Martinique», entre otras cosas dice:

«*Los productos del volcán.* De una manera general, las erupciones volcánicas están caracterizadas por dos clases de fenómenos:

1º. Por la salida explosiva de gases, de vapores y de materiales silicatizados, sólidos o fundidos, más o menos voluminosos, con una temperatura muy alta;

2º. Por el derrame de estos mismos silicatos fundidos bajo la forma de corrientes o acumulaciones.

Hasta ahora este segundo orden de fenómenos HA FALTADO TOTALMENTE en la erupción actual. Numerosos relatos publicados hablan de corrientes de lava derramadas en el lecho de la riviére Blanche y el del Séche; lo que se ha dado este nombre por personas extrañas a la geología, NO ERA CORRIENTE DE LAVA, sino torrentes de agua lodosa caliente, ACARREANDO Y ARROLLANDO GRANDES FRAGMENTOS DE ROCAS».

«Como de ordinario, la erupción actual se señala por series de numerosas explosiones, entre las que algunas han sido de gran violencia». (2)

---

(1) Comptes rendus, Tome CXXXV. p. 1302-1307.
(2) Comptes rendus, Nº. 9, primer Septembre 1902.

En resumen: Según Lacroix (3), la nube ardiente es una especie de emulsión de partículas sólidas, en una mezcla de vapor de agua y gases dotados de muy alta temperatura. (4)

Considera al vapor de agua como el elemento principal. En la base de la nube, predomina el material sólido; bloques de todas dimensiones, pequeños fragmentos de rocas compactas, ceniza muy fina, están envueltos por una atmósfera fuertemente comprimida de gases, que se encuentra en expansión rápida y de esta manera, impide el contacto mutuo de las partículas sólidas, resultando un estado de movilidad como de un líquido. Aquí, como lo hemos dicho, existe la temperatura más alta. La parte media de la nube, contiene materiales sólidos de dimensiones reducidas. Las partes superiores toman la forma de balas (volutas) que se arrollan unas con otras. El notabilísimo contenido en partículas sólidas, le impide mezclarse con el aire. A causa de su gran densidad, el viento influye muy poco sobre el trayecto de la nube de erupción.

Los yacimientos de las nubes eruptivas descendentes, son conglomeratos volcánicos de EXTRUCTURA CAOTICA. BLOQUES Y BOMBAS, de diversas dimensiones, están rodeados de finas partículas de cenizas. Los bloques poseen una COMPOSICIÓN MINERALOGICA absolutamente igual.

Las proyecciones gaseosas del Tungurahua, tanto en su período de actividad de 1886, como en el de 1916 a 1918, indudablemente fueron nubes ardientes, semejantes a las de la la montaña Pelée. En el primero, en el de 1886, la nube ardiente del 28 de febrero observada por el autor de estas lecciones, desde una distancia apenas de 2 kilómetros, fué uno de los espectáculos más grandiosos que haya podido tener en su vida. Se debe añadir que la potencialidad de arras-

---

(3) A. Lacroix: La Montagne Pelée et ses Eruptions. Paris 1904.

(4) Lacroix, en la p. 204, dice: La présence de la vapeur d' eau en proportión prépondérante n' est pas douteuse; elle est charactéristique de tous les types de fumerolles d' origine volcanique. Dans le cas qui nous occupe, elle était mise en évidence par sa condensation dans les parties hautes de l' atmosphére sous forme de nuages qui, peu á peu, se confondaient avec les nuages atmosphériques. Cette condensation n' etait pas toujours assez brusque pour donner naissacce á des averses de pluie, mais, celles-ci en etaient point rares et elles nous ont souvent masqué la fin du phénoméne.

tre de materiales sólidos por las nubes ardientes del Tungurahua, llegó a proporciones fabulosas, encontrándose en los yacimientos del pie del volcán bloques, talvez de 5 y 6 metros cúbicos.

Antes de la explicación de las nubes ardientes en la montaña Pelée, se creía que sus depósitos eran CORRIENTES DE LAVA DISCONTINUAS, prevaleciendo esta opinión hasta ese entonces, aun entre los geólogos más eminentes.

Ni en el Cotopaxi ni en el Sangay, le ha sido dado al autor, en sus periodos de actividad intensa, observar proyecciones de la naturaleza de las nubes poleánicas; pero no le queda duda que en el primero las ha habido, especialmente en las erupciones de 1858 y 1877, ya que en su base se encuentran las pretendidas corrientes de lava discontinuas. (1)

En el PERIODO DE TRANQUILIDAD, ascienden de las grietas del cráter, ácido sulfhídrico y gas sulfuroso; al aumentarse la actividad, expele gas clorhídrico, al mismo tiempo que inmensas masas de vapor de agua, tal como sucede en los volcanes europeos. Seguramente, en el Cotopaxi no faltarán exhalaciones de gas carbónico, pero, hasta ahora, no se ha llegado a demostrar directamente.

A la descripción del Cotopaxi y de sus fenómenos eruptivos, el Dr. Reiss hace seguir algunas consideraciones que reclaman una discusión detenida. Se refieren, a lo menos en parte, a diferentes asuntos hipotéticos, y, por consiguiente, deben presentaree de la manera más conveniente para ofrecer al lector un cuadro completo y evidente de nuestras montañas volcánicas.

La ALTURA DEL COTOPAXI ha sido determinada en tres periodos separados: el primero, del segundo, por más de cien años, y éste, del tercero, de algo como treinta años. La primera vez en 1738-1740, por los Académicos Franceses; la segunda, al mediar el siglo XIX, por viajeros alemanes e ingleses, y la tercera, a principios de este siglo, por la Misión Geodésica Francesa. La circunstancia de que de la comparación de los resultados obtenidos entre la primera y la segunda, se encuentra un notable aumento de altura, impone la

---

(1) Augusto N. Martínez: Lecciones de Geología General, profesadas en la Universidad Central. Quito, 1929-1930 (obra inédita).

necesidad de investigar el valor y la precisión de cada medida en particular. (1)

Durante algunos años de trabajo ímprobo, la Misión enviada por el Gobierno Francés al Ecuador para la medida del grado del meridiano, determinó con absoluta precisión un gran número de triángulos. Existen sobre este trabajo, tres diferentes obras. Los dos Académicos Franceses, Bouguer (2) y La Condamine (3), cada uno calculó y publicó independientemente los resultados de las observaciones hechas, en su mayor parte, en común; los valores obtenidos concuerdan entre sí de una manera satisfactoria, salvo pequeñísimas diferencias. No se puede decir lo mismo de los resultados obtenidos por los dos oficiales de marina, que por orden del Gobierno Español, acompañaron a la expedición francesa. Ante todo, hablaremos de las determinaciones de alturas por los Académicos Franceses, para luego demostrar por qué no se deben tomar en cuenta los datos concernientes a los oficiales españoles.

Tanto Bouguer como La Condamine, dan circunstanciadamente toda la serie de los triángulos medidos, así como los ángulos de altura observados en las diferentes estaciones; pero sólo en Bouguer se encuentran ángulos de altura para las altas montañas del Ecuador, que quedan fuera de la medida del Grado. En la tabla siguiente se exponen los ángulos medidos, la altura absoluta de las Estaciones, la diferencia de altura entre estas últimas y el Cotopaxi.

---

(1) Téngase en cuenta, que aquí seguimos literalmente las ideas y conclusiones del Dr. Reiss, expuestas en su obra ya citada al principio, sin tratar, por nuestra parte, de aceptarlas o impugnarlas, especialmente en lo que se refiere a la génesis del Cotopaxi. Desde hace muchos años, nos hemos declarado partidarios incondicionales de las doctrinas STÜELIANAS, acerca de estas cuestiones genéticas, y las hemos proclamado y defendido cuantas veces se ha presentado la ocasión de hacerlo. A. N. Martínez.

(2) Bouguer: La Figure de la Terre, 1749.

(3) La Condamine: Mesures des trois premiéres Degrées du Meridien, 1751.

Estación	Angulo de altura	Altura de la Estación	Cotopaxi sobre la Estación
Caraburu (1)	2° 41' 9"	2390 m.	3360 m.
Changalli (2)	4 17 46	2745 »	3005 »
Corazon (3)	2 45 15	4216 »	1534 »
Mulmul	0 55 15	3896 »	1854 »

Las medidas de la Estación de Changalli, en el valle de Chillo, cercanías de Pintag, y las del Corazón, se apropiarían muy bien para la determinación de la altura del Cotopaxi; pero como no existe dato alguno sobre la distancia horizontal, imposibilita una demostración precisa del cálculo. Con todo, no puede resultar gran error, pues hay un control para las diferentes medidas, y en cuyos resultados finales concuerdan también los Académicos Franceses:» .....la altura del Cotopaxi sobre Caraburu, importa 1.724 toesas = 3.360 metros. (4)

Caraburu, el extremo norte de la Base medida por los Académicos en la meseta de tobas de Yaruquí, al pie del Huamaní y Pambamarca, forma el punto CERO para todas las determinaciones de altura, practicadas en la medida del Grado. Para el cambio de la altura relativa en altura absoluta, se debió determinarla sobre el nivel del mar de este punto CERO. No habiendo dado resultados satisfactorios las medidas trigonométricas, Bouguer emprendió en la unión de la Costa con la Altiplanicie, por operaciones, asimismo, trigonométricas.

En la selva virgen, en los declivios occidentales de la Cordillera, también occidental, en la parte inferior de la región fluvial del rio Esmeraldas, Bouguer midió, en la aldea de indios Niguas y en una isla de la desembocadura del rio Inca, los ángulos de altura del Pichincha y del Iliniza, para concluir

---

(1) Figure de la Terre, p. 119-122.
(2) Figure de la Terre, p. 124-125.
(3) Figure de la Terre, p. 124-125.
(4) Figure de la Terre, p: 125.



Foto de A. N. Martínez

EL COTOPAXI, lado occidental.

Desde las cercanías de "LA CIENEGA".

por medio de un cálculo muy complicado, la altura de Caraburu. Por las condiciones meteorológicas que predominan en la región baja occidental del Ecuador, no se puede contar con un tiempo que permita descubrir desde allí a las cúspides más altas de la Cordillera; para los habitantes del litoral ecuatoriano, las altas montañas casi siempre están envueltas en nubes; por esta razón eligió Bouguer los puntos mencionados, entre la Costa y la Cordillera. Pero, no siendo posible reunir trigonométricamente a la isla Inca o a Niguas, con la Costa, ensayó el Académico la determinación por medidas barométricas y por estima, de las caídas de los ríos, las alturas absolutas de sus puntos de observación. Bouguer aceptó primeramente, para la altura sobre el mar de la isla inca, 30 toesas; pero, más tarde hubo de aumentarla, según parece, por las cálculos de La Condamine (1), en 12 toesas más; así que, en las publicaciones en que constan los resultados definitivos de todos sus trabajos, ambos Académicos, tanto Bouguer como La Condamine, aceptan como altura sobre el nivel del mar, para la isla de Inca, 48 toesas, y además, en combinación con las medidas trigométricas de Caraburu, en 1.226 toesas (2) o sean 2.390 metros. (3)

Ahora bien, según estos dos sabios, el Cotopaxi se levanta sobre Caraburu, 1.724 toesas, o sean 3.360 metros, de lo que resulta que la altura absoluta del Cotopaxi es de 2.950 toesas (4) o 5.750 metros.

Los datos de los dos Académicos Franceses, relativos a la altura del Cotopaxi, concuerdan completamente; los resultados de los Oficiales Españoles, no sólo difieren esencialmente de aquéllos, sino que también están en desacuerdo entre sí.

Antonio de Ulloa, al que debemos la parte descriptiva de la obra de viaje (5), asigna, por medidas barométricas, a la altura absoluta de Caraburu, 1.268 toesas; la diferencia de altura, asimismo, medida barométricamente, entre Caraburu y la Estación Puca-huaico, en el Cotopaxi, en 1023 toesas;

---

(1) La Condamine: Mesures, p. 52.
(2) Bouguer: Figure de la Terre, p. 124. La Condamine: Mesures, p. 55.
(3) Bouguer: Figure de la Terre, p. 159-167.
(4) Bouguer: Figure de la Terre, p. 125. La Condamine: Mesures, p. 56.
(5) A. de Ulloa: Relación histórica, Pt. 1 p. 568.

ÁREA HISTÓRICA DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

calcula después la altura de esta Estación hasta el límite de la nieve, en 30 a 40 toesas, y finalmente, asigna a la parte de la montaña cubierta de nieve, 800 toesas; por consiguiente:

Caraburu (barómetro)	1.268	toesas o	2.471 m.
Caraburu-Pucahuaico (barom.)	1.023	» o	1.994 »
Puca-huaico, límite de la nieve	35	» o	68 »
Cono cubierto de nieve	800	» o	1.559 »
Altura del Cotopaxi	3.126	toesas,	6.092 m.

(La Condamine, (1) aprecia la altura de la parte del Cotopaxi, cubierta de nieve, en 500 toesas).

El valor de 800 toesas, para la parte de montaña cubierta de nieve, se funda, según las palabras de A. de Ulloa, «en un prudente juicio basado en algunas observaciones de ángulos de altura, tomados para este fin». En esta apreciación han discrepado los Oficiales Españoles, en cerca de 400 metros. La altura de la Estación Puca-huaico sería, según las medidas trigonométricas de Jorge Juan (en el libro consagrado a la medida del grado), de 1.036 toesas (2.019 m.) sobre Caraburu, y la altura absoluta de este último, barométricamente medida, de 1.553 toesas, o sean 3.031 metros. (2). Al adoptarse estas medidas, se encuentra la altura del Cotopaxi de 3.026 toesas o 5.895 metros. El resultado de los dos, que difiere en 200 metros,no merece confianza, tanto a causa de esta diferencia en la altura apreciada, cuanto porque Caraburu está señalado tan alto.

En verdad, hasta ahora no hay sino dos determinaciones para Caraburo:

Bouguer y La Condamine (baro-trigonométricamente) 2.390 metros. (3)

W. Reiss, 10 lecturas barométricas 2.369 metros. (4)

---

(1) La Condamine: Voyage, p. 159.

(2) Observaciones Astronómicas y Physicas, p. 120, 129.

(3) Aquí y en adelante, se calculan las alturas, solo en metros:

(4) Reiss y Stübel: Alturas tomadas en la República del Ecuador 11, p. 16. La Misión Geodésica Francesa, parece que no determinó la altura de Caraburu, o por lo menos, no figura en la lista publicada por el General Perrier, en «La Géographie» con el Título de «Triangulations de détail des régions andine centrale et septentrionale». París 1929, p. 12.

La exactitud de los números en las alturas tomadas por los Académicos Franceses, se prueba también de otra manera.

Tanto Bouguer como La Condamine, dan las alturas de montañas nevadas del Ecuador, pero, en verdad, de sólo nueve; estas alturas fueron calculadas independientemente. Para dos, el Cayambe y el Antisana, las medidas difieren hasta de 40 metros; la causa de esta diferencia hay que buscarla en la dificultad de la localización precisa de un sólo punto, en sus copas redondeadas: Por esta razón hay que excluirlas a las dos en el cuadro de comparaciones que damos más adelante. Las siete alturas restantes concuerdan muy bien entre sí, pues las diferencias importan sólo de 0 a 12 metros. El Dr. Reiss dice también que desgraciadamente ha tenido que excluir al Cotopaxi y al Sangay, puesto que estos dos volcanes activos son los que habrán experimentado cambios en su altura, por las erupciones que se han proseguido por largo tiempo; el Tungurahua habría también de excluirse por el mismo orden de ideas.

En el siguiente cuadro se establecen las alturas de cinco de las más altas montañas del Ecuador, según Bouguer y La Condamine, Reiss y Whymper. Las alturas de los tres primeros observadores se fundan en medidas trigonométricas; las de Whymper, en la lectura del barómetro, a lo cual hay que anotar que todas aquellas alturas obtenidas trigonometricamente, se relacionan siempre a Bases medidas barométricamente: las de los Académicos Franceses, a la de la isla del Inca; las de Reis, directa o indirectamente a Quito.

ALTURAS EN METROS

	Bouguer (1)	La Condamine (2)	Reis (3)	Whymper
Chimborazo	6.727 m.	6.276 m.	6.310 m.	6.247 m.
Iliniza	5.286 »	5.296 »	5.305 »	
Tungurahua	5.106 »	5.106 »	5.087 »	
Corazón	4.826 »	4.814 »	4.816 »	4.838 »
Rucu Pichincha	4.744 »	4.736 »	4.737 »	

(Continuará)

(1) Figure de la Terre, p. 124, 125.
(2) Mesures, p. 56.
(3) Alturas 11, p. 43.

Por el Profesor de Estática Gráfica de la Universidad Central

Sr. Ingeniero Dn. Abel S. Troya

Curso de Estática Gráfica

ÁREA HISTÓRICA
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

(Continuación)

CAPITULO VII

Esfuerzos cortantes y momentos de flexión

Preliminares

58.—*Fibra neutra o media.* Es la línea recta o curva formada por los diferentes centros de gravedad de las secciones elementales del cuerpo. Así en la fig. 56 la línea AB es la fibra neutra.

El área plana generatriz del cuerpo, es la sección transversal. En la fig. 56, *mn* es una sección transversal.

En las construcciones en general, es usual considerar a la fibra neutra en un solo plano, y las fuerzas que actúan sobre el cuerpo están situadas en el plano de esta fibra.

59.—Sea un cuerpo cualquiera AB, en el que actúan diferentes fuerzas: R_1, R_2, F_1, F_2, que se hacen equilibrio, fig. 56.

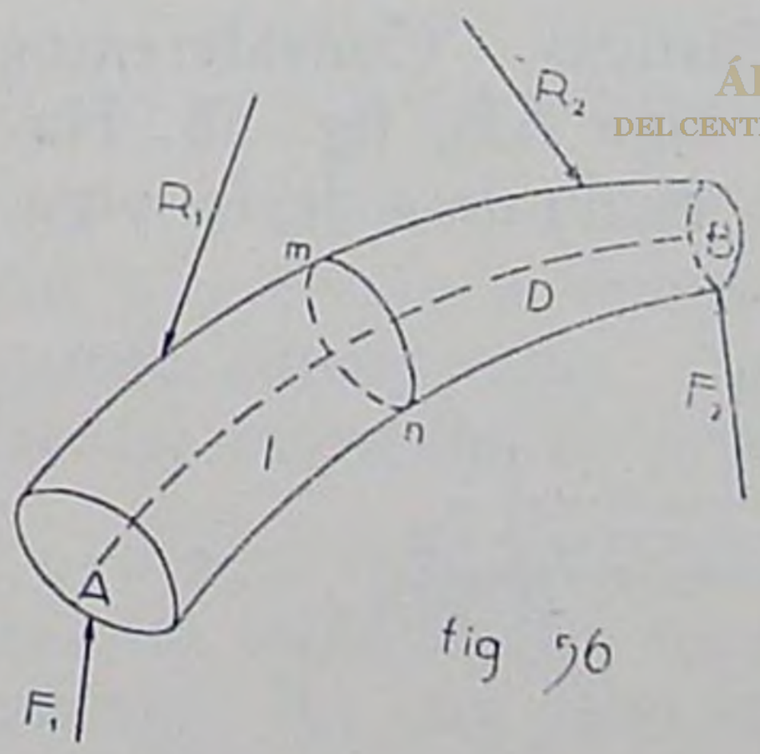


fig 56

Supongamos por un momento que este cuerpo se divide en dos partes, por medio de la sección *mn*, normal u oblicua a la fibra neutra. La parte de la derecha D del cuerpo puede suprimirse o quitarse del de la izquierda I, siempre que apliquemos en todos los puntos de la sección *mn*, fuerzas iguales a las acciones que estos puntos sufren de la parte de D. Se puede constatar que, si el seccionamiento se hace efectivamente, y que a pesar del contacto que se establezca, después de la operación entre las dos partes, no se manifiesta ya ninguna acción entre ellas.

Estas acciones son las que se denominan fuerzas elásticas o interiores y no se ejercen, de una manera sensible sino a distancias muy pequeñas, y se puede, por consiguiente, admitir

que la sección *mn* contiene todos los puntos de aplicación de estas acciones.

Por lo expuesto, hay que hacer una salvedad: cuando determinábamos las reacciones de los apoyos, aplicamos las reglas de la Estática, como si se tratase de un sólido invariable, permitiendo, por lo tanto, desplazar los puntos de aplicación de las fuerzas a lo largo de su línea de acción; a fin de hacer las composiciones que pueden ser útiles para la solución de los problemas. Mientras que cuando se trata de las fuerzas elásticas, vemos que no es posible el desplazamiento en su línea de acción, pues los puntos de aplicación son fijos.

Un ejemplo nos aclarará este principio:

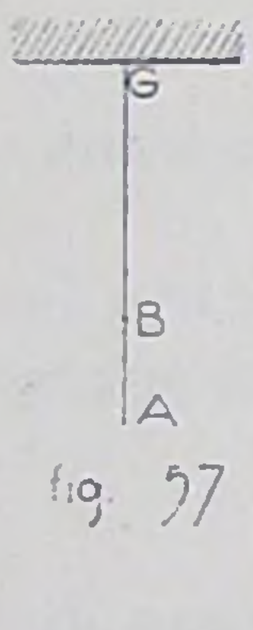
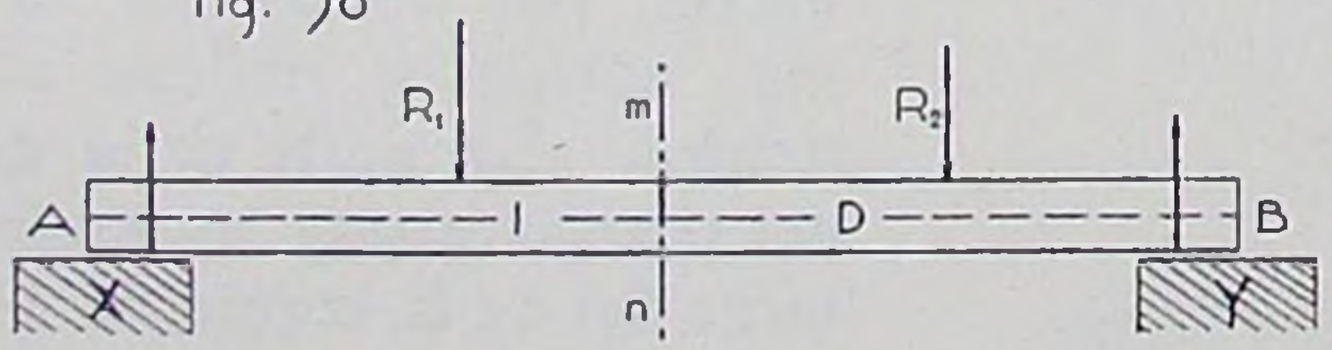


fig. 57

Consideremos fig. 57, que AG represente un alambre suspendido en uno de los extremos, en G por ejemplo; si hacemos que en el punto B actúe una fuerza de arriba hacia abajo, la parte GB será la única parte que trabaje, haciendo equilibrio a la fuerza, sufriendo por lo tanto una extensión; mientras que la parte AB no trabajará, lo que sucedería sólo en el caso de cambiar el punto de aplicación de la fuerza de B a A.

60.—*Análisis de las fuerzas elásticas.* Consideremos una pieza prismática, por ejemplo una viga AB, fig. 58. Hagamos una seccion *mn*, en un punto cualquiera de la viga,

fig. 58



normal a la fibra neutra y no como antes que podía ser inclinada.

Sea R_1 y R_2 las resultantes de las fuerzas exteriores aplicadas en la parte de la izquierda y de la derecha de la viga. La fuerza R_1 se puede trasladar al centro de gravedad de la sección *mn*, siempre que añadamos el par de traslación, cuyo momento es $\mathcal{M}$, e igual a la suma de los momentos de las fuerzas aplicadas a la izquierda, con relación al centro de gravedad de la sección.

Ahora, la fuerza R_1, resultante de las fuerzas exteriores de la izquierda, hace equilibrio a las fuerzas elásticas que se desarrollan en la sección *mn*, de la acción que resulta de la parte D sobre la I. Y como las fuerzas elásticas debidas a la acción de la parte I sobre la D son iguales y de sentido contrario a las precedentes, se deduce que las fuerzas elásticas que se ejercen en la sección *mn* por la parte I sobre la D, tienen la misma resultante aplicada en el centro de gravedad y un mismo par; ambos son iguales al de las fuerzas exteriores que actúan en la parte de la izquierda I.

La resultante de traslación R_1 al centro de gravedad de la sección *mn*, puede reemplazarse por su proyección, N, sobre la fibra neutra, es decir, perpendicular a la sección y por su proyección C sobre el plano de la sección, fig. 59.

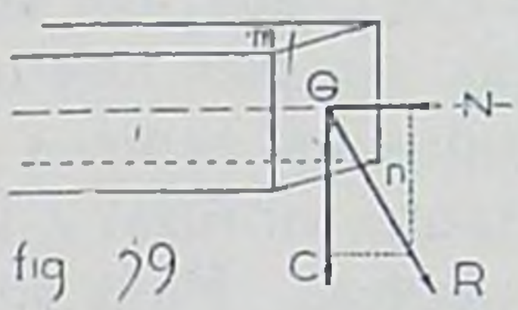


fig 59

La componente N se llama *esfuerzo normal.* La componente C se la denomina *esfuerzo cortante.*

El momento *M*, del par de traslación puede igualmente descomponerse en dos, proyectando sobre los dos planos: el de la sección y el plano de la fibra neutra.

La proyección en el plano de la sección que tiende a torcer el cuerpo considerado, se llama a causa de esto, par de torsión y su momento común es el *momento de torsión.*

La proyección sobre el plano de la fibra neutra dá un par que tiende a romper el contacto de las dos partes del cuerpo considerado. Se les llama par de flexión y su momento, *momento de flexión.*

En el caso general de las construcciones, las fuerzas exteriores están todas en el plano vertical que contiene la fibra neutra. En este caso la proyección que dá el par de torsión es nulo y por consiguiente su momento.

Además de esto, las aplicaciones más frecuentes son las relativas a las vigas rectas, cuya fibra neutra es una línea recta y que está sometida a fuerzas normales a esta fibra.

Para estas piezas, el esfuerzo normal desaparece. y no queda sino el esfuerzo cortante y el momenta de flexión.

De donde resulta que, el *momento del par de flexión* en un punto dado, tiene por valor, el producto de la resultante de las fuerzas exteriores, a la izquierda de la sección incluída la reacción del apoyo, por la distancia de esta resultante al punto considerado.

Y también, el esfuerzo cortante es la suma de las fuerzas situadas a la izquierda o a la derecha de la sección considerada, allí incluídas las reacciones de los apoyos.

El esfuerzo normal es la suma de todas las fuerzas horizontales, es decir, a la suma de las proyecciones de las fuerzas externas, situadas a la izquierda de la sección considerada sobre la tangente a la fibra neutra.

OBSERVACIÓN. En la mayor parte de los casos, las secciones transversales, son figuras geométricas simples que admiten una línea de simetría que pasa por todos los centros de gravedad; esta línea que viene a ser, por lo tanto, normal a los planos de las infinitas secciones, es la fibra neutra. Para simplificar el trazado, en las figuras que siguen, la viga está representada por una línea que es la fibra neutra o la línea de simetría.

FUNDADA EN 1651 QUITO
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

DETERMINACIÓN DE LOS ESFUERZOS CORTANTES Y MOMENTOS DE FLEXIÓN EN UNA VIGA HORIZONTAL SOBRE DOS APOYOS.

61.—Sea una viga XY, en la que actúan tres fuerzas verticales, *ab, bc* y *cd,* con las que trazamos el dinámico y el funicular; luego se determina las reacciones X y Y de los apoyos, Fig. 60.

Hagamos un seccionamiento de la vida en *ss*. Entonces el sistema de fuerzas — X + *ab,* que actúan en la porción de la izquierda de la viga, están en equilibrio con el sistema de fuerzas, *bc,* + *cd,* — Y, que están en la porción de la derecha.

Si se suprime la porción izquierda de la viga, para que no se altere el equilibrio, es necesario añadir al sistema que actúa sobre la porción de la derecha, la resultante de — X + *ab* y el par de traslación de estas fuerzas a la sección *ss*.

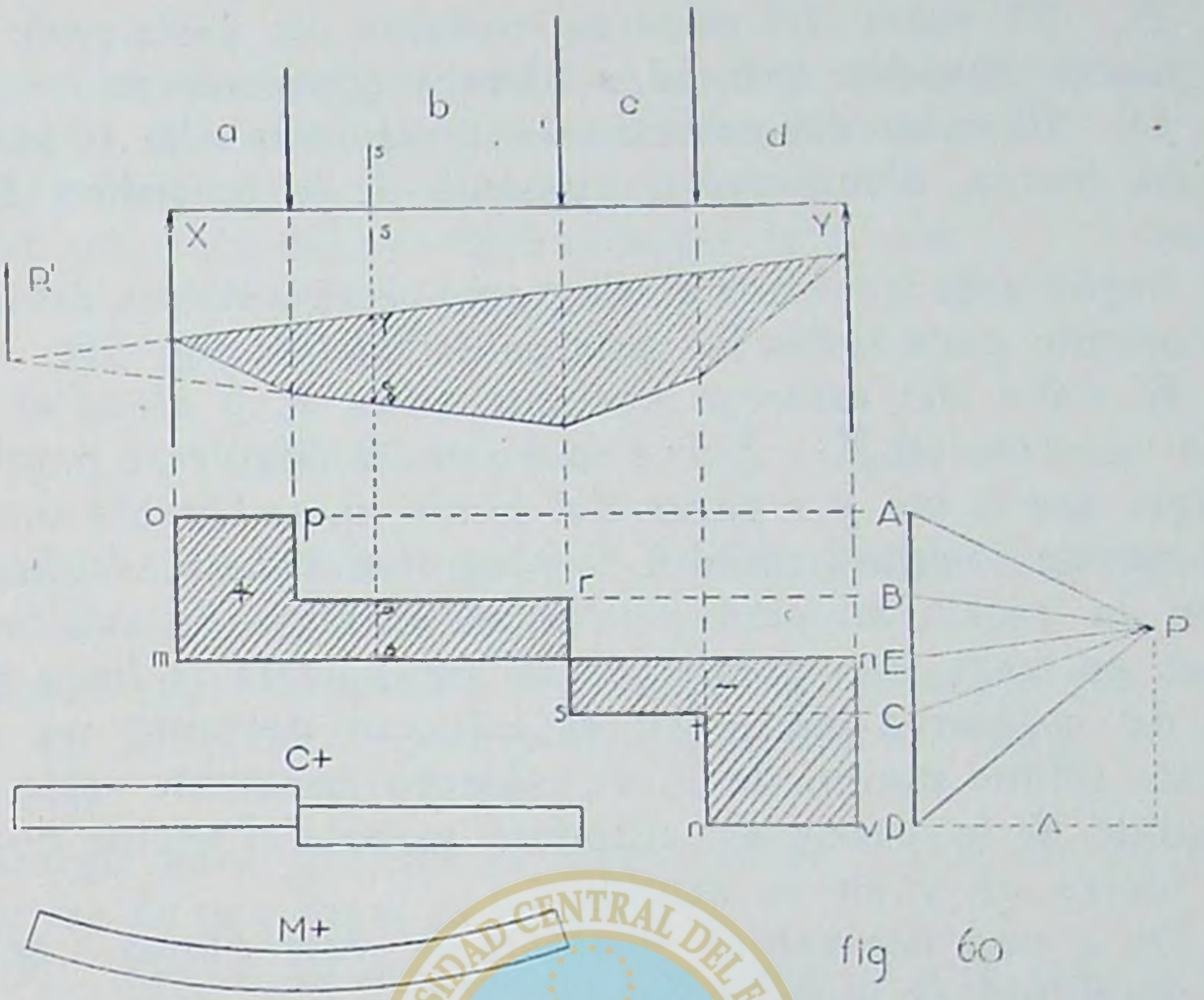


fig 60

De suerte que, las reacciones de una porción de la viga sobre la otra se reduce a una resultante y un par.

Hay pues dos resultantes en equilibrio y dos pares en equilibrio.

Estas dos resultantes aplicadas en *ss*, son de sentido contrario, y de intensidad común, que expresa el valor del *esfuerzo cortante* en la sección *ss*.

Además, para otro punto de la viga tomado entre la fuerza *ab* y *bc*, la resultante de las fuerzas de la derecha o de la izquierda queda constante e igual a R.

Y también se nota que para cualquier punto de la viga, entre X y *ab*, la resultante de las fuerzas de la derecha o de la izquierda aumenta de la magnitud de *ab;* mientras que para cualquier otro punto situado entre *bc* y c*d*, la resultante de las fuerzas de la derecha o de la izquierda, disminuye de la magnitud de *bc*.

Estas propiedades se enuncian así:

1º. El valor del esfuerzo cortante de una viga, en un punto cualquiera, está dado por la magnitud de la resultante de las fuerzas, tomadas indiferentemente, a la derecha o a la izquierda de este punto;

UNIVERSIDAD CENTRAL DEL ECUADOR
FUNDADA EN 1651 QUITO
ÁREA HISTÓRICA DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

2º. El valor del esfuerzo cortante no varía para todos los puntos situados entre dos fuerzas consecutivas;

3º. El valor del esfuerzo cortante, más allá o más acá de una fuerza, disminuye o aumenta de la magnitud de esta fuerza.

Según esto tracemos el diagrama representativo del esfuerzo cortante para todos los puntos de la viga, fig. 59.

El valor del esfuerzo cortante entre X y *ab* es el valor de la reacción en X. Sobre una línea cualquiera, paralela a la viga, sea la *mn* y a partir del punto *m*, se levanta una vertical *mo* de longitud igual a la magnitud de la reacción en X, según la escala adoptada. Por el extremo de este vector, por *o*, se traza una paralela a la viga, hasta la línea de acción de la fuerza *ab;* pues el esfuerzo cortante no varía. De este último punto, de *p*, el esfuerzo constante varía de la magnitud de la fuerza *ab;* entonces se baja el vector *pq* igual a la fuerza *ab* y en su sentido.

De *q* una horizontal hasta *r;* de este punto *r* se baja una magnitud *rs* igual a *bc.*

Hay que notar que en este punto, *r*, se pasa de la región superior de *mn* a la inferior; el esfuerzo cortante cambia de signo, cortando al eje *mn.*

Y así se sigue sucesivamente para las demás fuerzas, hasta llegar al punto *n.*

Si el trazado está bien hecho, del punto *v* se debe llegar al punto *n*, trazando la magnitud de la reacción en Y. Para facilitar el trazado, el dinámico se pone en lugar conveniente de manera de proyectar las magnitudes de las fuerzas, como está en la fig. 60.

El diagrama representativo de los esfuerzos cortantes es el área *mopqrstuvn,* que está sombreada.

Para conocer el esfuerzo cortante en un punto cualquiera de la viga, es suficiente bajar, por este punto, una perpendicular, hasta que encuentre el perímetro del área. Así el vector $\alpha\beta$, medido a la escala de las fuerzas, dá el esfuerzo cortante para el punto *ss.*

Ahora nos queda por considerar, el par de traslación de la resultante de las fuerzas situadas a la derecha o a la izquierda de la sección.

Estos dos pares, de la derecha y de la izquierda, tienden a romper el contacto de las dos porciones de la viga; estos son

ÁREA HISTÓRICA
DEL CENTRO DE DOCUMENTACIÓN INDUSTRIAL

los pares de flexión, que están en el plano de la fibra neutra y como están en equilibrio, tienen el mismo momento.

La resultante de — X y *ab* es R'.

El momento del par de traslación de R' es:

$$\mathcal{M}.\ R' = \gamma\hat{\circ} \times \Delta \qquad (1)$$

$$\mathcal{M}.\ R' = \gamma\hat{\circ} \qquad (2)$$

llamando Δ a la distancia polar. En la segunda expresión, $\gamma\hat{\circ}$ se medirá a la escala de momentos.

Estas expresiones son deducidas, al aplicar, lo que hemos dicho en lo relativo a momentos estáticos, (pág. 54 y siguientes).

Luego para conocer el momento de flexión en un punto cualquiera de una viga, es suficiente:

1º. Trazar en este punto, una paralela a la resultante de las fuerzas de la derecha o de la izquierda; es decir, una vertical, puesto que todas las fuerzas son verticales, y comprendida entre los lados extremos del funicular;

2º. Multiplicar este segmento por la distancia polar.

La ordenada del funicular se medirá a la escala de las fuerzas y la distancia polar a la escala de longitudes o viceversa.

ÁREA HISTÓRICA
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

De donde se deduce que el funicular constituye el área representativa de los momentos de flexión.

Si se quiere, por comodidad, que el lado de cierre sea paralelo a la viga, para medir directamente en cada punto el segmento comprendido en el área de los momentos de flexión, se procede así: construidos ya el dinámico y un funicular, se traza por E (punto que determina las reacciones) una paralela a la viga sobre la que se toma un nuevo polo P', con una distancia polar igual a Δ. El funicular de polo P', se construye, de manera que la misma viga sea el lado de cierre.

Observaciones. El área de momentos demuestra, que todas las ordenadas como $\gamma\hat{\circ}$ que corresponden a sus vértices, coinciden siempre con las líneas de acción de las fuerzas.

Para encontrar el momento máximo, que es exactamente la parte que corresponde en la viga a la *sección peligrosa,* se traza una paralela al lado de cierre por el vértice del área

que se obtenga la ordenada máxima. A partir de ésta, los momentos van disminuyendo hasta anularse en los apoyos.

La condición algebraica de máximos en los momentos de flexión es $dM/dx = o$. Y como se sabe también que $dM/dx = C$, en la que C es el esfuerzo cortante, se deduce: que el momento máximo de flexión, o lo que es lo mismo la sección peligrosa, se encuentra en el punto en que el esfuerzo cortante cambia de signo, o se anula, y por tanto, corta al eje del diagrama.

En la fórmula (1) si la distancia polar Δ es igual a la unidad de longitud, las ordenadas del funicular dan directamente el valor del momento para el punto correspondiente.

Hay interés para que la misma viga constituya el lado del cierre del funicular.

Se puede conseguir, también, la horizontalidad del lado de cierre, haciendo la traslación de las ordenadas del funicular a la línea que representa la viga y sobre cada línea de acción.

Luego se une por rectas estos diferentes puntos y se obtiene el nuevo funicular.

UNIVERSIDAD CENTRAL DEL ECUADOR
FUNDADA EN 1651 QUITO
AREA HISTÓRICA
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

Aplicaciones

62.—1°. *Momentos de flexión y esfuerzos cortantes de una viga simple con carga uniformemente repartida.*

Sea la viga de la fig. 51 de luz l y con la carga p por unidad de longitud.

Por la simetría de la carga, las reacciones son iguales entre ellas e iguales a la mitad de la carga total: $pl/2$.

Se sabe que para cualquier sección distante x del apoyo izquierdo, el esfuerzo cortante es igual a la suma de las fuerzas de la izquierda de la sección.

$$C = \frac{pl}{2} - px = p\left(\frac{l}{2} - x\right) \qquad (1)$$

Si C es la ordenada correspondiente a una abscisa x, entonces esta ecuación es la de una línea recta:

Cuando $x = 0$ ..... $C = pl/2$

« $x = l/2$ ..... $C = 0$

« $x = l$ ..... $C = - pl/2$

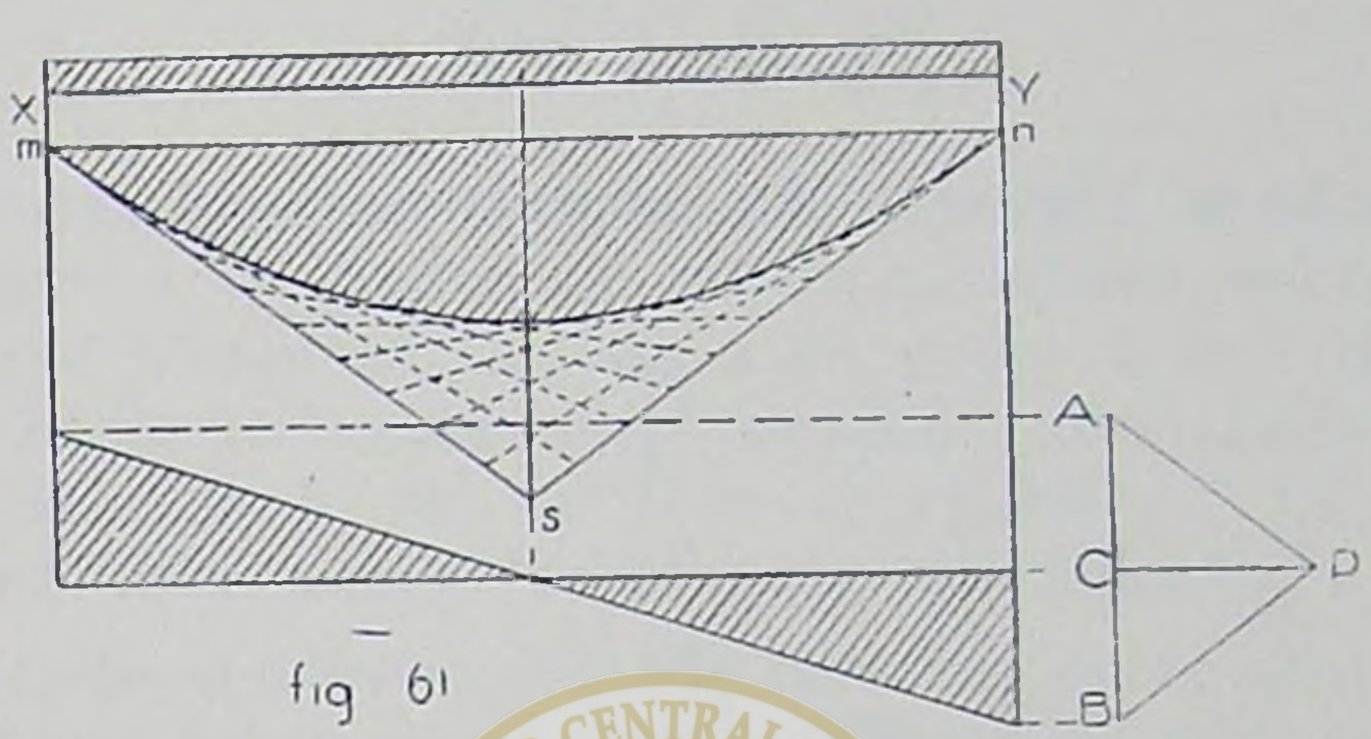


fig 61

Luego el diagrama de los esfuerzos cortantes se construye haciendo *gi* igual a la luz de la viga, y trazando *gf* e *ik* igual a la reacción pl/2, y entonces se une *f* y *k*.

El momento de flexión, para un punto *x* del apoyo izquierdo, es igual a la suma de los momentos a la izquierda de la sección:

ÁREA HISTÓRICA
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

$$M = \frac{pl}{2} x - px \frac{x}{2} = \frac{1}{2} p (lx - x^2) \qquad (2)$$

Esta es la ecuación de la parábola:

para $x = 0$ ..... $M = 0$

» $x = l/2$ ..... $M = \frac{pl^2}{8}$ (máximo)

» $x = l$ ..... $M = 0$

El diagrama de los momentos se construye, trazando *mn* igual a la luz de la viga; entonces se traza la magnitud *qr* en la mitad e igual al momento máximo y entonces se construye la parábola *mrn*.

Si la totalidad de la carga fuera concentrada ,en la mitad de la viga, AB sería el dinámico y BC y CA las dos reacciones, de polo P, con una distancia polar Δ, y el funicular *msn*. De los triángulos semejantes PAC y *msq* se tiene:

$$\frac{\Delta}{{}^1/_2\ pl} = \frac{{}^1/_2\ l}{qs}$$

Si se hace Δ igual a la unidad, la ordenada:

$$qs = \frac{pl^2}{4} \qquad (3)$$

y como

$$qr = \frac{pl^2}{8} \qquad (4)$$

se deduce que el momento máximo para una carga concentrada en la mitad, es el doble del valor que se obtiene para una carga uniformemente repartida.

Este otro procedimiento, para trazar la parábola, suele ser a veces más expedito, fig. 61 a.

ÁREA HISTÓRICA
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

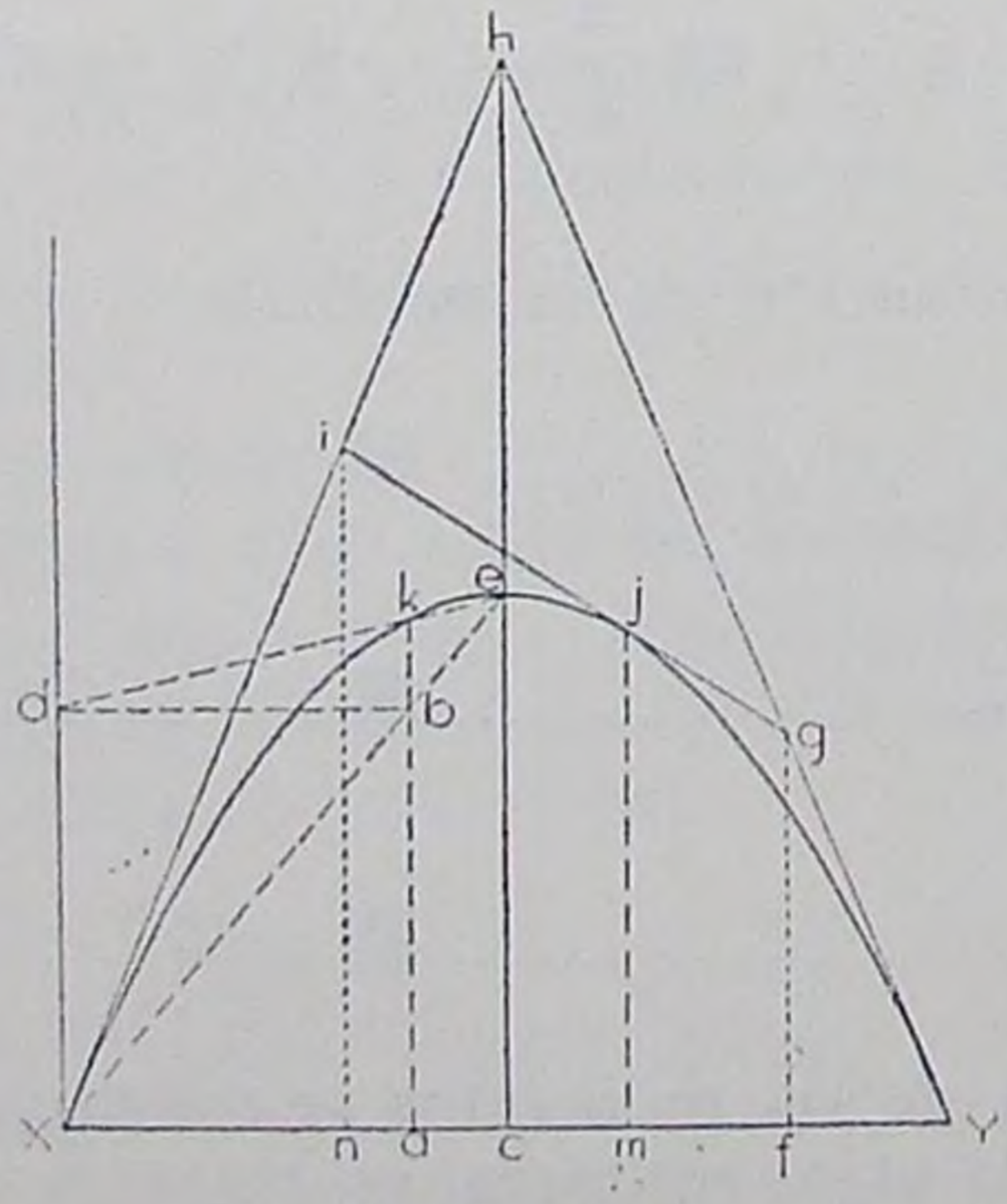


fig 61-a

Sea XY la luz de la viga y sobre XY como cuerda y *ch*, la perpendicular en la mitad de la luz, vamos a dibujar la parábola, de manera que sea tangente en los puntos X y Y.

Se traza primero la línea indefinida XZ paralela a *ch*, luego se toma

$$ch = 2.ce = \frac{pl^2}{4}.$$

Entonces, para determinar un punto de la parábola correspondiente a un punto cualquiera *a*, tomado sobre la viga, es suficiente trazar *ak* paralela a *ce* y por *b* una paralela a la viga, hasta la intersección con XZ, entonces se tiene el punto *d;* este punto se une con el vértice *e*. El punto de encuentro *k* de *de* con *ak* es el punto buscado de la parábola.

Se repite el mismo trazado para cualquier otro punto de la viga, hasta tener un número suficiente de puntos de la parábola que permita unirlos por medio de una curva continua.

Las líneas Xh y Yh serán las tangentes en los apoyos de la viga, haciendo que *ce*=*eh*.

Para trazar la tangente en un punto *j* de la parábola, se proyecta este punto en *m*, luego se toma las mitades de los segmentos, mY y mX, por estos dos puntos *f* y *n* se trazan paralelas al eje mayor y se obtienen las intersecciones *i* y *g* con las tangentes extremas; se une estos puntos que es la tangenta buscada.

63.—2°. *Caso particular.—Determinar los diagramas de los esfuerzos cortantes y momentos de flexión para una viga sometida a la acción de una carga única F.*

En la fig. 62 sea la viga de 6 metros de longitud y una carga F = 1.500 kilos.

En este caso el dinámico se reduce a la magnitud AB = F = 1.500 kilos, y el funicular a un triángulo 1-2-3 que tiene sus vértices en las líneas de acción de los apoyos y en la de la fuerza F.

Por comodidad se hace la distancia polar igual a un número entero de la unidad de longitud, digamos 2 metros.

Con el polo P, se ha trazado el funicular de lados 1, 2 y 3; la paralela al lado de cierre 3 trazada por P da la magnitud de las reacciones:

$$CA = X = 875 \text{ kilos} \qquad y \qquad BC = Y = 625 \text{ kilos.}$$

Este funicular representa el diagrama de los momentos de flexión, a causa de la carga F. Se observa que la ordenada máxima, o sea el momento máximo tiene lugar bajo la carga F y es igual a $h = 1.090$ kilos multiplicado por

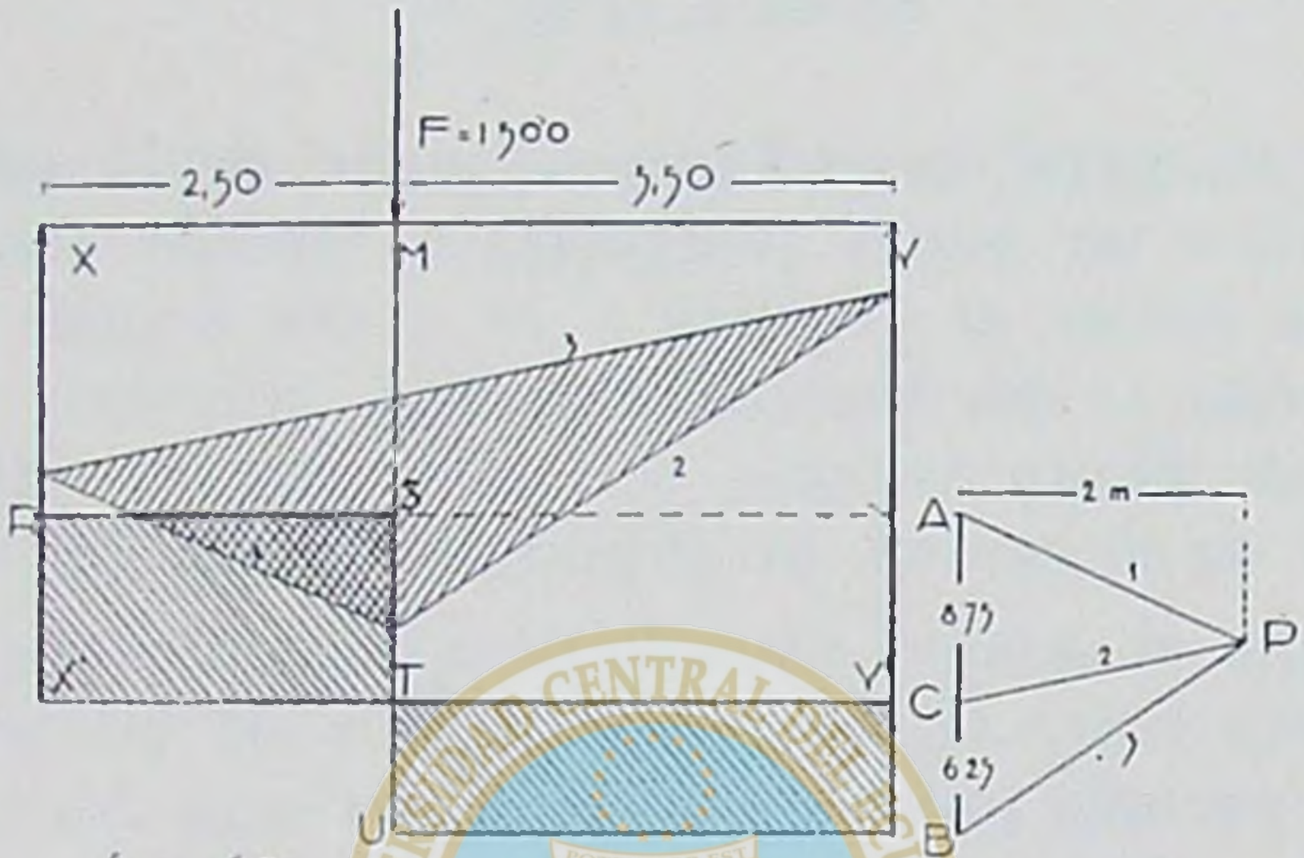


fig 62

la distancia polar:

$$\mathcal{M}m = 1.090 \times 2 = 2.180 \text{ km.}$$

ÁREA HISTÓRICA
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

Verificando por la expresión analítica da:

$$\mathcal{M}m = \frac{F\,a\,(l - a)}{l} = \frac{1.500 \times 2{,}5(6 - 2{,}5)}{6} = 2.187 \text{ km.} \qquad (1)$$

la diferencia depende de la apreciación con la escala, al medir la ordenada.

En la expresión anterior *a* es la distancia de la carga al apoyo izquierdo; *l* la luz o longitud de la viga.

También el valor de las reacciones se puede comprobar por la fórmula:

$$X = \frac{F\,(l - a)}{l} = \frac{1.500 \times 3{,}5}{6} = 875 \text{ k.} \qquad (2)$$

$$Y = \frac{F.\,a}{l} = \frac{1.500 \times 2{,}5}{6} = 625 \text{ k.} \qquad (3)$$

Con estos valores se proyectan los extremos de las fuerzas del dinámico para tener el diagrama del esfuerzo cortante, que es el área poligonal X'RSTUVY'.

Se observa que cuando el esfuerzo cortante cambia de signo o pasa por cero, sobre esta vertical está la ordenada máxima del momento de flexión. Esto se puede probar también analíticamente, en efecto:

Para $a < x$; es decir, cuando la fuerza F está entre el punto M y el apoyo izquierdo, el momento es:

$$\mathcal{M} = \frac{F.\ x\ (l-a)}{l} \qquad (1)$$

y la derivada de esta expresión dará el esfuerzo cortante C:

$$\frac{d\mathcal{M}}{d\ x} = d\left[\frac{F.\ x\ (l-a)}{l}\right] = \frac{F\ (l-a)}{l} = C \qquad (5)$$

y para $x > a$, el momento es:

$$\mathcal{M} = \frac{F.\ a\ (l-x)}{l} \qquad (6)$$

y la derivada es:

$$C = -\frac{F.\ a}{l} \qquad (7)$$

Las expresiones (5) y (7) son idénticas a la (2) y (3); esta última cambiada de signo, que es el esfuerzo cortante negativo.

Se observa también que el momento de flexión máximo, se produce siempre bajo el punto de aplicación de la carga.

En efecto si tomamos otro punto de aplicación de la carga, el N por ejemplo: la línea representativa de los momentos de flexión es también un triángulo, el XVY, fig. 62-*a*. Este triángulo tiene siempre por base la luz de la viga y por altura la expresión (1).

En este trazado hemos hecho, que el lado de ciene sea siempre horizontal; para lo cual el polo se tomará sobre la horizontal trazada por el punto que determina las reacciones,

ÁREA HISTÓRICA
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

pues éstas cambian en relación con la posición de la carga. En efecto, tomaremos la misma distancia polar del de la fig. 62; así las ordenadas mediremos a la misma escala. Se ve que las ordenadas bajo el punto M son iguales en las dos figuras, puesto que la posición de la carga es la misma.

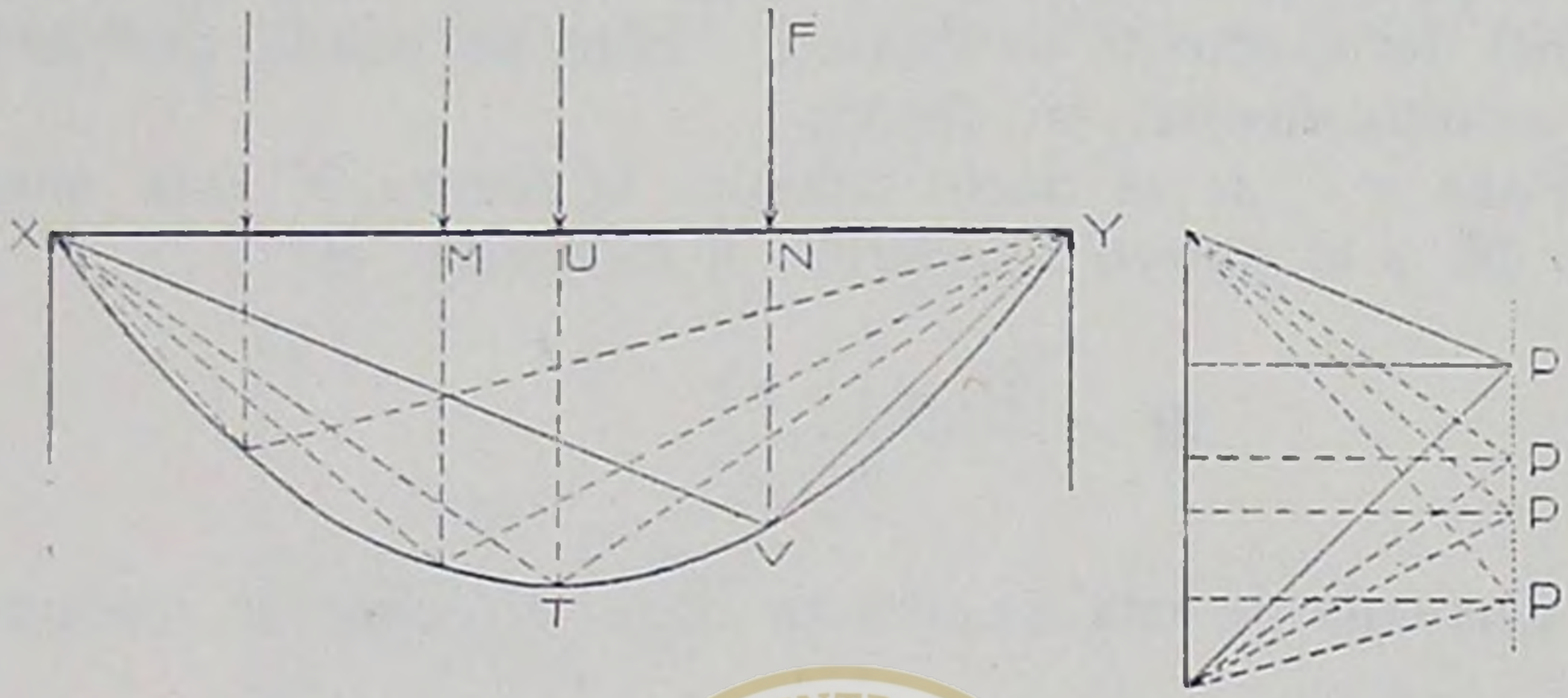


fig. 62-a

Si la carga se desplaza, la fórmula (1) indica que el vértice V describe una parábola y el mayor de los momentos se produce en la mitad de la luz, siendo su valor el ya conocido:

$$\mathcal{M} = U\,T = \frac{F.\,l}{4}$$

FUNDADA EN 1651 QUITO
ÁREA HISTÓRICA
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

La parábola la trazaremos según el método indicado en el Nº. 62; haciendo

$$U\,T = \frac{F.\,l}{4}.$$

Entonces el diagrama representativo de los momentos de flexión, para una posición cualquiera N de la fuerza F, se encuentra bajando una vertical por este punto hasta que encuentre la parábola; luego se une este punto a los apoyos y el triángulo XVY será la línea buscada.

Ya tendremos ocasión de aplicar estos conocimientos cuando hablemos de cargas móviles.

64.—3°. *Caso particular. Encontrar los diagramas de los momentos de flexión y esfuerzos cortantes para una viga de dos apoyos libres, en la que se aplica una carga uniformemente repartida, sólo en una parte de la longitud.*

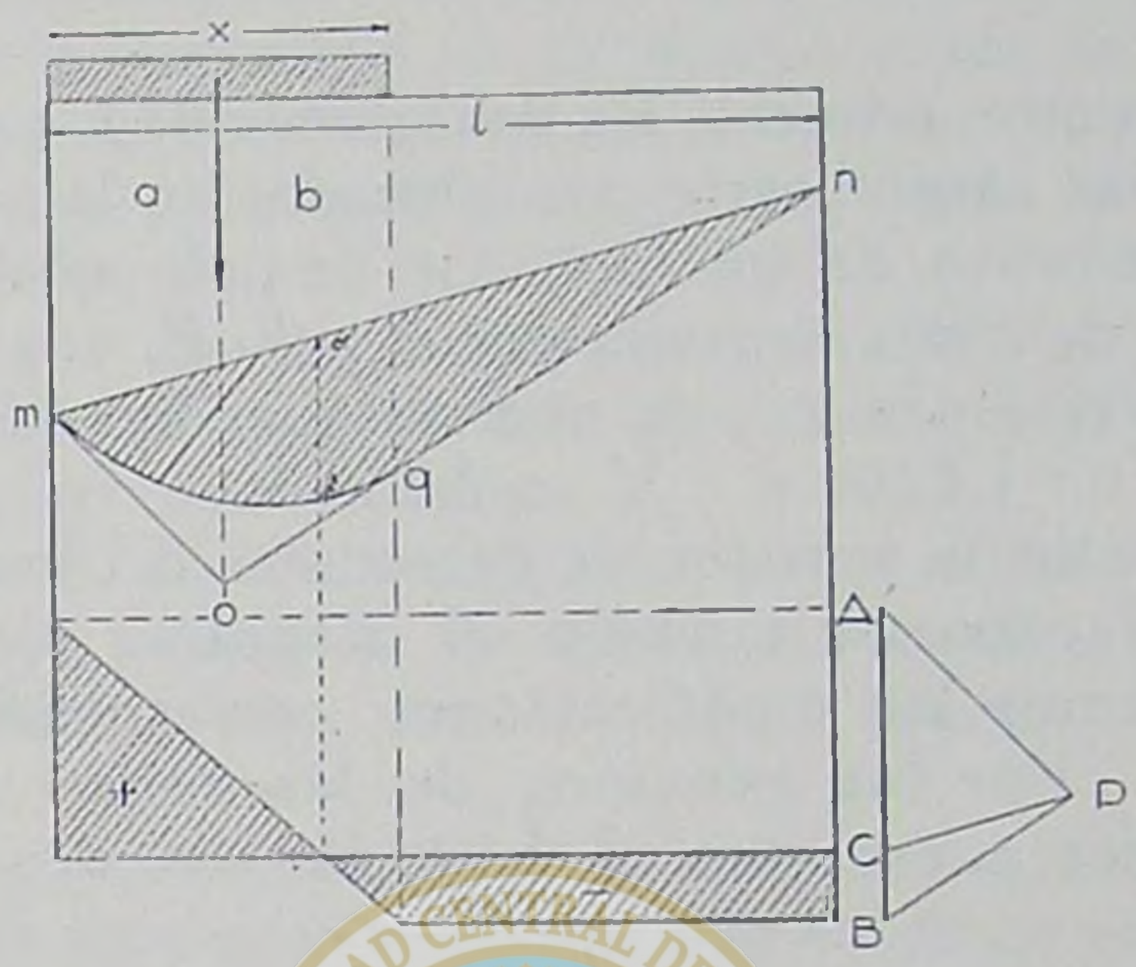


fig 63

Sea la viga X Y de longitud *l;* a partir del apoyo X tiene una carga uniforme de longitud *x.*

Para obtener el diagrama de los momentos de flexión se opera como en el caso precedente. Se traza la carga concentrada en la mitad de la zona cargada y equivalente a la carga uniforme. El dinámico es ABCA y el funicular correspondiente, que se reduce a un triángulo es *mon,* cuyo lado de cierre es *mn.*

Las proyecciones de los extremos de la carga uniforme sobre el funicular, dan los puntos de tangencia *m* y *q* de la parábola, que es la curva que limita en el diagrama de momentos, para esta clase de carga; que se la traza según el procedimiento ya conocido. La ordenada máxima es $\alpha\beta$ que debe estar en la misma vertical donde el esfuerzo cortante es nulo.

Asimismo, para el diagrama de los esfuerzos cortantes se procede primero como si fuera carga concentrada; después se hace la modificación correspondiente proyectando la zona de carga uniforme hasta que intercepte al diagrama, luego se une estos puntos por medio de una recta. El área superiores positiva y la inferior negativa.

65.—*Aplicación.—Sea una viga de 7 m. de luz, sobre la que actúa cargas parciales y uniformes de 2,00 m. y 2,50 m. de longitud y de intensidades de 800 a 1.000 kilos por metro lineal; situadas en cada extremidad de la viga. Vamos a trazar los diagramas de momentos y de esfuerzos cortantes.*

Se encuentra primero las reacciones de los apoyos, considerando a las cargas como concentradas en la mitad de cada zona y valiéndonos de un funicular de polo arbitrario; la paralela al lado de cierre, trazada por el polo P, nos determina el punto D, en el dinámico; de manera que, fig. 63 a.

$$X = 1.820k.; \quad Y = 2.280\ k.,$$

Para el cálculo anterior, se necesitaba del funicular que a la vez nos representa también el diagrama de momentos. En éste haremos las modificaciones correspondientes a carga repartida. Por los extremos de las zonas cargadas, se bajan verticales que cortan al funicular en dos puntos que

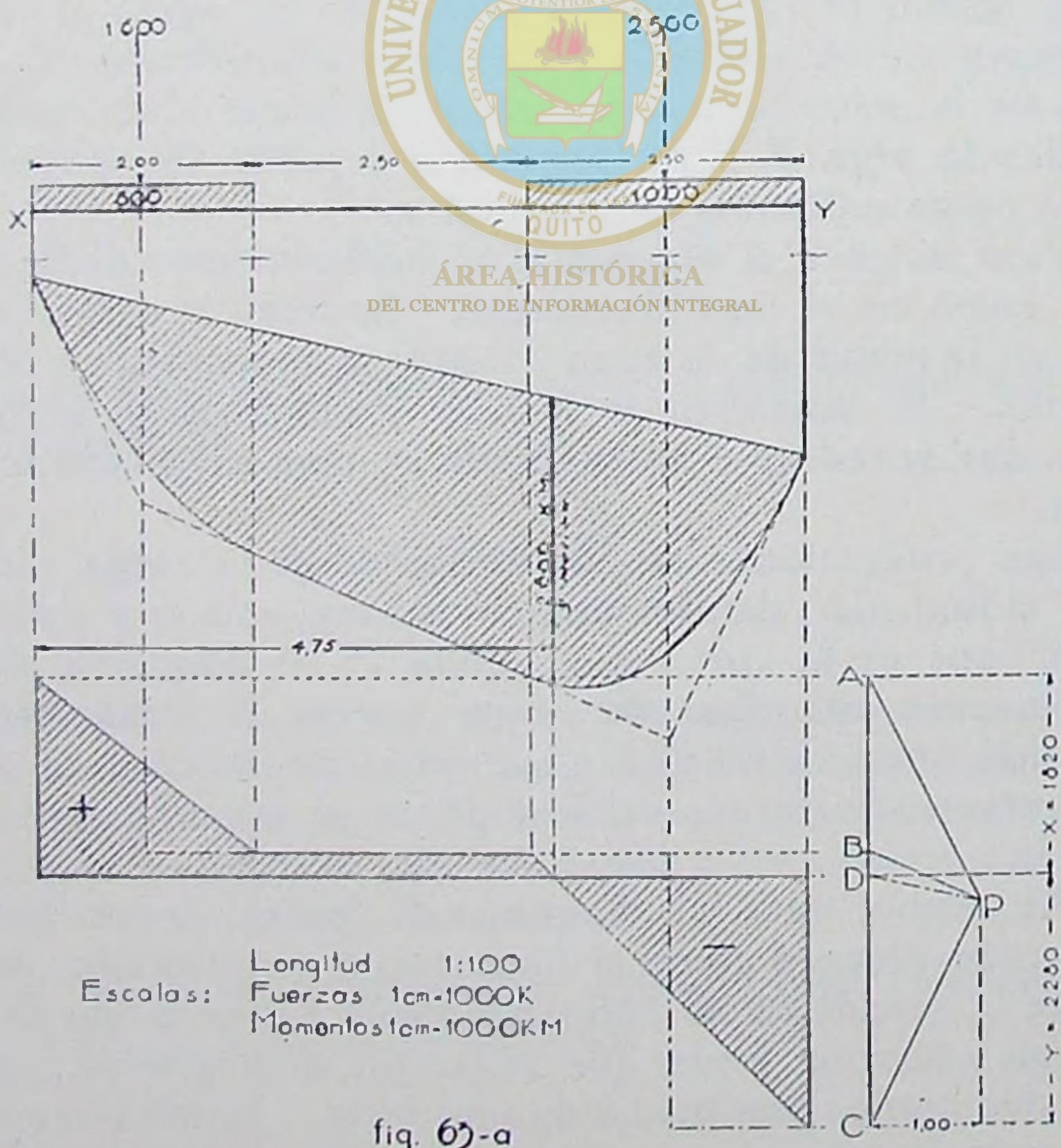


fig. 63-a

UNIVERSIDAD CENTRAL DEL ECUADOR
QUITO
ÁREA HISTÓRICA
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

son los de tangencia de la parábola. La curva deberá estar comprendida entre estos dos puntos; tal como claramente se ve en la fig. 63 a.

Así queda completamente definida el área de momentos, la que está sombreada.

El momento máximo se encuentra sobre la vertical trazada por el punto donde el esfuerzo cortante pasa por cero, que ocurre a los 4,75 m. del apoyo izquierdo y su valor es $\mathcal{M} = 2.600$ km.

El diagrama de los esfuerzos cortantes se han trazado por los métodos conocidos, con ayuda del dinámico que se le sitúa en lugar conveniente.

El esfuerzo cortante máximo, se presenta en el apoyo derecho y cuyo valor es de 2.280 k., igual al valor de la reacción de este apoyo, y es de signo negativo.

66.—*Caso en que la carga no está repartida uniformemente, sino que va aumentando sucesivamente de un punto de valor de cero a otro de valor máximo.*

Estas cargas se presentan cuando se trata de la presión de tierra o cualquier otro material pulverulento.

Sea una viga de 8 m. de luz y soporta arena en talud natural de 3:1.

Distan entre sí las vigas de 0,80 m. La densidad de las tierras es de 1,60. Encontrar los diagramas de momentos de flexión y esfuerzos cortantes, fig. 63 b.

La repartición de las cargas se indica en la figura, por el triángulo VXY. Los demás datos numéricos constan en la figura.

El peso total que gravita sobre la viga es:

$$\frac{2,67 \times 8}{2} \times 0.80 \times 1.600 = 13.670 \text{ kilos.}$$

Como no es uniformemente repartida la carga, se divide el triángulo VXY en fajas estrechas; para concretar ideas hemos dividido en 8 fajas de 1 m. de ancho. Cada una de estas figuras así descompuestas son trapecios y la última un triángulo.

Se averigua las áreas de estos trapecios y luego multiplicando por la densidad se encuentra el peso. Entonces se

determina los centros de gravedad, por medio de los métodos indicados en las págs. 31 y 32.

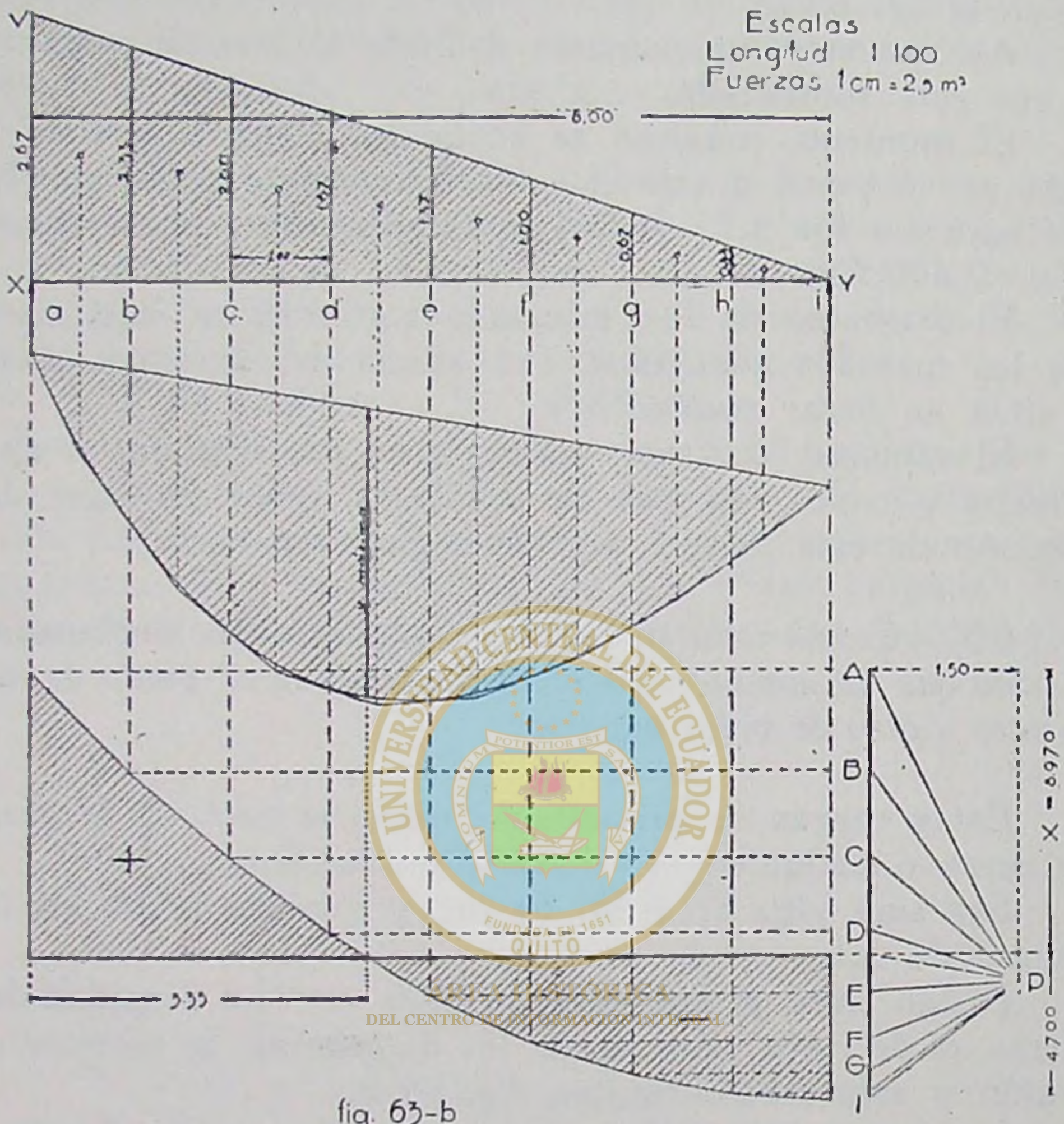


fig. 63-b

En estos centros de gravedad actúan los pesos correspondientes a cada trapecio.

En el caso presente, para simplificar los cálculos, hemos hecho igual a la base media respectiva; puesto que tienen la misma altura y profundidad.

Con estas bases medias hemos trazado el dinámico AB.....I y el funicular de polo P. La distancia polar es de 1,5 m.

La paralela al lado de cierre, trazada por P nos determina las reacciones,

$$X = 8{,}970 \text{ k.}; \qquad Y = 4.700 \text{ k.}$$

Después se hacen las modificaciones del funicular para carga repartida; que en este caso el área de momentos está limitada por una parábola cúbica.

El diagrama de los esfuerzos cortantes se construye proyectando las divisiones de la carga hasta que se corten con las horizontales trazadas por los extremos de los pesos del dinámico. La figura explica muy bien por sí misma.

La línea que limita el diagrama de los esfuerzos cortantes es una parábola cuadrática.

El momento máximo de flexión se encuentra, sobre la vertical trazada por el punto donde el esfuerzo cortante se anula. Este punto dista del apoyo izquierdo 3,25 m.

La ordenada máxima mide 28 m/m. Como la escala del dinámico es 1 centímetro por 2,5 metros cuadrados, tendremos:

$$I = 2{,}8 \times 2{,}5 = 7{,}00 \text{ m}^2.$$

luego el momento máximo vale:

ÁREA HISTÓRICA
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

$$\mathcal{M} = 7 \times 0{,}8 \times 1.600 \times 1{,}50 = 13.440 \text{ km.}$$

El esfuerzo cortante máximo ocurre en los apoyos y es igual a las magnitudes de las reacciones de los apoyos, con su signo respectivo: es positiva el área que está sobre la horizontal y negativo la que está bajo esta línea.

67.—5°. *Momentos de flexión y esfuerzos cortantes para una viga saliḍiza en ambos extremos y sometida a cargas concentradas.*

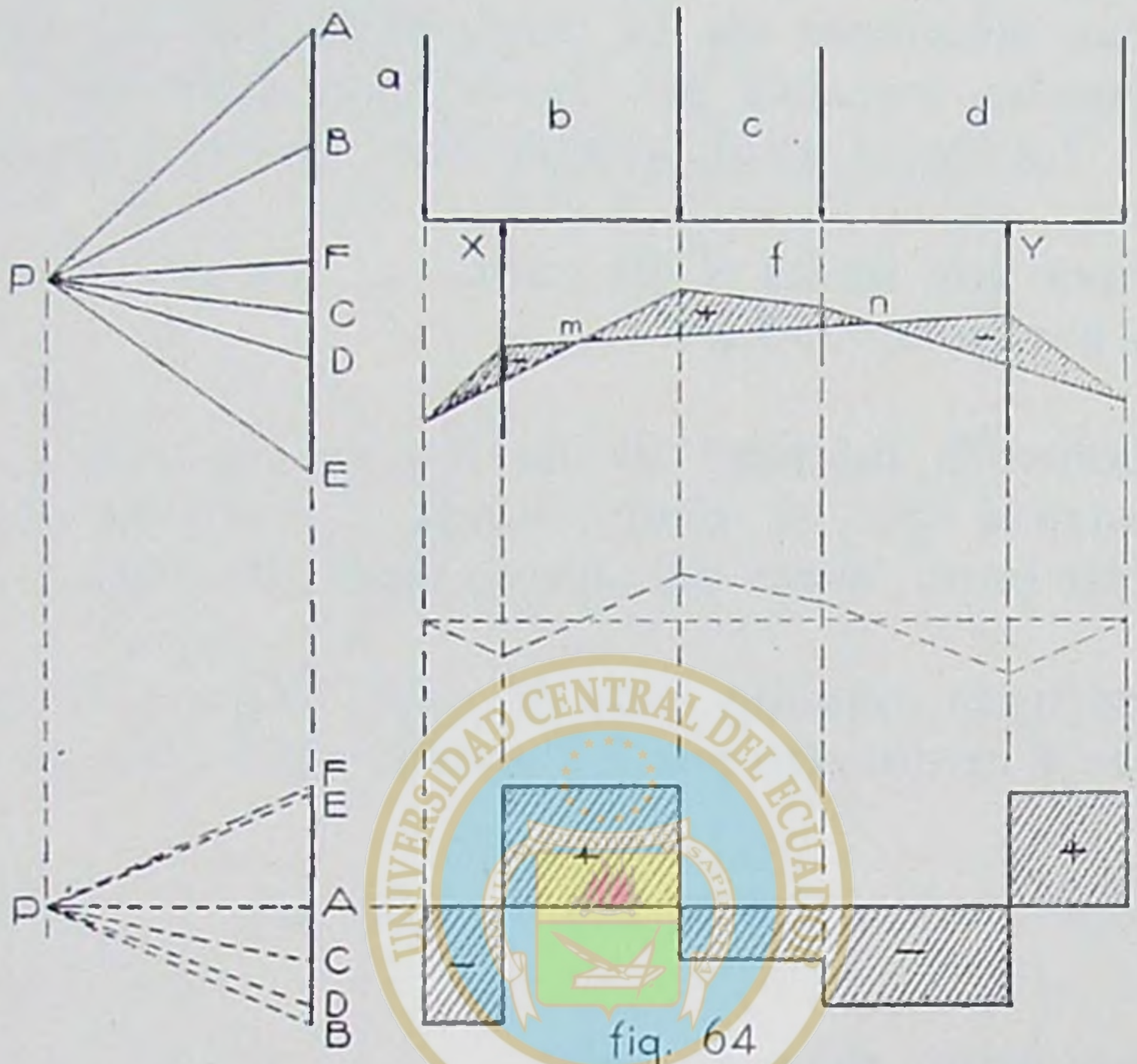


fig. 64

UNIVERSIDAD CENTRAL DEL ECUADOR
FUNDADA EN 1651
QUITO
ÁREA HISTÓRICA
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

Sea la viga XY, en la que actúan las cuatro fuerzas representadas en la fig. 64.

La primera fuerza *ab* y la última *de*, están aplicadas en los extremos volados de la viga.

Las intersecciones del primero y último lado del funicular con la vertical de los apoyos, determinan el lado de cierre, y una paralela a esta línea por el polo nos dá las magnitudes de las reacciones X y Y.

El diagrama de los esfuerzos cortantes se traza, llevando, a partir de una línea horizontal la magnitud de la primera fuerza, la *ab,* hacia bajo, o sea en el sentido de la fuerza, de allí una horizontal hasta la línea de la reacción y de este punto, hacia arriba, la magnitud de la reacción X, y así sucesivamente.

El diagrama de los momentos de flexión, está hecho, con el trazado del funicular y su lado de cierre, que forman tres áreas diferentes; que se interpreta diciendo que el área que

está bajo el lado de cierre los momentos son negativos; en el caso contrario, los momentos son positivos. Pero como las áreas del funicular pueden cambiar, las de arriba poniéndose bajo la línea de cierre y recíprocamente, con sólo cambiar el polo P, situándolo al otro lado del dinámico, vale más analizar así:

Los esfuerzos cortantes cambian de signo, tanto en los apoyos, como bajo la fuerza *bc* y según lo establecido antes, se deduce que hay tres momentos máximos. En cualquier punto de la viga, a la izquierda del apoyo X, la resultante de las fuerzas exteriores (esfuerzo cortante), está dirigida hacia abajo y actúa a la izquierda del apoyo; engendra, pues, un momento negativo. En los puntos de la viga, comprendidos en la región entre X y *m*, la resultante tiene su punto de aplicación a la derecha y está dirigida hacia arriba; luego también engendra un momento negativo.

En los puntos *m* y *n* no hay momento: por esto se les llama puntos de momento nulo. La deformación de la viga cambia en estos puntos, razón por la cual también se les llama a estos puntos, de inflexión.

El área que está entre los puntos *m* y *n*, los momentos son positivos.

En la figura 64, se ha trazado en líneas de puntos el funicular con el lado de cierre horizontal: para esto, se dibuja el dinámico trasladando las fuerzas en el orden que se las encuentra: de suerte que después de *ab*, se traza la reacción X, en su propio sentido y así con las demás; la distancia polar se hace también igual a la primera.

Mas simple es, a partir de una línea horizontal, trasladar las ordenadas del diagrama de momentos en las respectivas líneas de acción de las fuerzas y después se une los extremos y se tiene un diagrama idéntico al trazado con líneas de puntos en la fig. 64.

68.—*Diagrama de los momentos de flexión y esfuerzos cortantes para una viga salidiza en ambos extremos y con carga uniforme.*

1°. Caso.—La parte salidiza de la viga es igual en ambos extremos y mide 2 m.; la longitud entre apoyos es de 5 m.; la carga uniforme es de 500 kilos por metro.

Por la simetría de la carga, respecto de la mitad de la viga, las reacciones X y Y son iguales, cada una soporta la mitad de la carga total.

Debemos considerar separadamente las cargas repartidas sobre las partes UX, XY y YV. Las intensidades de las cargas son evidentemente proporcionales a la longitud de cada una de estas partes.

Habiendo así determinado las intensidades de cada una de las fuerzas, que consideraremos por lo pronto aplicadas en la mitad de cada una de las regiones, construyamos el dinámico, tomando el polo P sobre una horizontal. Del punto A de esta horizontal se lleva la fuerza A-B igual a 1.000 kilos, porque la carga repartida tiene una intensidad de 500 kilos por metro y como tiene 2 metros de largo dá 1.000. A partir del punto B se lleva la magnitud de la reacción en X = CB igual a 2.250 kilos, que es la mitad de la carga total. Del punto C la magnitud C D igual a 2.500 kilos, que es la carga sobre la parte intermedia. De D la magnitud de la reacción Y = D E igual a 2.250 kilos. Y por fin la fuerza E A, magnitud de la tercera porción e igual a 1.000 kilos, que cierra el dinámico.

Se construye el funicular *hijkl;* teniendo cuidado de trazar estos lados paralelos al respectivo radio polar; fijándonos el orden en que colocamos las fuerzas en el dinámico.

Pero como la carga que lleva la viga, es uniformemente repartida, hay que hacer las modificaciones convenientes en el funicular.

A cada una de las tres porciones en que está dividida la viga, por las verticales de los apoyos, corresponde una parábola, tangente en los puntos que las limitan. Los puntos *m* y *i,* para la parábola que corresponde a la sección U X. Para la sección simétrica los puntos *k* y *n.*

Para la región intermedia los puntos *i* y *k* son los puntos de tangencia.

Se puede también proceder de otra manera: Para lo cual se traza primero el diagrama de los momentos de flexión para la region intermedia X Y, con prescindencia de las dos partes voladas, para carga uniformemente repartida y se obtiene el área encerrada dentro de la parábola *i" o' k'* (fig. 65).

Luego se pone el valor del momento que la carga sobre la viga salidiza ejerce sobre el apoyo, que es igual $pl^2/2$; en la que *p* es la carga uniforme por unidad y *l* es la longitud de

la parte salidiza. Las dos partes salidizas son iguales, los momentos serán también iguales y cuyo valor es de 1.000 km. Este valor se traslada a escala a partir de los puntos *i'* y *k'* y así se tiene los puntos *h'* y *l'*; se une estos puntos por una línea; entonces se trazan los arcos de parábolas *l'n'* y *h'm'*. Las áreas sombreadas son las que repesentan el diagrama de los momentos de flexión para este caso de carga.

Por la simple inspección de la figura se notará que las dos áreas de momentos trazadas son iguales.

Los momentos máximos se obtienen en los dos apoyos y en el medio de la viga.

Los momentos de los apoyos son negativos y valen

$$if = i'h' = gk = k'l' = 1.000 \text{ km.}$$

En momento en la mitad de la viga es positivo y vale

$$op = o'p' = 560 \text{ km.}$$

Estos momentos hemos medido con la escala de momentos, en la que un centímetro equivale a 1.000 km.

Para la construcción del área representativa de los esfuerzos cortantes, se hace, lo que hemos dicho antes por analogía en casos de carga uniformemente repartida.

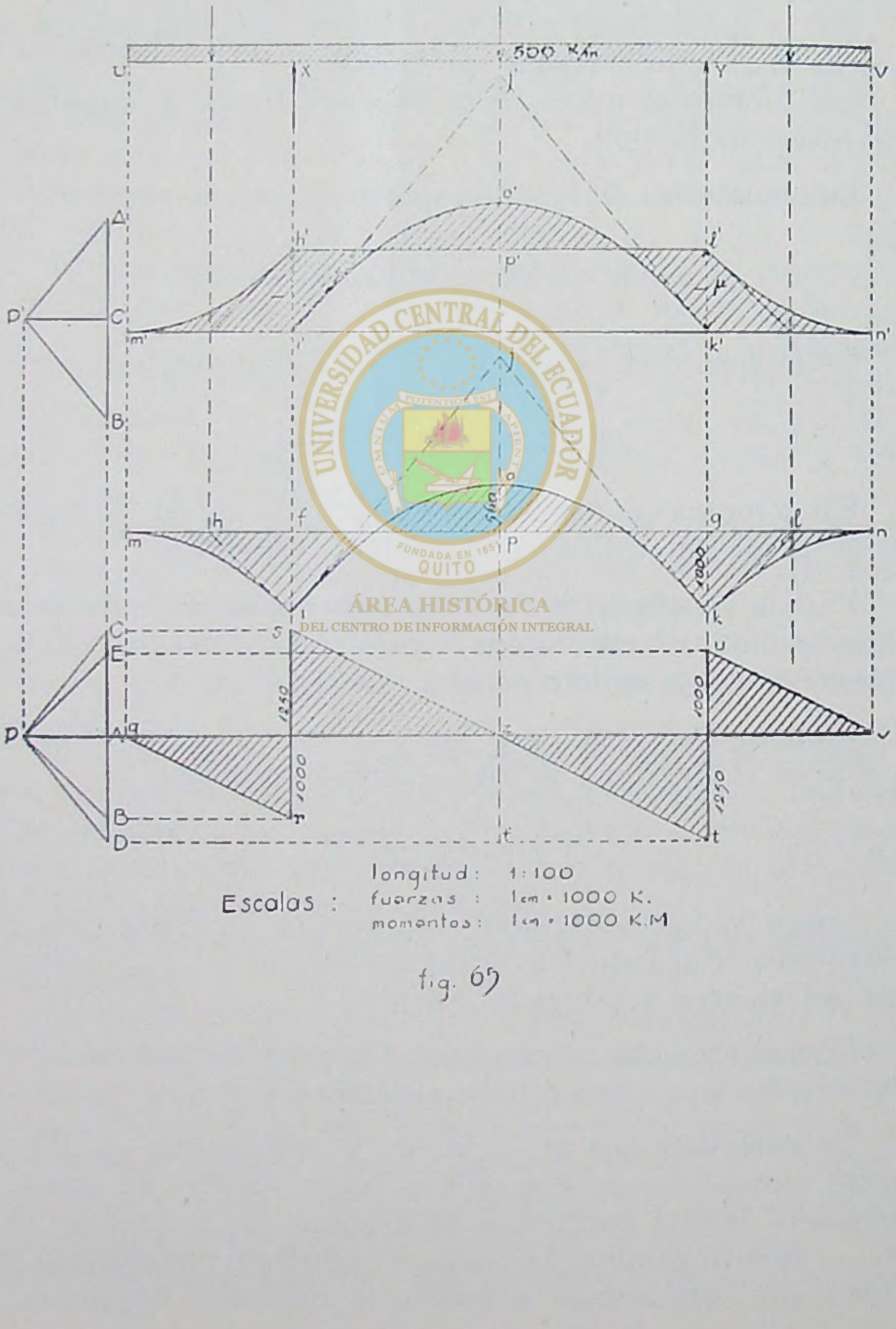
Primero trazamos para las tres fuerzas concentradas y se obtiene el diagrama de los esfuerzos cortantes

q' r' rss' t' tuu' v'.

Luego se hace las modificaciones que corresponde a carga uniforme, trazando las líneas *q — r*, *s — t* y *u — v*. Se tiene así el área sombreada *qrsztuv*.

Como antes, las áreas que están sobre la horizontal son positivas; las que están debajo negativas.

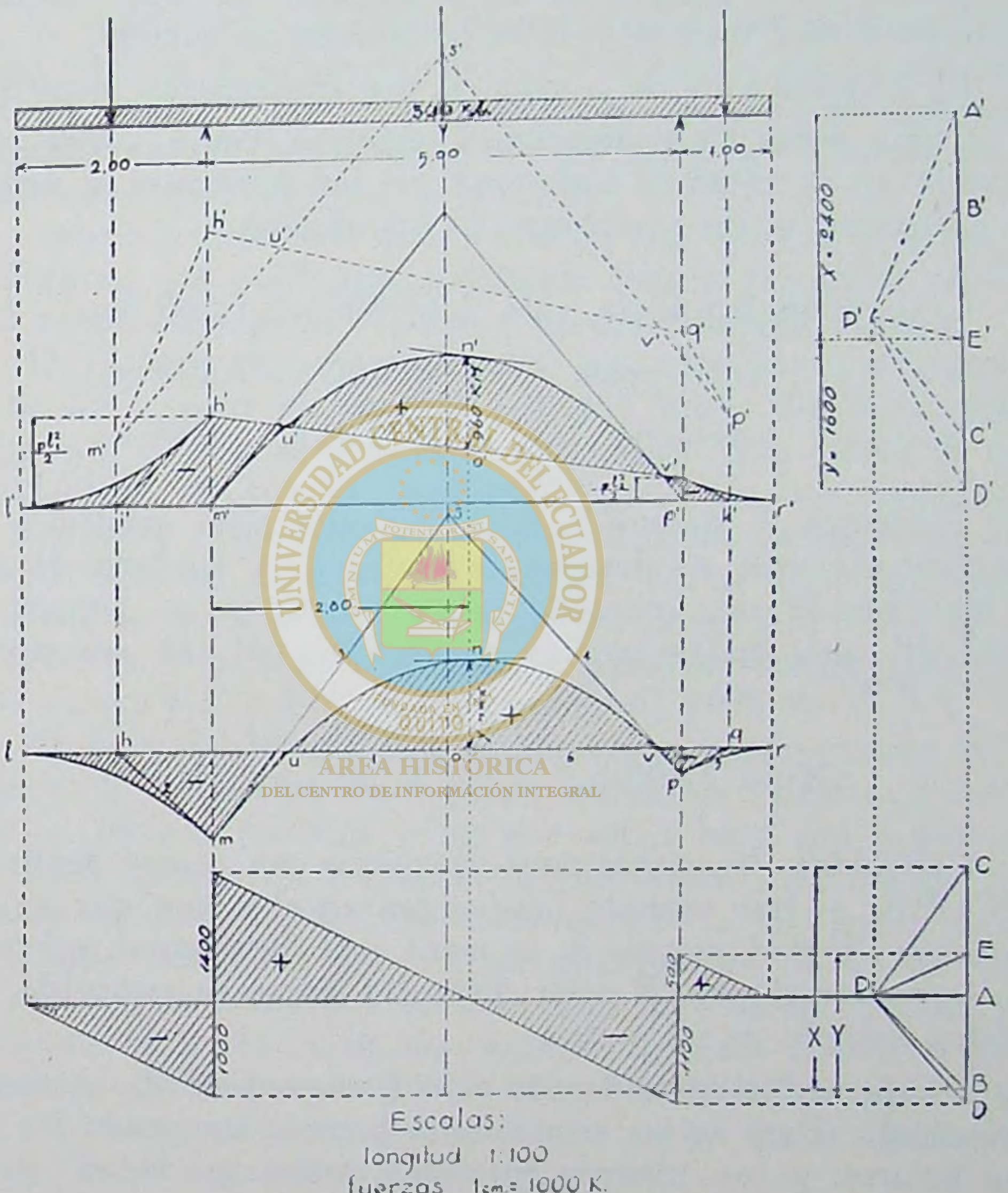
Se observará que en el punto *z*, el diagrama de los esfuerzos cortantes pasa por cero y luego cambia de signo; la proyección de este punto nos dá el punto del momento máximo. También cambia de signo, el esfuerzo cortante, en los apoyos que corresponde a momentos máximos negativos.



Escalas : longitud : 1:100
fuerzas : 1cm = 1000 K.
momentos : 1cm = 1000 K.M

fig. 65

UNIVERSIDAD CENTRAL DEL ECUADOR
FUNDADA EN 1651 QUITO
ÁREA HISTÓRICA
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL



Escalas:

longitud 1:100
fuerzas 1_{cm} = 1000 K.
momentos 1_{cm} = 1000 K.M

fig. 67 a

ÁREA HISTÓRICA
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

69.—2º. *Caso. La parte salidiza es desigual.*

En la fig. 65 a, consideramos así mismo, una carga repartida de 500 kilos por metro.

La luz entre apoyos es de 5 metros. La parte salidiza izquierda mide 2 metros y la de la derecha un metro.

La longitud total de la viga, es por consiguiente 8 metros.

Como antes, consideraremos primero como carga concentrada en la mitad de cada una de las porciones y vamos así a determinar las reacciones de los apoyos.

La porción izquierda vale $2 \times 500 = 1.000$ k.
» » intermedia » $5 \times 500 = 2.500$ k.
» » derecha » $1 \times 500 = 500$ k.

Tracemos el dinámico A'B'C'D' con polo arbitrario P' y el funicular que se desprende *h'm's'p'q'* y su lado de cierre *h'q'*; por P' una paralela a esta línea y se obtiene el punto E' que determina las magnitudes de las reacciones D'E' y E'A', o sea:

$$X = 2.400 \text{ k.}; \qquad Y = 1.600 \text{ k.}$$

ÁREA HISTÓRICA
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

Conocidas las reacciones tracemos un nuevo dinámico ABCDEA, se han tomado las fuerzas en el orden que se encuentran. Por el origen A, se traza una horizontal, sobre la que tomamos el polo P cuya distancia polar es conocida, en nuestro ejemplo es un metro.

Dibujemos el funicular de polo P cuyo lado de cierre es horizontal. Para evitar confusiones hemos numerado los radios polares y los mismos números tienen los lados correspondientes del funicular. Este es el *lhmspqr.*

Ahora hagamos las modificaciones en el funicular, ultimamente trazado, para carga uniformemente repartida; para esto tracemos los arcos de parábola, bajo cada una de las porciones en que se ha dividido la viga: la parábola *lm* para la porción de dos metros y tangente en estos puntos; la parábola *mnp*, para la región intermedia y tangente en *m* y *p;* y la parábola *pr* para la porción izquierda y tangente en los puntos *p* y *r.*

El área sombreada será el diagrama representativo de los momentos de flexión para una viga con extremos salidizos y con carga uniformemente repartida.

Las áreas que están sobre el lado de cierre del funicular son positivas, las que están bajo negativas.

Se puede también proceder como en el caso primero: Trazando primero la parábola sólo para la región intermedia, con exclusión de las porciones salidizas, para carga uniforme. Se tiene entonces la parábola *m'n'p'*; pues la ordenada en la mitad tiene que ser igual a $pl^2/8$.

Determinemos los momentos en los apoyos a causa de la carga en las porciones salidizas; tienen por valor $pl_1^2/2$ y $pl_2^2/2$ para la izquierda y para la derecha respectivamente.

Con los valores numéricos nos dá para el primero 1.000 km.; para el segundo es 250 km. Se lleva sobre la vertical de los apoyos estas magnitudes a la escala de momentos y se obtiene los puntos *h'* y *v'*. Se une estos puntos con una recta, pues los momentos no cambian en esta región; entonces se trazan las líneas *h'i''* y *v'k'*. Se trazan los arcos de parábolas tangentes a las líneas *l'i''* y *h'i''* en los puntos *l'* y *h'* para la izquierda; y para la derecha tangentes a las líneas *v'k'* y *k'r'* en los puntos *v'* y *r'*.

El área sombreada será el diagrama representativo de los momentos de flexión para carga uniforme. El área sobre el lado de cierre es positiva y las que están bajo son negativas.

El diagrama de los esfuerzos cortantes se traza de una manera semejante a los casos anteriores: se proyecta el dinámico, que nos sirvió para trazar el diagrama de los momentos de flexión, hasta que corte a cada una de las fuerzas que actúan sobre la viga y en sus respectivas líneas de acción para cargas concentradas; luego se hace las modificaciones para cargar uniformes como hemos hecho ya en otros casos. El gráfico explica por sí mismo el proceso.

Los momentos máximos ocurren en tres puntos: en los dos apoyos y en un punto más o menos intermedio entre éstos. Se observa en los diagramas, que cambia el punto del momento máximo a medida que una de las porciones salidizas es más grande que la otra. Es por esto que el momento máximo no está en la mitad de la viga; sino en un punto donde la parábola tiene la tangente paralela al lado de cierre *lr o h'v'*. En el caso presente, está a 2,80 m. del apoyo izquierdo, y vale:

$$\mathcal{M} = \text{on} \times \Delta = 960 \times 1 = 960 \text{ km.}$$

La una magnitud a la escalas de las fuerzas y la otra a la de las longitudes; pero en nuestro caso, la distancia polar es igual a la unidad, será suficiente medir las ordenadas a la escala de las fuerzas, que es también la escala de momentos.

Otra manera de obtener el punto de momento máximo es el de proyectar el punto donde el esfuerzo cortante es nulo: en efecto, en la fig. 65 a, sobre la misma línea de esfuerzo cortante nulo, está el momento máximo.

Así mismo los momentos máximos negativos, corresponde donde el esfuerzo cortante cambia de signo, o sea en la región de los apoyos.

El esfuerzo cortante máximo ocurre en los apoyos. Midamos las ordenadas del diagrama a la escala de las fuerzas:

Para el apoyo izquierdo dá:

antes del apoyo $C = -1.000$ k.

después del apoyo $C = +1.400$ k.

Para el apoyo derecho:

antes del apoyo $C = -1.100$ k.

después del apoyo $C = +500$ k.

Verifiquemos los trazados anteriores por medio de las fórmulas que nos dá la Resistencia de Materiales:
el momento máximo entre los apoyos es:

$$\mathcal{M}\,m = \frac{p}{8}\left[\frac{l^2 - l_2^{\,2} + l_1^{\,2}}{l}\right]^2 - \frac{p\,l_1^{\,2}}{2} = \frac{500}{8}\left[\frac{5^2 - 1^2 + 2^2}{5}\right]^2 -$$

$$- \frac{500 \times 2^2}{2} = 960 \text{ k.m.}$$

y está a una distancia del apoyo izquierdo de:

$$x = \frac{l^2 - l_2^2 + l_1^2}{2\,l} = \frac{25 - 1 + 4}{10} = 2{,}80 \text{ m.}$$

que está de acuerdo con los resultados anteriores.

70.—4º. *Momentos de flexión y esfuerzos cortantes para una viga cantiliver; o lo que es lo mismo una viga empotrada en una extremidad y libre en la otra, con carga uniforme y luego con cargas concentradas.*

Este caso también estudiemos en conección con datos numéricos:

Sea una viga cantiliver de 3 m. de largo y lleva una carga uniformemente repartida de 100 kilos por metro; además de ésta, actúan también tres fuerzas concentradas de 130, 150 y 220 kilos a una distancia de 3, 2 y 1 metros, respectivamente, del apoyo.

Tratemos primero sólo con la carga uniforme, luego haremos los diagramas con las cargas concentradas, fig. 66.

Tracemos el dinámico y el funicular correspondiente a la carga uniforme; para lo cual dividiremos la viga en 4 o más partes iguales; sea cada división de 0.75 m., y supondremos concentrada en la mitad de cada una de estas divisiones, un peso de $0{,}75 \times 100 = 75$ k.

El funicular de estas fuerzas y de polo P es el *ab;* por conveniencia se toma P sobre una horizontal y de distancia polar conocida, sea en el ejemplo $\Delta = 2$ m. Como se sabe el verdadero diagrama de los momentos de flexión es una parábola para carga uniforme, el funicular encontrado está circunscrito a la curva y los puntos de tangencia son *a* y *b;* las intersecciones de las verticales de los puntos de división con el funicular son puntos de la curva.

En la práctica, la parábola difiere muy poco del funicular y es inútil de trazarla, siempre que las divisiones sean suficientemente numerosas. De lo contrario será mejor dibujar la parábola, para tener resultados exactos.

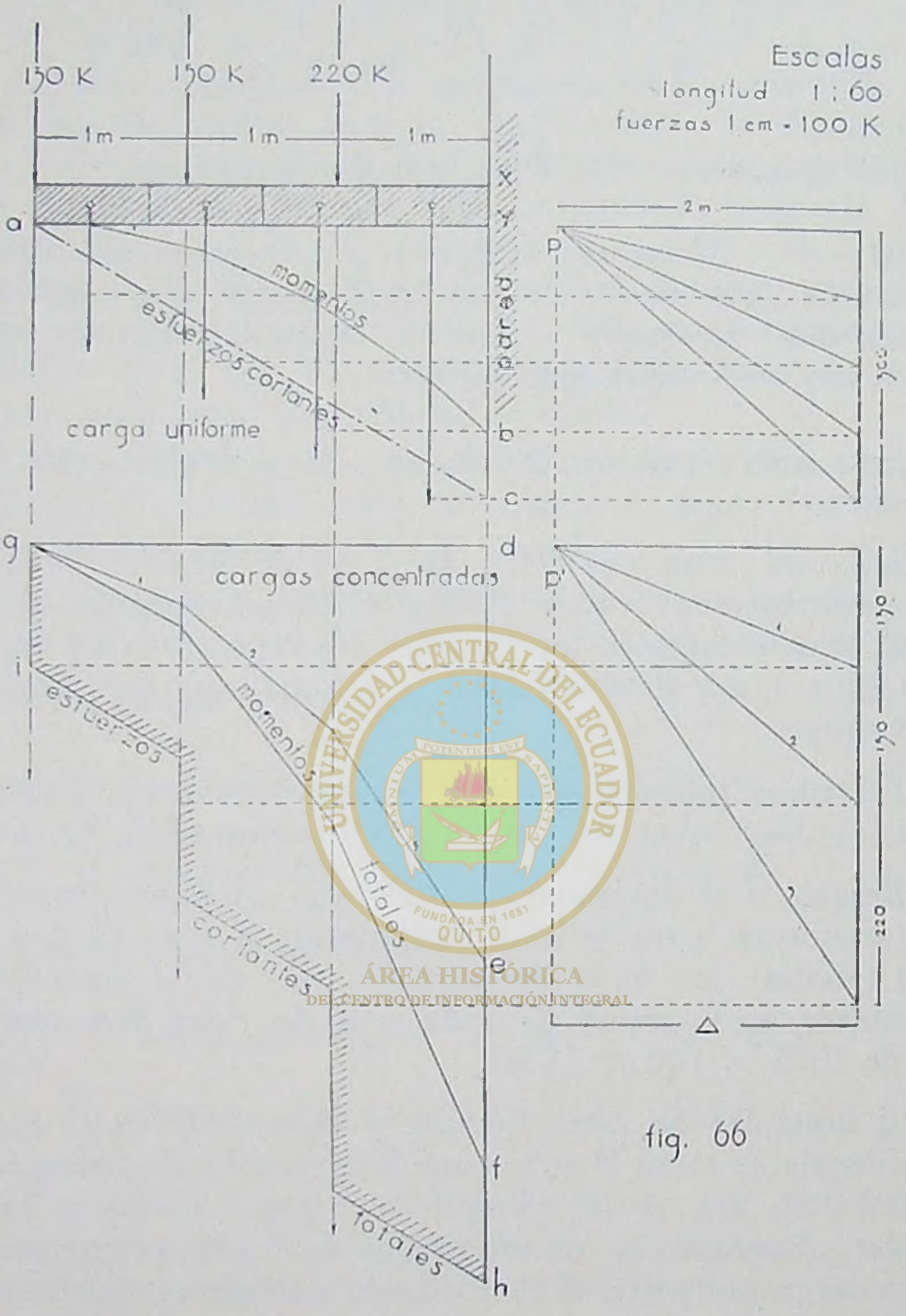


fig. 66

Tenemos por la inspección de la fig. 66, que el máximo de los momentos ocurre en el apoyo XY y vale:

$$\mathcal{M}m = Yb \times \Delta = 225 \times 2 = 450 \text{ Kgm.}$$

Yb se mide a la escala de las fuerzas y Δ al de las longitudes. Por cálculos tenemos que el momento máximo es:

$$\mathcal{M}m = - \frac{p\ l^2}{2} = - \frac{100 \times 3^2}{2} = - 450 \text{ Kgm.}$$

Sabemos que el diagrama del esfuerzo cortante para carga uniforme, está limitado por una línea recta; puesto que la expresión es:

$$C = - px$$

y el máximo vale

$$C = - pl$$

Esta línea recta se obtiene proyectando las magnitudes de cada una de las fuerzas del dinámico sobre las verticales de los puntos de división. La línea es *ac* y el área del esfuerzo cortante es *ac Y*. Por comodidad se principia el trazado del punto *a*.

Cargas concentradas. Para estas cargas se hace un dinámico especial y el funicular correspondiente, de la misma distancia polar que el anterior, Δ, (véase en la parte inferior de la fig. 66 con líneas de trazos).

El área *gde*, es el diagrama de los momentos de flexión para las cargas concentradas.

ÁREA HISTÓRICA
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

$$\mathcal{M}m = de \times \Delta = 455 \times 2 = 910 \text{ km.}$$

Para tener los momentos totales, es suficiente añadir las ordenadas correspondiente de los dos funiculares. Se obtiene así el contorno poligonal *g f*, dibujado con líneas llenas.

El momento máximo total es:

$$\mathcal{M}m = \Delta\ (Yb + de) = 2\ (225 + 455) = 1.360 \text{ km.}$$

El cálculo dá para el momento total máximo:

$$\mathcal{M}m = - \frac{p\ l^2}{2} - P_1 \times 3 - P_2 \times 2 - P_1 \times 1 =$$

$$= - \frac{100 \times 3}{3} - 130 \times 3 - 150 \times 2 - 220 \times 1 = - 1.360 \text{ km.}$$

Los esfuerzos cortantes para cargas concentradas, sabemos ya encontrar, proyectando los extremos de las fuerzas; en la figura está en línea de puntos.

El diagrama de los esfuerzos cortantes totales se obtiene haciendo la suma de las ordenadas de los dos diagramas que hemos trazado; resulta así el contorno en gradería *i h*. El esfuerzo cortante máximo es:

$$Cm = dh = 800 \text{ kilos.}$$

Se puede proceder también simultáneamente, considerando las fuerzas repartidas y las concentradas para obtener un solo diagrama de resultados totales, trazando un dinámico y un funicular. Para esto, se toma como punto de división de la carga repartida el de la línea de acción de la fuerza concentrada; aplicando en la mitad del espacio comprendido entre dos fuerzas y de magnitud proporcional a éste. Luego se procede como en los casos ordinarios.

71.—*Nota.* Frecuentemente los alumnos se preguntan ¿qué utilidad tiene este valor del momento máximo de flexión? Por eso, aunque no corresponde a nuestro estudio, daremos el uso que se hace:

El momento máximo total es 1.360 kgm. Con este valor vamos a determinar la sección transversal de la viga de madera para las condiciones del ejemplo. La resistencia práctica de la madera es 50 k/cm^2.

La conocida fórmula de la flexión es:

$$\frac{M}{R} = \frac{I}{c}$$

en la que M es el momento máximo de flexión; R la resistencia máxima admisible; I el momento de inercia de la sección transversal; *c* la distancia de la fibra más remota.

Sustituyendo valores tenemos:

$$\frac{M}{R} = \frac{I}{c} = \frac{1.360}{50 \times 10^4} = 0{,}00272$$

que es el valor del módulo de resistencia de la viga.

ÁREA HISTÓRICA DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

Hay una infinidad de secciones que pueden corresponder a este valor, por esto es necesario fijar la forma y la altura de la viga para determinar el problema.

Si suponemos, después de las consideraciones de la construcción, que la viga puede estar formada por una sección rectangular, en la que su ancho y su alto deben estar en la proporción de 5 a 7, que es la viga más resistente; se tiene designando por h y b la altura y el ancho de la viga:

$$\frac{I}{c} = \frac{b\,h^2}{6} = 0{,}00272$$

y como $b = \frac{5}{7}h$, reemplazando se tiene:

$$\frac{5 \times h \times h^2}{7 \times 6} = \frac{5\,h^3}{42} = 0{,}00272$$

de donde $h = \sqrt[3]{0{,}00285} = 0{,}14$ m.

$$y \quad b = \frac{5}{7}h = \frac{5 \times 0{,}14}{7} = 0{,}10 \text{ m.}$$

ÁREA HISTÓRICA
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

Ahora se necesita verificar si la resistencia de la sección es suficiente para el esfuerzo cortante.

Se tiene:

$$Cm = -(300 + 130 + 150 + 220) = -800 \text{ kilos}$$

en efecto en el diagrama del esfuerzo cortante da:

$$Cm = dh = -800 \text{ kilos.}$$

Si se admite, aproximadamente, que este esfuerzo se reparte igualmente en la sección transversal, se encuentra

$$c = \frac{C}{A} = \frac{800}{0.14 \times 0.10} = 57.142 \text{ k/m}^2.$$

o sea $$c = 5,7 \text{ k/cm}^2.$$

Como este valor es muy pequeño, no hay necesidad de aplicar la fórmula exacta y se puede contentarse con esta aproximación, que la viga resiste con exceso.

72.—*Momentos de flexión y esfuerzos cortantes para una viga con carga uniforme y concentrada a la vez.*

En la mayor parte de los problemas que se presentan en la construcción, las cargas se componen de repartidas uniformemente y aisladas. Por lo cual analicemos el siguiente caso:

Sea una viga XY en la que reposan las dos cargas concentradas *ab* y *cd;* además también actúa una carga uniformemente repartida sobre la región *mo* de la viga, de intensidad *p* por metro lineal, fig. 67.

Como en la región que se aplica *cd* está también la carga uniforme, no podremos reemplazar a ésta con una sola fuerza equivalente; sino dividir en zonas limitadas por cada fuerza concentrada, así: primero la zona *mn,* que no tiene ninguna otra fuerza, la reemplazamos por la *bc* aplicada en la mitad y proporcional a esta longitud. Después viene la fuerza concentrada *cd,* y de aquí consideramos la zona *no,* que no tiene ninguna otra fuerza, esta región *no* se reemplaza por la fuerza *de,* que actúa asimismo en su mitad y proporcional a la longitud *no.*

Con estas modificaciones hemos trazado el dinámico ABCDEFA y el funicular correspondiente.

Ahora hagamos en el funicular los cambios correspondientes a carga repartida: se proyecta los puntos *m* y *n* sobre el funicular ya trazado y en este lugar se dibuja un arco de parábola, tangente en *p* y *q.*

Así mismo, se proyecta la región *no* y tangente en *q* y *r,* se traza otro arco de parábola. Así queda terminado el diagrama de los momentos de flexión.

Con este dinámico, es fácil trazar el diagrama de los esfuerzos cortantes, siguiendo las reglas ya conocidas. Después se hacen las modificaciones para carga repartida. Esto es fácil darse cuenta con sólo la inspeccion de la figura.

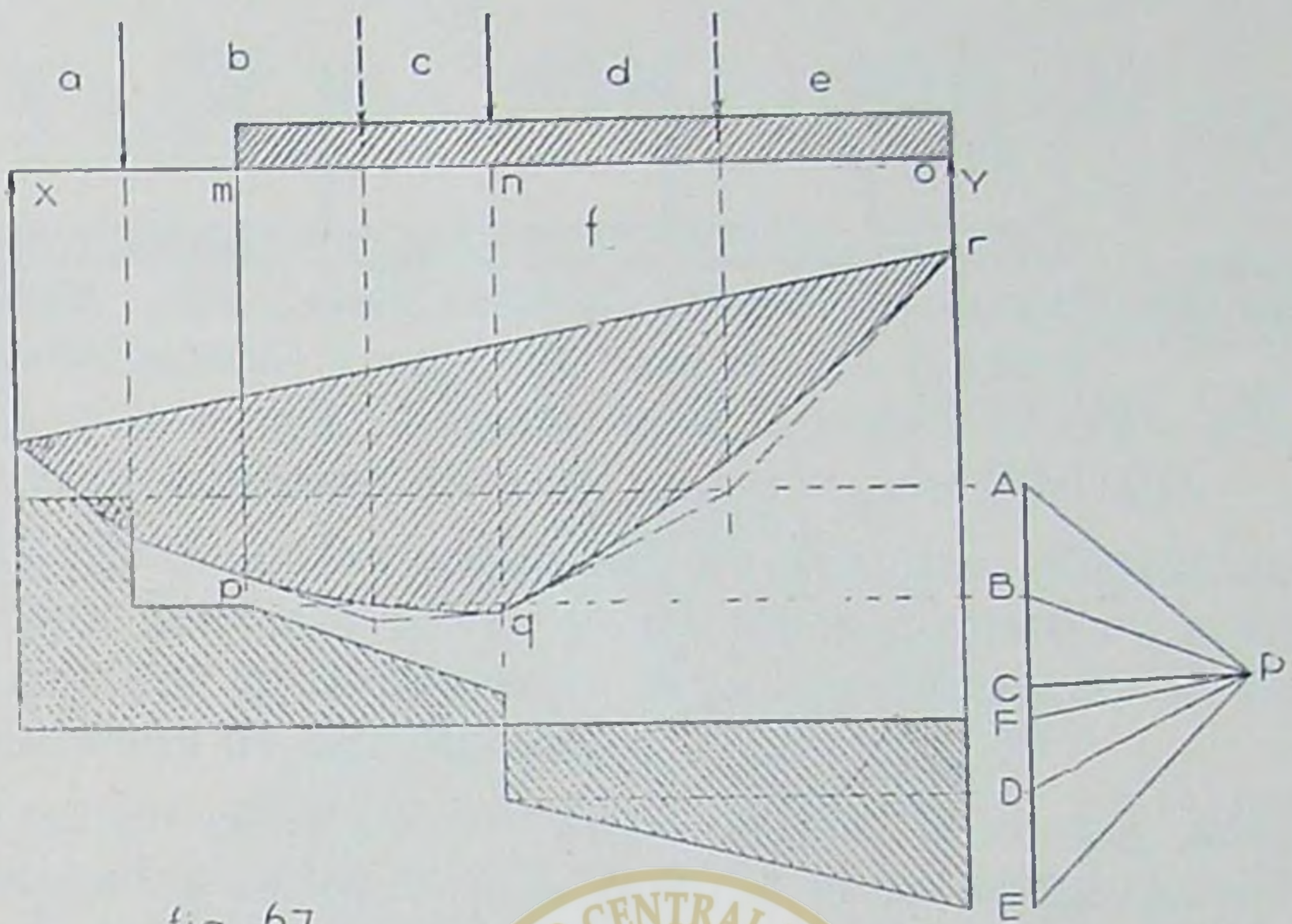


fig. 67

73.—*Aplicación. Determinar los momentos máximos de flexión y el esfuerzo cortante, para una viga de 8 m. de luz, con carga uniforme de 400 kilos por metro y una carga concentrada de 800 kilos, colocada a 3 m. del apoyo izquierdo. Luego calcular la sección transversal de la viga.*

ÁREA HISTÓRICA
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

Primero se considera a las dos zonas de cargas uniforme, separadas por la carga concentrada, como que si fueran concentradas en la mitad de estas regiones e igual al valor de la respectiva carga repartida. Así la fuerza *ab* vale 1.200 k; la *cd* = 2.000 k. fig. 67-a.

Con estas fuerzas se traza el dinámico y el funicular correspondiente (líneas de puntos). Hecho esto se hace las modificaciones en ambos diagramas para cada carga uniforme; de manera que para la primera región, del diagrama de momentos, que mide 3 m. se traza la parábola tangente a los dos lados del funicular. Lo mismo se hace para la otra región que mide 5 m.

El área comprendida entre los dos arcos de parábola y el lado de cierre es el diagrama de momentos.

El momento máximo ocurre bajo la carga concentrada; midiendo la ordenada en este punto, tiene por valor:

$$\mathcal{M}\text{m} = 4.500 \text{ k. m.}$$

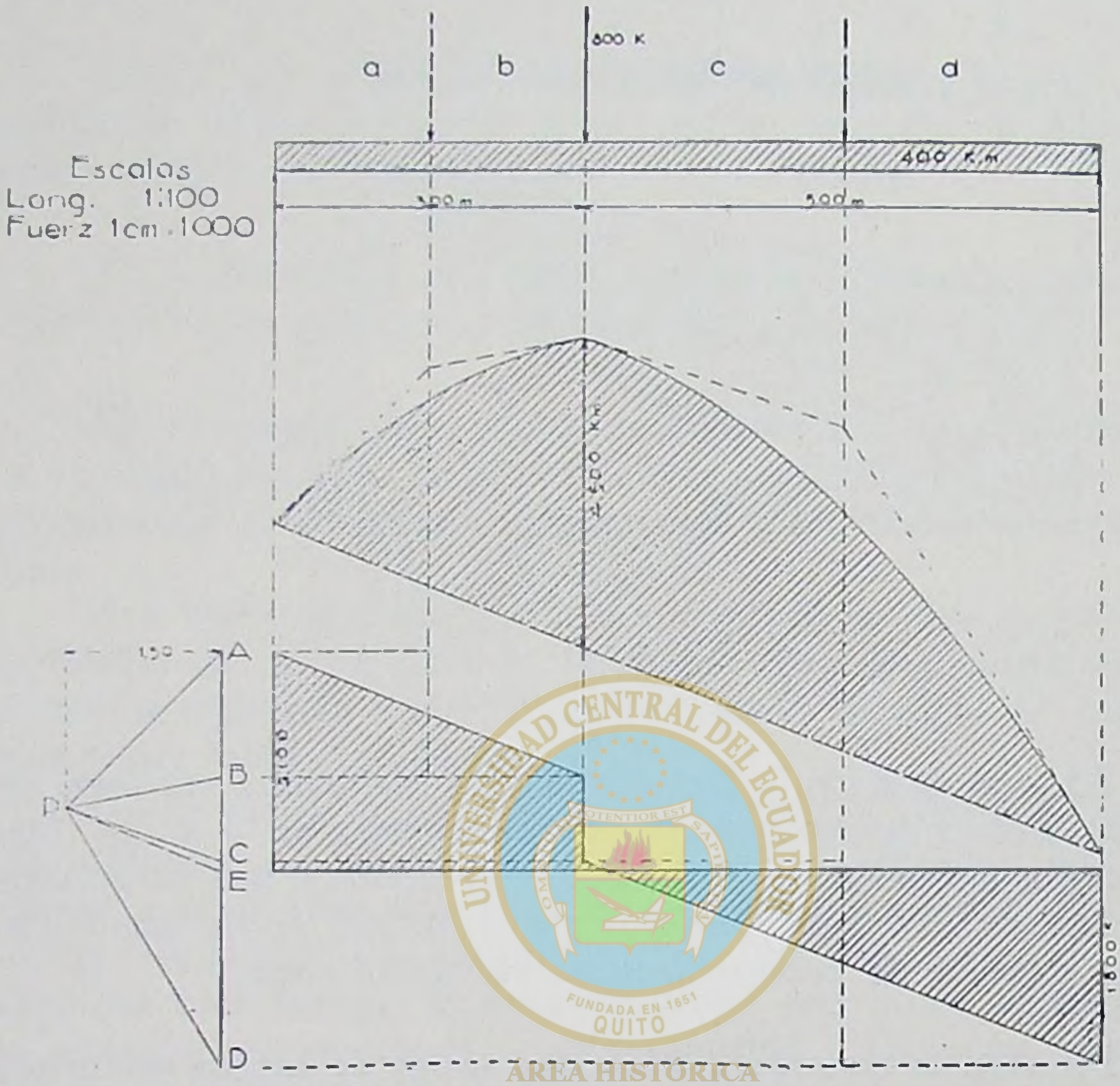


Fig 67-a

La escala de momentos es 1 cm. = 1.500 k. m.

La escala de fuerzas es 1 cm. = 1.000 k. m.

La escala de longitudes es 1 : 100 m.

El diagrama de los esfuerzos cortantes no tiene ninguna dificultad para su trazado.

El valor del momento máximo, comprobemos con la fórmula, haciendo x=3 m.

$$M = Xx - \frac{px^2}{2} = 2.100 \times 3 - \frac{400 \times 3^2}{2} = 4.500 \text{ km.}$$

La reacción se calcula, por la fórmula ya conocida:

$$X = \frac{pl}{2} + \frac{F(l - a)}{l} = \frac{400 \times 8}{2} + \frac{800\,(8 - 3)}{8} = 2.100 \text{ k.}$$

Nota.—Se puede también trazar los diagramas, dibujando separadamente para cada una de las cargas.

Para la carga uniforme será la parábola (Nº. 62) y para la carga concentrada será un triángulo (Nº. 63).

Se adicionan las ordenadas de los dos diagramas representativos, determinándose así un cierto número de puntos que se los une por medio de una curva que representa la curva de los momentos de flexión totales.

Para los esfuerzos cortantes se hace la misma adición, de las ordenadas de los dos diagramas encontrados para las dos clases de cargas.

Ahora calculemos la sección transversal de la viga para este sistema de cargas. La viga es de madera y la resistencia admisible es de 50 k/cm^2.

La conocida fórmula de la flexión es:

$$\frac{M}{R} = \frac{I}{c}$$

ÁREA HISTÓRICA
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

Sustituyendo los valores encontrados se tiene:

$$\frac{I}{c} = \frac{4.500}{50 \times 10^1} = 0.009$$

que es el valor del módulo de resistencia de la viga.

Como la viga más resistente es la que el ancho y el alto de la sección transversal están en la proporción de 5:7, se tiene:

$$\frac{I}{c} = \frac{bh^2}{6} = 0.009$$

y como $b = \frac{5}{7} h$, se tiene reemplazando este valor:

$$\frac{5h^3}{42} = 0.009$$

de donde

$$h = \sqrt[3]{\frac{42 \times 0.009}{5}} = 0,42 \text{ m.}$$

y

$$b = \frac{5}{7} h = \frac{5 \times 0,42}{7} = 0,30 \text{ m.}$$

Como estas dimensiones son un poco exageradas para conseguir una viga de tal magnitud, será mejor emplear una viga de hierro, para este caso. Las dimensiones es fácil encontrar en los manuales o en las tablas que publican los fabricantes.

74.—*Carga indirecta sobre las vigas.*

En los puentes sucede que las cargas no obran directamente sobre las vigas, sino sobre vigas secundarias o largueros que descansan por sus puntos de apoyo en la viga principal; las reacciones de los apoyos no experimentan variación alguna, pero en cambio los diagramas de momentos y esfuerzos cortantes sufren una pequeña variación.

Tracemos el dinámico y el funicular correspondiente a las cargas *ab* y *bc;* se traza el lado de cierre *d* y el radio polar respectivo que determina las reacciones de los apoyos X y Y. Entonces se proyectan los extremos de los largueros *m* y *n,* en el que actúa la carga *ab*, hasta que corte al funicular en *m'* y *n';* se une estos puntos y la paralela a esta línea trazada por el polo, divide a la fuerza *ab* en dos partes BB' y B'A: que son las presiones que trasmiten las vigas transversales a la viga principal por los puntos *m* y *n.* Análogamente se hace con la carga *bc*, se obtiene el lado *n'o'*, cuya paralela por P descompone a la fuerza en dos, que son CC' y C'B que obran directamente sobre la viga principal.

Así se obtiene el área de momentos, representada por la superficie rayada; cuyo máximo corresponde siempre a un apoyo de la viga transversal fig. 68.

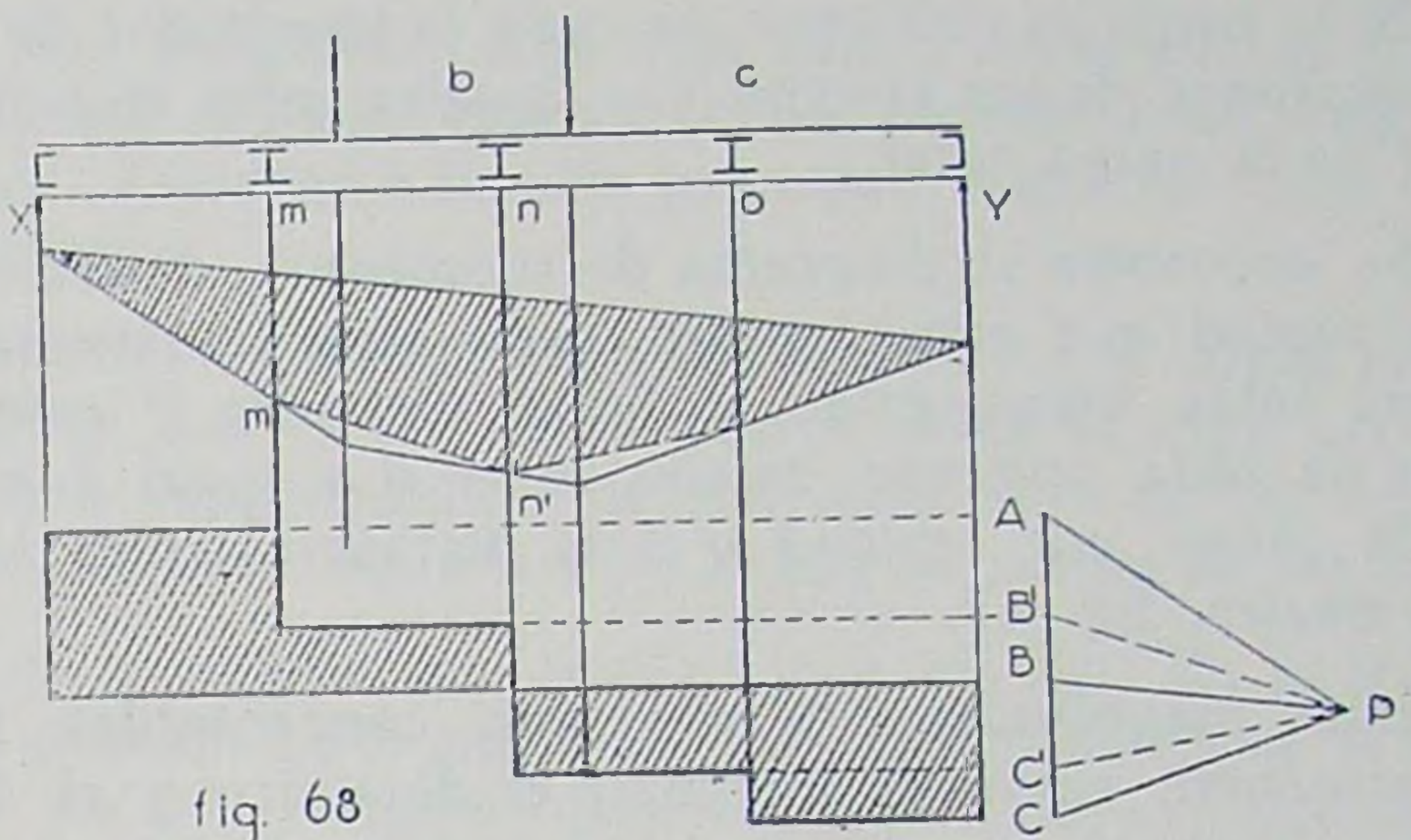


fig. 68

Por lo visto, se puede trazar de un modo muy sencillo el diagrama de momentos correspondiente a cargas indirectas: Basta trazar el dinámico y el funicular correspondiente a las cargas mediatas y unir los puntos en que encuentran al funicular, las verticales de los puntos de apoyo de los largueros; con lo cual se obtiene el funicular que limita el área de momentos.

Los esfuerzos cortantes quedan determinados por las cargas parciales que actúan en los apoyos de las vigas transversales, que se determinan directamente con el dinámico, fig. 68.

ÁREA HISTÓRICA

75.—*El mismo caso anterior pero con carga uniforme indirecta.*

Si las cargas son uniformes sobre los largueros, basta determinar las presiones en los apoyos de éstos y el problema queda reducido al anterior.

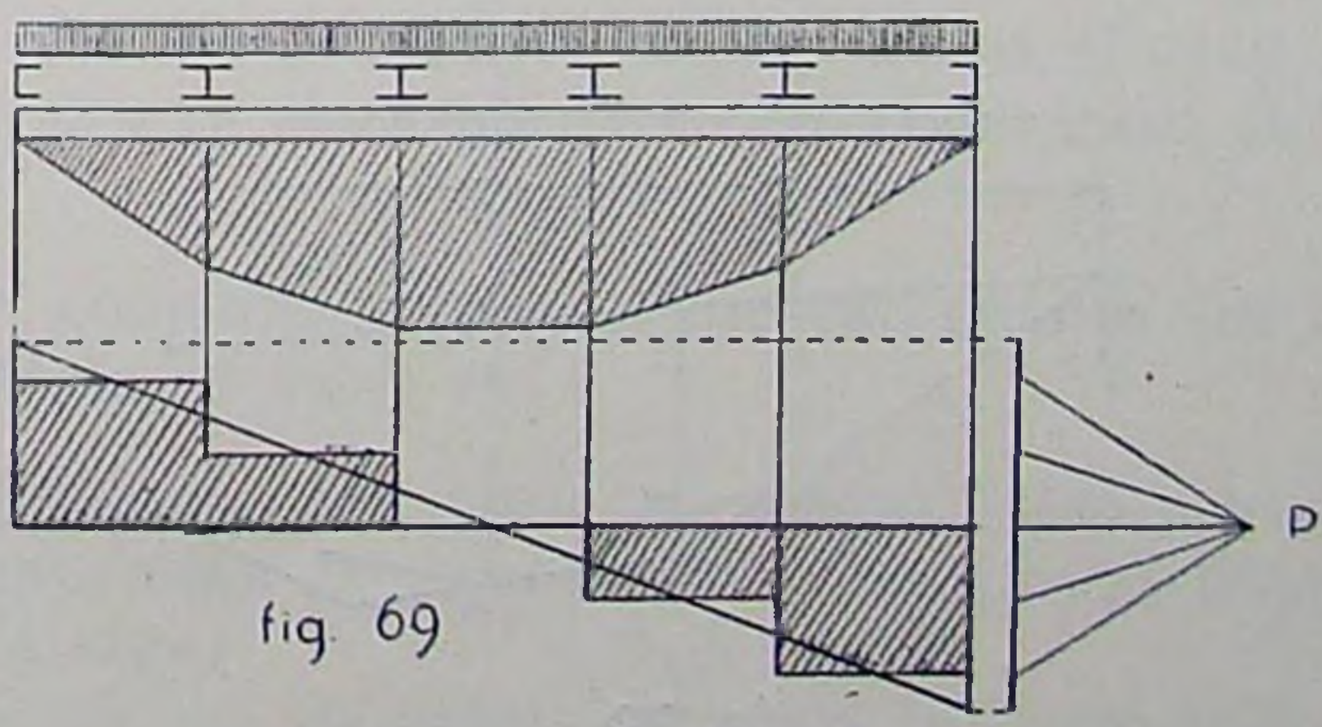


fig. 69

Si la carga es uniforme en toda la longitud *l* de la viga, las reacciones de los apoyos son iguales entre sí e igual a la mitad de la carga total.

Se encuentra el diagrama de momentos, determinando la carga parcial que actúa sobre cada viga transversal. Casi siempre estas vigas están a igual distancia y entonces las cargas de cada una son iguales entre sí e igual a $p \times a$; si p es la carga por unidad y a la distancia entre las vigas transversales, fig. 69.

Estas magnitudes $p \times a$ actúan concentradas sobre la viga principal; entonces trazando el dinámico y el funicular de estas fuerzas, se obtiene el diagrama de momentos, tal como se ha hecho en la fig. 68.

El diagrama de los esfuerzos cortantes se construye con estas mismas cargas parciales, como en la fig. 69, observando que el esfuerzo cortante es el mismo a lo largo de cada larguero.

También se puede construir el diagrama de los esfuerzos cortantes, deduciendo del que corresponde a carga uniforme directa, trazando simplemente horizontales en la intersección de las proyecciones de los puntos medios de los largueros, con la línea inclinada que limita el área de los esfuerzos cortantes para carga uniforme. Véase la fig. 69.

76.—*Influencia de la trasmisión de la carga por medio de largueros.* En la práctica las cargas se trasmiten a la viga principal por medio de largueros; sin embargo se admite frecuentemente que las ruedas de los vehículos giran directamente

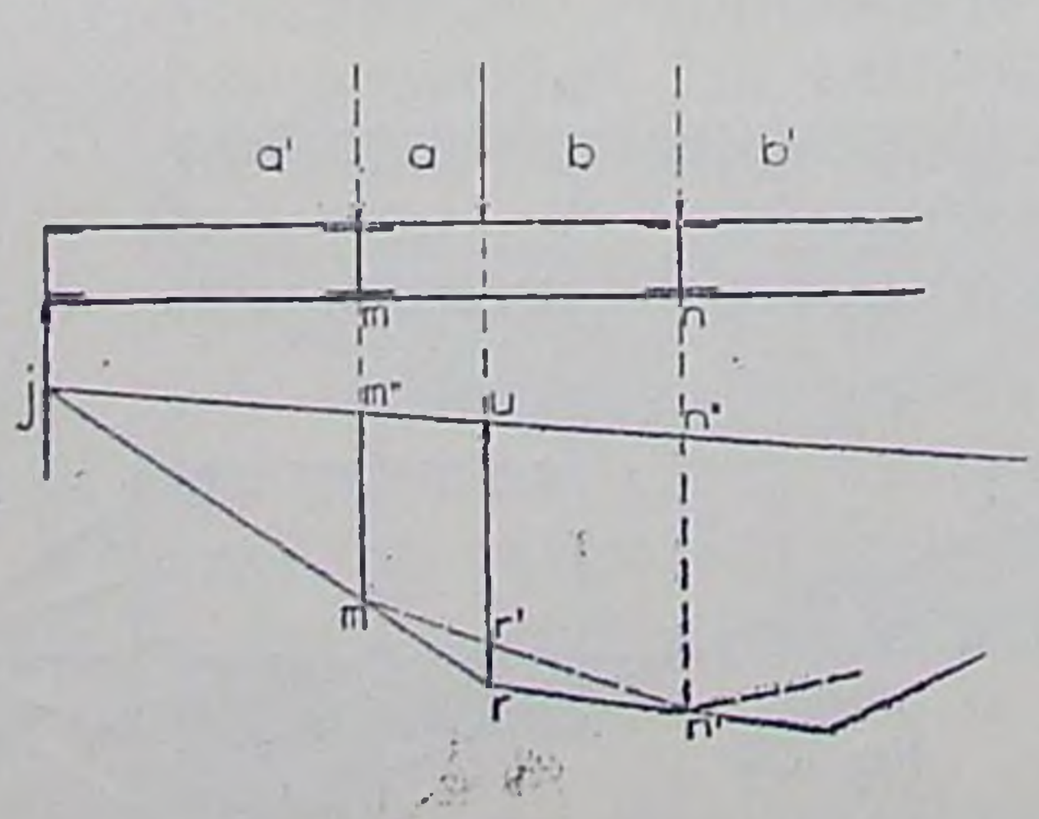


fig. 70

sobre la viga principal. Entonces vamos a ver cuál es el error que se comete al hacer esta variación, considerando cargas directamente aplicadas a la viga principal, haciendo caso omiso a los largueros.

Fijémonos en la fig. 68, en la que hay dos cargas *ab* y *bc*. Si se supone que obran directamente sobre la viga principal, el diagrama representativo de los momentos de flexión será *i r s k;* sus vértices están en las líneas de acción de las cargas.

Ahora si suponemos que la carga *ab,* fig. 70, se trasmite a la viga principal, por medio de los largueros *m* y *n,* se divide la fuerza en dos componentes, *a'a* y *bb',* cuyas líneas de acción pasan por *m* y *n.* De esta manera queda suprimida la fuerza *ab* y reemplazada por *a'a* y *bb'.* Entonces el polígono funicular será la línea *j m' n'* .....teniendo sus vértices en las nuevas líneas de acción de las fuerzas; los momentos de flexión en el intervalo entre *m* y *n* estará representado por una línea recta.

Por otra parte, el equilibrio estático no se altera, por la descomposición de una fuerza en dos otras, pues las reacciones de los apoyos quedan las mismas en los dos sistemas; también los momentos de flexión no han cambiado en los puntos *m* y *n,* como indica claramente el gráfico. Si este razonamiento hacemos extensivo a todas las cargas, resulta que los momentos de flexión en los puntos *m, n*....., de apoyo de los largueros, están representados por las ordenadas *m' m''* y *n' n''*. Este funicular está simplemente inscrito en el que habíamos obtenido al trazar con las cargas originales.

En resumen, el momento de flexión en una sección cualquiera, por ejemplo, bajo la fuerza *ab,* está dado por la ordenada *ur* en el caso primitivo, y por *ur'* en el caso segundo. Este último valor es el exacto, y en el primer caso se peca por exceso.

El error cometido es tanto menor, cuanto los largueros están más próximos entre sí.

En la práctica, este error es despreciable y por esto se justifica la suposición de considerar a las cargas directamente aplicadas a la viga.

Veamos en un ejemplo numérico la magnitud del error cometido.

77.—Aplicación. Dos vigas de 8 m. de luz, distantes entre sí de 3 m., medidos de eje a eje, soportan el paso de un camión de 10 toneladas, cuya distancia entre ejes es de 4 m. Se supone que el eje delantero lleva el 25 % y el trasero el 75 % de la carga total. El eje delantero está a 1 m. del apoyo izquierdo, fig. 71.

Consideraremos primero que la carga se trasmite por medio de los largueros, que distan 2 m. entre sí; luego haremos los cálculos como que si la carga se trasmitiera directamente a la viga principal.

Vamos a determinar los momentos de flexión y los esfuerzos cortantes.

Si suponemos que el camión está a igual distancia de las dos vigas, cada una de éstas soporta la mitad de la carga total, o sea 5 toneladas.

El eje delantero lleva una carga de $0{,}25 \times 5 = 1{,}25$ toneladas.

El eje trasero, lleva una carga de $0{,}75 \times 5 = 3{,}75$ toneladas.

Primero encontremos las magnitudes de las reacciones de los apoyos, trazando el dinámico ABC, luego el funicular correspondiente para cargas directas y se dibuja el lado de cierre *jk;* por el polo P se traza una paralela a esta línea y se determina el punto D, el que nos dá las magnitudes de las reacciones. En este caso particular, por casualidad son iguales las reacciones entre sí.

$$X = Y = \frac{5^T}{2} = 2{,}5^T$$

Después se hace la modificación del funicular para cargas mediatas y éste es $jm_1n_1o_1k$.

Para conocer los momentos de flexión, se mide las ordenadas del funicular bajo el punto dado, a la escala de momentos. La escala es: (v. pág. 43).

$$\alpha = 10^{-2}; \qquad \beta = 5 \times 10^{-3}$$

$$\gamma = \frac{\alpha\beta}{\Delta} = \frac{10^{-2} \times 5 \times 10^{-3}}{0{,}01} = 0{,}005$$

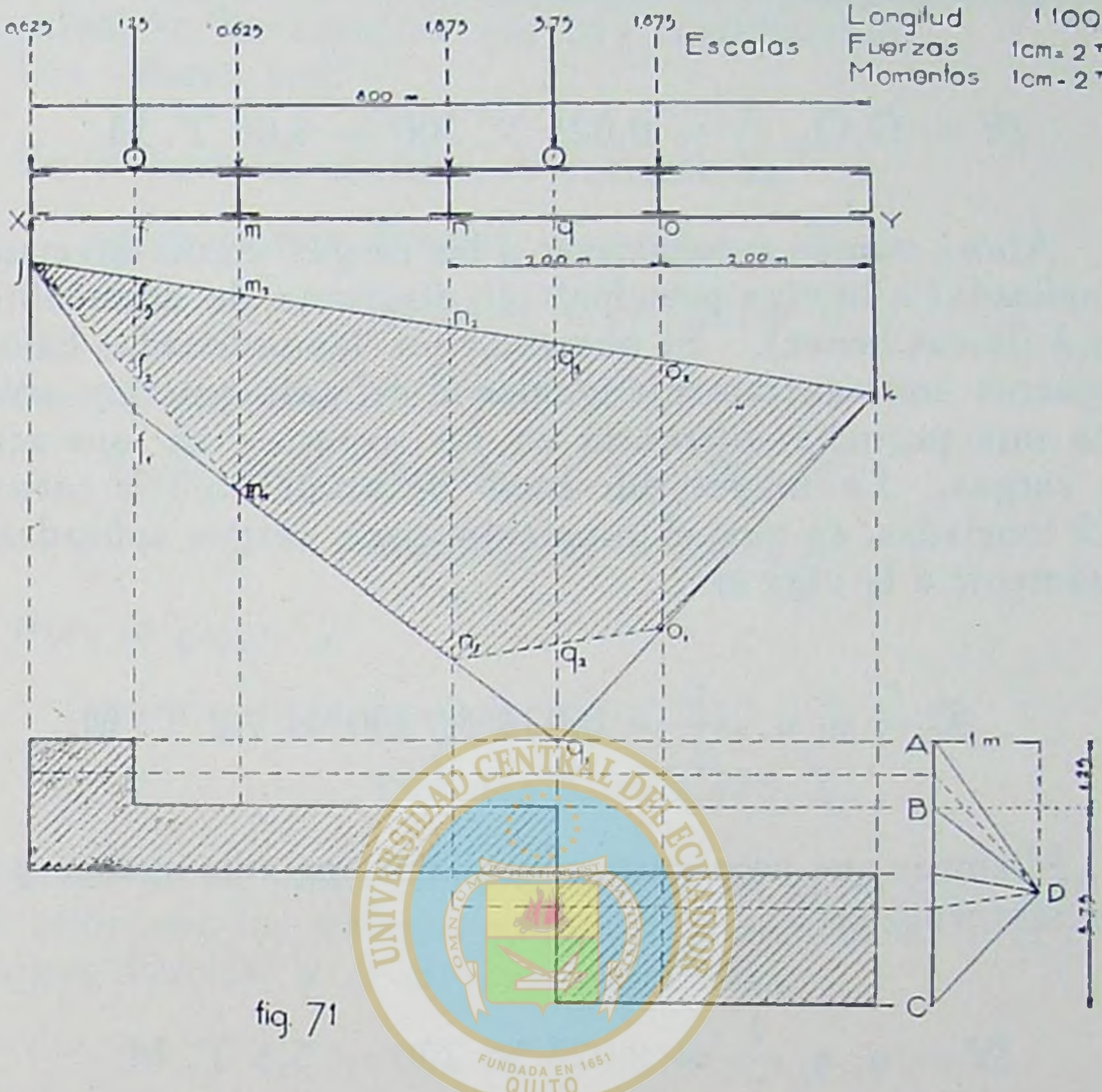


fig. 71

y

$$\frac{1}{\gamma} = \frac{1}{0{,}005} = 200$$

Si queremos conocer el momento bajo el larguero *m*, la ordenada $m_1 m_2$ se mide en su verdadera magnitud y el momento es:

$$\mathcal{M} = m_1 m_2 \cdot \frac{1}{\gamma} = 0{,}0187 \times 200 = 3{,}74 \text{ T. M.}$$

En el larguero *n* el momento es:

$$\mathcal{M} = n_1 n_2 \cdot \frac{1}{\gamma} = 0{,}0312 \times 200 = 6{,}24 \text{ T. M.}$$

UNIVERSIDAD CENTRAL DEL ECUADOR
FUNDADA EN 1651 QUITO
ÁREA HISTÓRICA
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

En el larguero *o* el momento es:

$$\mathcal{M} = O_1 O_2 . \frac{1}{\gamma} = 0{,}025 \times 200 = 5{,}00 \text{ T. M.}$$

Ahora vamos a considerar a las cargas como directamente aplicadas a la viga principal; el diagrama de momentos es $jf_1 q_1 k$ (líneas llenas). Se observa, que las ordenadas bajo los largueros son exactamente iguales al del caso anterior; sólo se nota una pequeña diferencia en los espacios en que actúan las cargas. La mayor diferencia se anota bajo la carga de 3,75 toneladas, en que el momento para cargas aplicadas directamente a la viga es:

$$\mathcal{M} = q_1\ q_2 \cdot \frac{1}{\gamma} = 0{,}036 \times 200 = 7{,}2 \text{ T. M.}$$

Mientras que para cargas mediatas, en este mismo punto *q*, el momento es:

$$\mathcal{M} = q_2\ q_3\ \frac{1}{\gamma} = 0{,}028 \times 200 = 5{,}6 \text{ T. M.}$$

Como se ve la diferencia es de 1,6 T. M., pero sólo para este punto y debido a la magnitud de la carga; de aquí rápidamente el momento va disminuyendo a un lado y otro, hasta que llega a ser igual en ambos casos. Para carga uniformemente repartida, el error es más insignificante.

En los espacios comprendidos entre dos largueros consecutivos y que no llevan carga, se observa en el diagrama que los momentos no sufren variación alguna.

En resumen, considerando cargas directas, se peca por exceso en los lugares en que ellas actúan; pero el error es prácticamente despreciable. Y en donde no hay cargas, los valores de los momentos son iguales en los dos casos.

Para los esfuerzos cortantes también sufre el diagrama una pequeña variación:

Para cargas directas, el diagrama de los esfuerzos cortantes está representado, en la fig. 71, por líneas llenas.

UNIVERSIDAD CENTRAL DEL ECUADOR
FUNDADA EN 1651 QUITO
DIGITALIZADO POR EL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

Para cargas mediatas el diagrama está dibujado en línea de puntos, en los espacios que hay modificación.

Los valores son:

En el punto *m* el esfuerzo cortante es:

para cargas directas C = 1,25 T.

» » mediatas C = 1,875 T.

Para el punto *n:*

para cargas directas C = 1,25 T.

» » mediatas C = 1,875 T.

Para el punto *o:*

para cargas directas C = 2,50 T.

» » mediatas C = 1,875 T.

Como se ve, unas veces es mayor en el un caso y otras en el otro; pero los valores máximos se encuentra en el caso de cargas directas, y el error es por exceso.

ÁREA HISTÓRICA
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

CAPITULO VIII

Vigas empotradas en sus dos apoyos o hiperestáticas

78.—*Definiciones.* Se denomina *apoyo empotrado*, cuando estos apoyos aseguran a la viga tan fuertemente, que cuando actúan las cargas las secciones transversales de la viga, en la porción empotrada, no sufren ni desplazamiento transversal ni desviación angular.

Para fijar ideas, pongamos un ejemplo: el de la fig. 72. Imaginémonos una viga apoyada sobre dos cuchillos invariables en posición y situados a una distancia conveniente, como indica la figura; sobre el lado derecho actúan cargas de cualquier naturaleza, cuya resultante es R.

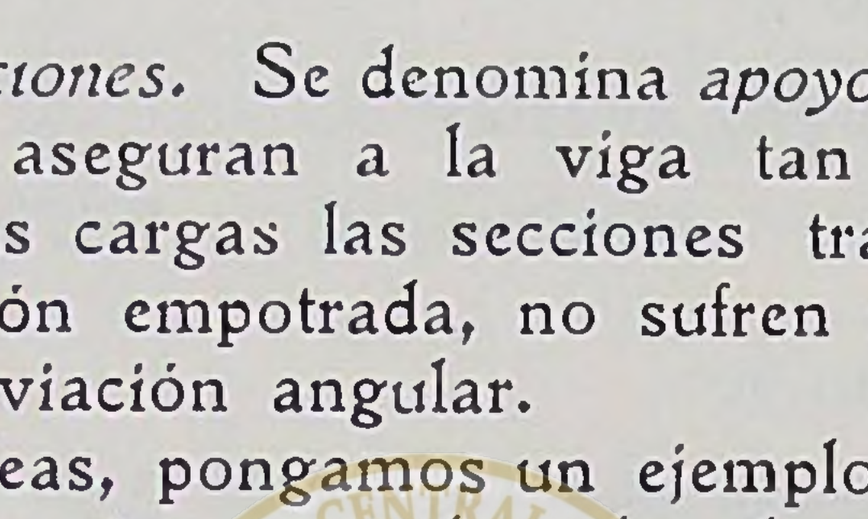


fig. 72

ÁREA HISTÓRICA
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

Se ve pues que la porción de viga XX_1 es lo que constituye el empotramiento y como en el punto X se desarrolla la reacción del apoyo, normal a la fibra media de la viga, y un momento de empotramiento; habrá que determinar ambas magnitudes.

De este momento de empotramiento ya habíamos hablado al tratar de vigas empotradas en un apoyo, págs. 64 y 65.

El estudio de estas vigas, facilita la resolución de los problemas en las vigas continuas y sus conocimientos son indispensables para la comprensión del arco empotrado; además de que ellas mismas se usan mucho en las construcciones.

Ahora como la viga que tratamos de estudiar tiene empotramiento en sus dos extremidades, resulta que tenemos,

como incógnitas dos reacciones y dos momentos de empotramiento; en total 6 magnitudes desconocidas, que se reducen a 5 cuando las fuerzas son verticales.

Para calcularlas, no disponemos sino de las ecuaciones generales de equilibrio de la Estática, que en este caso se reducen a dos:

1º. Suma de las proyecciones verticales, de un sistema en equilibrio, es igual a cero.

2º. Suma de los momentos con relación a un mismo punto, es igual a cero.

La tercera condición, la de las proyecciones sobre una horizontal, se reducen a identidad, $0 = 0$.

De donde vemos que sólo con las dos ecuaciones no podemos llegar a conocer 5 incógnitas. Por esto se concluye diciendo que: *sólo las ecuaciones de equilibrio estático no nos permiten determinar las reacciones de los apoyos* en una viga empotrada en ambas extremidades.

Para obviar esta dificultad, tenemos que buscar otras ecuaciones; es la resistencia de materiales que nos puede facilitar.

FUNDADA EN 1651 QUITO
AREA HISTÓRICA
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

Viga empotrada con carga uniforme

79.—Las ecuaciones suplementarias para conocer todas las incógnitas, las podemos encontrar en las *deformaciones elásticas* que sufre la viga cuando se aplican las cargas. Para esto se parte de la ecuación diferencial de la deformación de la fibra media o *línea elástica;* esta es:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{M}{EI} \qquad (1)$$

en la cual M es el momento de flexión en un punto cualquiera de la viga empotrada; E es el coeficiente de la elasticidad del material. Y I es el momento de inercia de la sección transversal de la viga.

La ecuación (1) se puede poner bajo la forma:

$$M = EI \frac{d^2y}{dx^2} \qquad (2)$$

Ecuación que nos hace conocer la curvatura de la fibra deformada en función del momento de flexión.

El valor de M podemos conocerlo fácilmente:

80.—*Sea una viga con carga uniforme de intenstaad p,* fig. 73, *de luz l y de apoyos empotrados.*

Por la simetría de la carga, las reacciones son evidentemente iguales y tienen como valor común:

$$X = Y = \frac{pl}{2} \qquad (3)$$

Si designamos por k y k' el valor del momento de empotramiento en el apoyo izquierdo y derecho, respectivamente. El momento de flexión en una sección cualquiera de abcisa x es:

ÁREA HISTÓRICA
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

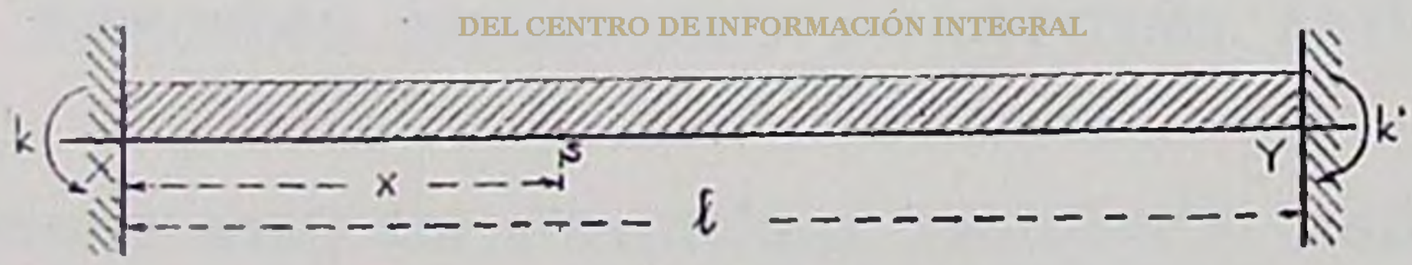


fig. 73

$$M_1 = k + X.\, x - \frac{px^2}{2}$$

si en esta ecuación reemplazamos el valor de X encontrado en la ecuación (3) tenemos:

$$M_1 = k + \frac{plx}{2} - \frac{px^2}{2} \qquad (4)$$

(v. Nº. 62) y teniendo en cuenta la ecuación (2), resulta:

$$EI\ \frac{d^2y}{dx^2} = M_1 = k + \frac{plx}{2} - \frac{px^2}{2} \qquad (5)$$

Integrando esta ecuación, se tiene:

$$EI\ \frac{dy}{dx} = k.x + \frac{plx^2}{4} - \frac{px^3}{6} + \text{constante} \qquad (6)$$

En la zona de empotramiento actúan dos clases de fuerzas, que producen deformaciones diferentes: en efecto, consideremos a la viga de la fig. 73, como que tiene apoyos libres, pero de la misma luz y sometida a las mismas cargas; lo que daría una fibra deformada, cuya convexidad sería idéntica al de los casos ya estudiados, de vigas de apoyos libres.

Y en una segunda consideración, apliquémosla a la viga, de la fig. 73, después de haberla suprimido las cargas, los dos momentos de empotramiento *k* y *k'*. Estos momentos tienen capacidad de deformar a la viga en sentido inverso del primer considerando; teniendo la fibra deformada su convexidad en la superficie superior de la viga.

En virtud de la ley de Hooke, la deformación resultante será la suma de las dos deformaciones. Como tiene sentidos contrarios la *fibra deformada sobre cada apoyo será horizontal.*

También la ecuación (5) nos indica que el momento total, es la suma de los momentos en la misma sección de la viga considerando libremente apoyada y de un momento negativo, debido a las acciones de los momentos de empotramientos que son negativos.

Por esta razón la ecuación (5) se puede escribir:

$$M_1 = M - M_2 \qquad (5')$$

Llamando M_1 al momento total en la viga empotrada; M al momento en la viga libre, y M_2 al momento debido a las acciones de los momentos de empotramiento.

Con estos conocimientos, tratemos de conocer a la constante de integración de la ecuación (6):

En los apoyos, sabemos que la fibra media, conserva en estos puntos su dirección horizontal inicial.

Entonces, para el punto X, se tiene,

$$x = o \qquad y \qquad \frac{dy}{dx} = o,$$

sustituyendo estos valores en la ecuación (6) se obtiene que la constante = O.

La ecuación (6) se reduce a:

$$EI \frac{dy}{dx} = k.\, x + \frac{p l x^2}{4} - \frac{p x^3}{6} \qquad (7)$$

De la misma manera para el punto Y se tiene:

$$x = l \qquad y \qquad \frac{dy}{dx} = o,$$

sustituyendo en la misma ecuación (7) dá:

$$O = k.\, l + \frac{p l^3}{4} - \frac{p l^3}{6} = k.\, l + \frac{p l^3}{12} \qquad (8)$$

de donde se deduce inmediatamente:

$$k = - \frac{p l^2}{12} \qquad (9)$$

Reemplazando este valor en la (4), expresión general del momento de flexión en un punto cualquiera, se tiene:

$$M_1 = \frac{1}{2} p\, l\, (x - \frac{l}{6}) - \frac{p x^2}{2} \qquad (10)$$

Para encontrar el momento, en la mitad de la viga

UNIVERSIDAD CENTRAL DEL ECUADOR FUNDADA EN 1651 QUITO ÁREA HISTÓRICA DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

reemplacemos en la (10) x por $\frac{1}{2}\,l$:

$$Mm = \frac{4}{24}\,pl^2 - \frac{1}{8}\,pl^2 = \frac{pl^2}{24} \qquad (11)$$

El momento máximo de flexión en la mitad de una viga empotrada en sus extremos, es la tercera parte del valor del momento para una viga sobre apoyos libres, de la misma luz y con las mismas cargas.

El momento en los apoyos empotrados, tiene el doble de valor del momento en la mitad de la viga y es de signo contrario.

Con los valores de k y de Mm ya se puede trazar el diagrama representativo de los momentos de flexión, para una viga empotrada en sus extremos; advirtiendo, que en este caso, la carga es simétrica y que por lo tanto los momentos de empotramiento son iguales:

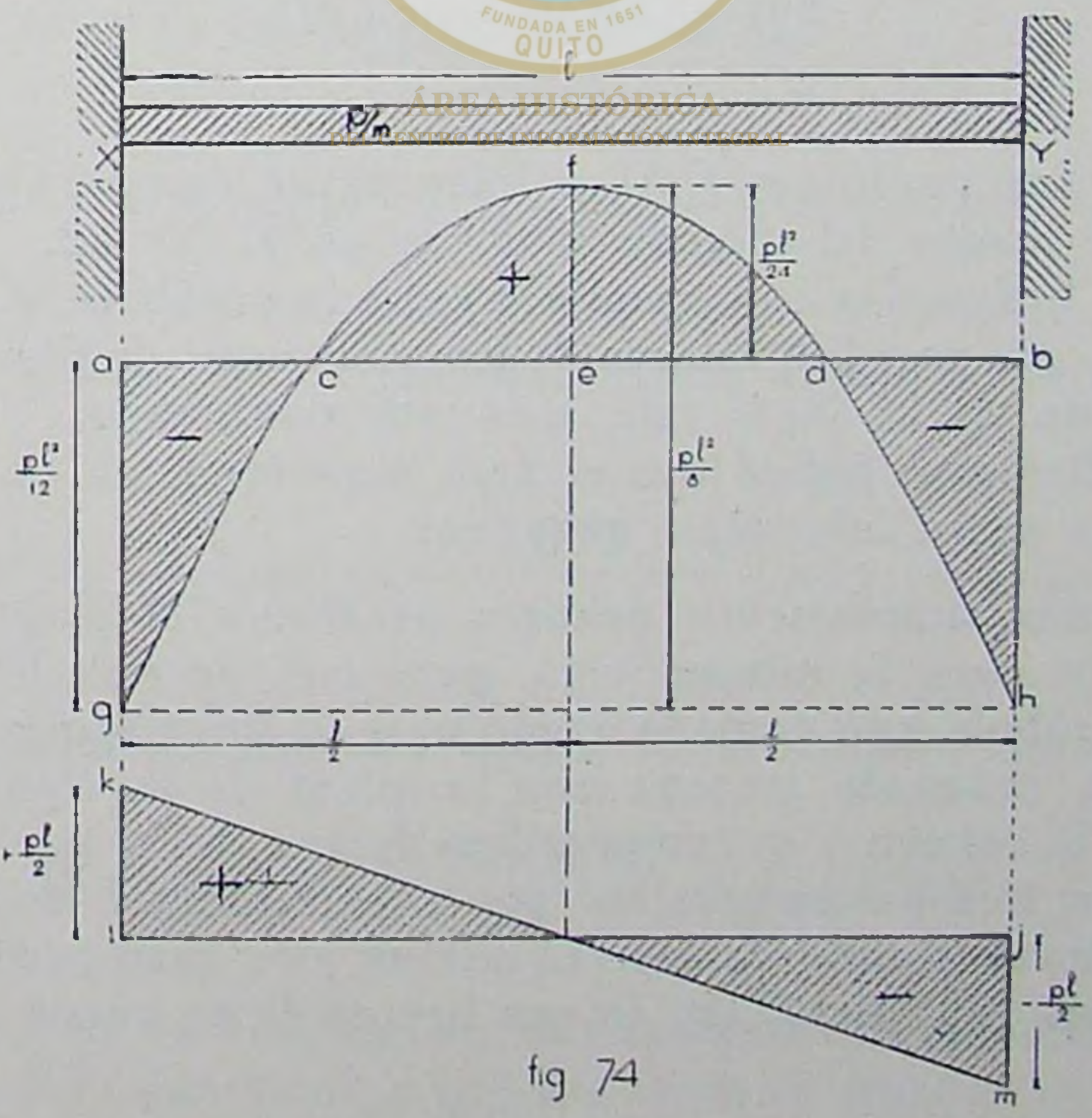


fig 74

ÁREA HISTÓRICA DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

$$k = k' = -\frac{p l^2}{12} \qquad (9')$$

El diagrama está limitado por una parábola, su vértice se encuentra en la vertical trazada por la mitad de la viga. Además la ecuación (5) la habíamos escrito bajo la forma (5'); v. fig. 74:

$$M_1 = M - M_2 \qquad (5')$$

lo que quiere decir que al diagrama de momentos de una viga con apoyos libres y carga uniforme y de la misma luz, hay que restarle los momentos producidos por el empotramiento.

Entonces a partir de una línea cualquiera *ab*, pero paralela a la viga, y en su mitad, llevamos una magnitud $ef = \frac{p l^2}{24}$ positivamente. Por los extremos de *ab*, es decir, bajo los apoyos, y en sentido negativo ponemos las magnitudes.

$$b\,h = a\,g = \frac{1}{12}\, p l^2$$

ÁREA HISTÓRICA
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

Por los puntos *g, f, h,* se hace pasar una parábola, trazada por medio del método indicado en el Nº 62.

Las ordenadas comprendidas entre la parábola y la línea de cierre *ab*, son los valores de los momentos de flexión para cada punto de la viga; ésta área está sombreada.

El diagrama indica que el área superior a *ab* es positiva y las dos áreas inferiores, negativas.

O más simplemente: primero se dibuja el diagrama de momentos para la misma viga, pero con apoyos libres; ese es la parábola *gfh* tomada como base la línea horizontal *gh;* luego, la ordenada trazada por la mitad de la viga, que es también la máxima, y comprendida dentro de la parábola, se divide en tres partes iguales; por el extremo del tercio superior se traza el lado de cierre, que en este caso particular es horizontal. Se tiene así, lo que hemos dicho antes:

$$ga = 2\ fe$$

De esta manera nos evitamos los cálculos de los momentos de empotramiento; que se encuentran midiendo las ordenadas en las verticales de los apoyos a la escala de de momentos. Lo mismo para el momento máximo positivo.

La línea que limita los diagramas de los esfuerzos cortantes es una línea recta. Se traza la horizontal *i j;* por los puntos *i* y *j* se lleva positivamente y negativamente los valores de las reacciones:

$$X = Y = \pm \frac{pl}{2}$$

se obtiene los puntos *k* y *m* que se une por una linea. El área superior es positiva y la inferior negativa.

81.—*Aplicación. Una viga de 8 metros de luz lleva una carga uniformemente repartida, de intensidad p=1000* k. Fig. 75.

Tracemos los diagramas tal como hemos indicado en el número anterior, adoptando una escala conveniente, y verifiquemos los resultados por medio de las fórmulas. Calculemos las reacciones de los apoyos, fórmula (3):

ÁREA HISTÓRICA
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

$$X = Y = \frac{1}{2} pl = \frac{1}{2} . 1.000 \times 8 = 4.000 \text{ k.}$$

Los momentos de empotramiento, según la fórmula (9) son:

$$k = k' = -\frac{1}{12} pl^2 = -\frac{1.000 \times 8^2}{12} = -5.333 \text{ k.m.}$$

El momento máximo ocurre en la mitad y su valor es:

$$M = \frac{1}{24} pl^2 = \frac{1.000 \times 8^2}{24} = 2.667 \text{ k.m.}$$

Como se ve concuerdan exactamente los resultados gráficos con los numéricos. Los primeros se indican en la misma figura.

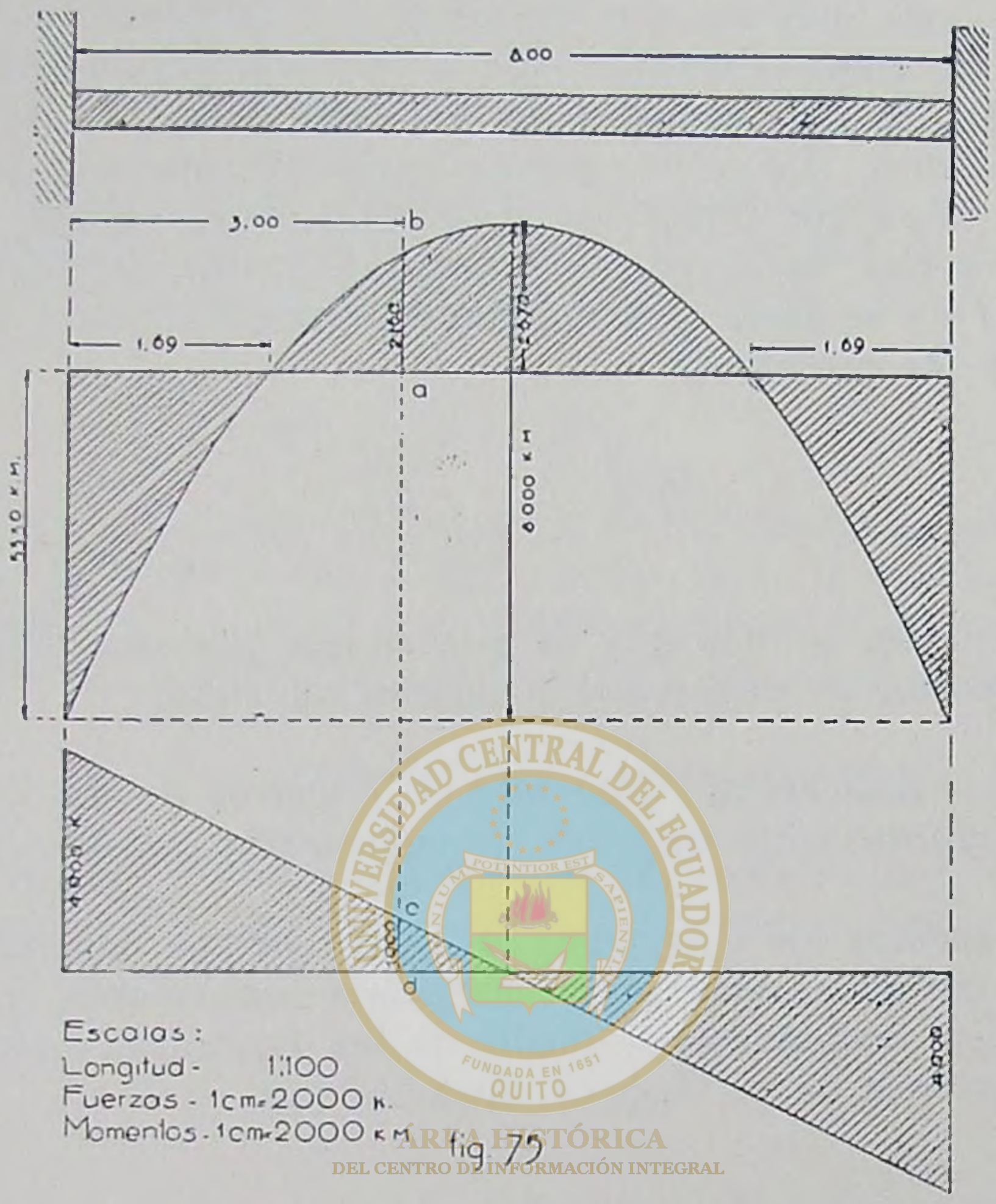


fig. 75

UNIVERSIDAD CENTRAL DEL ECUADOR
FUNDADA EN 1651 QUITO
ÁREA HISTÓRICA
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

En los puntos *c* y *d*, fig. 74 los momentos de flexión son nulos. Las distancias a los apoyos está dado por:

$$ac = db = \frac{l}{2}\left(1 - \sqrt{\frac{1}{3}}\right) = 0{,}211\, l \qquad (12)$$

$$= 0{,}211 \times 8 = 1{,}688 \text{ m.}$$

Para trazar el diagrama de los esfuerzos cortantes, nos referimos a la expresión (1) del Nº. 62, que dá el esfuerzo cortante para un punto cualquiera:

$$C = p\left(\frac{l}{2} - x\right)$$

Para el apoyo izquierdo, el esfuerzo cortante es igual a la magnitud de esta reacción:

$$C = X = \frac{1}{2} p l = 4.000 \text{ k.} \qquad (13)$$

Por la misma razón, para el apoyo derecho:

$$C = Y = -\frac{1}{2} p l = -4.000 \text{ k.} \qquad (14)$$

Entonces el diagrama de los esfuerzos cortantes se forma, trasladando sobre las verticales de los apoyos segmentos iguales a $\frac{1}{2} p l$, en sentido inverso a partir de una horizontal; después se une con una línea. El área superior es positiva y la inferior, negativa.

Si se quiere encontrar el momento de flexión para un punto cualquiera de la viga, sea por ejemplo a 3 m. del apoyo izquierdo; se mide la ordenada bajo este punto, que es la *ab*, a la escala de momentos:

ÁREA HISTÓRICA
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

$$ab = 2.160 \text{ k. m.}$$

Se puede comprobar aplicando la fórmula general (4):

$$M = \frac{1}{2} px(l - x) + k = \frac{1}{2} 1.000 \times 3(8 - 3) - 5.333 =$$

$$= 2.167 \text{ k. m.}$$

El esfuerzo cortante para este mismo punto es:

$$cd = 1.000 \text{ k.}$$

que comprobando por medio de la fórmula general dá: (Nº. 62 fórm. 1).

$$C = p\left(\frac{l}{2} - x\right) = 1.000\left(\frac{8}{2} - 3\right) = 1.000 \text{ k.}$$

VIGA EMPOTRADA CON CARGAS CONCENTRADAS

82.—*Caso 1º.—Actúa una sola carga F, situada en un punto cualquiera de la viga.*

Llamemos *l* la luz de la viga y F la carga que dista del apoyo izquierdo de la distancia *a*.

Calculemos las reacciones de los apoyos y los momentos de empotramiento:

Por las ecuaciones generales de equilibrio (Nº. 78) se puede escribir:

$$X + Y - F = 0 \qquad (1)$$

$$X.l + k - k' - F(l - a) = 0 \qquad (2)$$

de donde se deduce:

$$Y = F - X \qquad (3)$$

y

$$k' = k - F(l - a) + X.l \qquad (4)$$

Para determinar las incógnitas Y y k', es necesario ocurrir a la ecuación diferencial de deformación $\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{M}{EI}$.

Pero como se tiene dos valores para *x*, según que sea menor o mayor que *a*; habrá que integrar entre los intervalos *o* — *a* y *a* — *l*.

1º. Cuando $x < a$ se tiene:

$$EI\ \frac{d^2y}{dx^2} = M = k - X.x \qquad (5)$$

UNIVERSIDAD CENTRAL DEL ECUADOR
POTENTIOR EST SAPIENTIA
FUNDADA EN 1651
QUITO
ÁREA HISTÓRICA
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

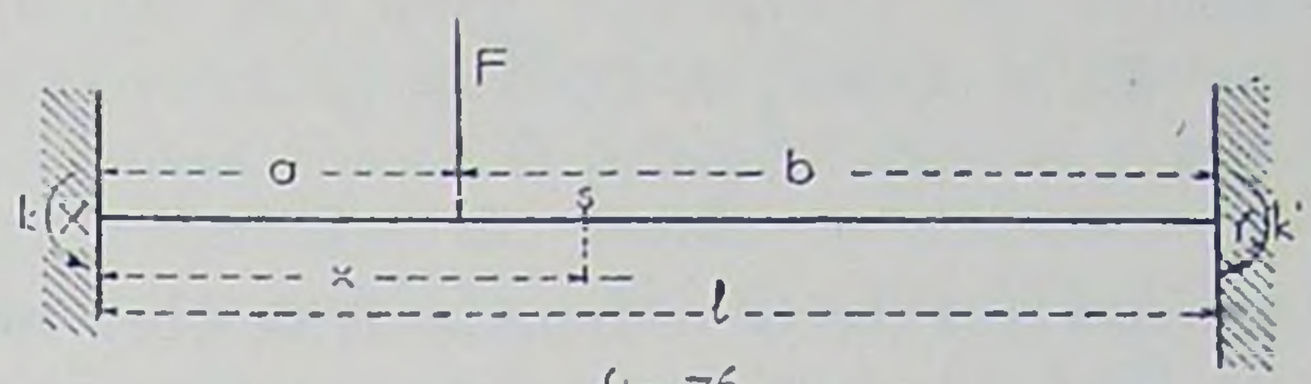


fig. 76

Una primera integración de la ecuación (5) dá:

$$EI\,\frac{dy}{dx} = k.x - \frac{X.x^2}{2} + C \qquad (6)$$

Sabemos que estando la viga empotrada en el apoyo X, la fibra media conserva en este punto su dirección horizontal inicial (Nº. 79) y además, $\frac{dy}{dx}$ expresa la tangente trigonométrica del ángulo que forma la horizontal con la tangente de la fibra media deformada.

Se ve claramente que estos ángulos son muy pequeños, puesto que las deformaciones también son pequeñas, y por consiguiente se puede reemplazar los ángulos por sus tangentes: entonces se puede decir que la ecuación (6) nos dá la inclinación, respecto de la horizontal, de la fibra media deformada.

Si conserva su dirección horizontal inicial la viga en el apoyo: para $x = o$ se debe tener $\frac{dy}{dx} = 0$; sustituyendo estos valores en la ecuación (6) se encuentra que:

$$C = 0$$

entonces la ecuación (6) queda:

$$EI\,\frac{dy}{dx} = k.x - \frac{X.x^2}{2} \qquad (7)$$

Si esta ecuación la integramos una segunda vez, se tiene:

$$EI\ y = k\frac{x^2}{2} - X\frac{x^3}{6} + C' \qquad (8)$$

Esta ecuación nos dá la ordenada de la fibra media deformada o sea la *flecha;* o también la deformación lineal vertical de la viga. Luego esta segunda constante C', representa la deformación vertical de la fibra media en el origen de las integraciones.

Como en este punto, la fibra media no sufre ningún desplazamiento, se ve que, $x = o$, y $y = o$. Sustituyendo estos valores en la (8) se encuentra que:

$$C' = 0$$

la ecuación (8) se reduce a:

$$EI.\ y = k\frac{x^2}{2} - X\frac{x^3}{6} \qquad (9)$$

2º. Cuando $x > a$, la ecuación de deformación se escribe:

$$EI\ \frac{d^2y}{dx^2} = M' = k - X.x + F\,(x - a) \qquad (9')$$

como antes, hagamos dos integraciones sucesivas de esta ecuación diferencial, se obtiene:

$$EI\ \frac{dy}{dx} = k.x - X\frac{x^2}{2} + F\left(\frac{x^2}{2} - a.x\right) + C_1 \qquad (10)$$

$$EI.\ y = k\frac{x^2}{2} - X\frac{x^3}{6} + F\left(\frac{x^3}{6} - a\frac{x^2}{2}\right) + C_1x + C_2 \qquad (11)$$

Las dos porciones de línea elástica, dadas por las ecuaciones (9) y (11), que corresponden a las porciones, fig. 76, de abscisas *a* y *(l — a)* de la viga, deben unirse bajo la fuerza F, de abscisa $x = a$; puesto que la deformación debe ne-

UNIVERSIDAD CENTRAL DEL ECUADOR
POTENTIOR EST
FUNDADA EN 1651
QUITO
ÁREA HISTÓRICA
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

cesariamente ser una línea continua y no angulosa; es decir, que en la dirección de F las dos partes de curvas, dadas por las dos ecuaciones, tienen la misma tangente y por consiguiente la misma ordenada; de donde se deducen las igualdades entre las ecuaciones (7) y (10) y entre (9) y (11):

$$k.\,a - X\frac{a^2}{2} = ka - X\frac{a^2}{2} + F\left(\frac{a^2}{2} - a^2\right) + C_1 \qquad (7)+(10)$$

de donde simplificando se encuentra:

$$C_1 = F\frac{a^2}{2}$$

y

$$k\frac{a^2}{2} - X\frac{a^3}{6} = k\frac{a^2}{2} - X\frac{a^3}{6} - F\frac{a^3}{3} + C_1 a + C_2 \qquad (9)+(11)$$

sustituyendo el valor encontrado de C_1 y simplificando; fácilmente se encuentra:

ÁREA HISTÓRICA
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

$$C_2 = -F\frac{a^3}{6}$$

Las ecuaciones (10) y (11) pueden escribirse:

$$EI\frac{dy}{dx} = kx - X\frac{x^2}{2} + F\left(\frac{x^2}{2} - ax\right) + F\frac{a^2}{2}$$

y

$$EI\,y = k\frac{x^2}{2} - X\frac{x^3}{6} + F\left(\frac{x^3}{6} - \frac{a\,x^2}{2}\right) + \frac{Fa^2x}{2} - \frac{Fa^3}{6}$$

Así mismo, la viga estando empotrada en el apoyo Y, la fibra media no sufre, en este punto, ni desviación angular y desplazamiento vertical:

Luego para $x = l$, la deformación angular $\frac{dy}{dx}$ y la deformación vertical y son nulas.

Se tiene pues:

$$kx - X\frac{x^2}{2} + F\left(\frac{x^2}{2} - ax\right) + F\frac{a^2}{2} = 0 \qquad (12)$$

y

$$k\frac{x^2}{2} - X\frac{x^3}{6} + F\left(\frac{x^3}{6} - \frac{ax^2}{2}\right) + \frac{Fa^2x}{2} - \frac{Fa^3}{6} = 0 \qquad (13)$$

Despejando en la (12) el valor de k, se tiene:

$$k = \frac{X\,l}{2} - \frac{F}{2\,l}(l - a)^2 \qquad (14)$$

Despejando en la (13) el valor de X dá:

$$X = \frac{3k}{l} + \frac{F}{l^3}(l - a)^3 \qquad (15)$$

ÁREA HISTÓRICA DEL CENTRO DE FORMACIÓN INTEGRAL

De las ecuaciones (14) y (15) resultan por fin:

$$k = -\frac{Fa\,(l - a)^2}{l^2} = -\frac{Fab^2}{l^2} \qquad (16)$$

y

$$X = \frac{F}{l^3}(l^3 - 3a^2l + 2a^3) = \frac{F\,(3a + b)\,b^2}{l^3} \qquad (17)$$

Estos dos valores, reemplazando en las ecuaciones (3) y (4) y despejando las incógnitas del otro apoyo, se tiene por fin:

$$k' = -\frac{Fa^2\,(l - a)}{l^2} = -\frac{Fa^2b}{l^2} \qquad (18)$$

y

$$Y = \frac{Fa^2}{l^3}(3l - 2a) = \frac{F(a + 3b)a^2}{l^3} \qquad (19)$$

Los momentos k y k' son siempre negativos.

83.—*Momentos de flexión.* Por las fórmulas (16) y (17) se conoce X y k, entonces podemos fácilmente calcular los momentos de flexión para un punto cualquiera de la viga, distante x del apoyo izquierdo.

Como hemos dicho antes hay dos valores:

Cuando $x < a$, se tiene:

$$M = k - Xx \qquad (5)$$

Para $x > a$, dá:

$$M = k - Xx + F(x - a) \qquad (9')$$

Como hemos visto ya (Nº. 75, ec. 5'), estas ecuaciones se puede poner bajo la forma general:

$$M_1 = M - M_2$$

ÁREA HISTÓRICA
DIRECCIÓN DE INFORMACIÓN INTERNAL

lo que se interpreta diciendo: que el diagrama de momentos, es el mismo que para una viga con apoyos libres, de la misma luz y con las mismas cargas; pero relacionado a una línea de cierre del funicular que corta las verticales de los apoyos a una distancia igual a la magnitud de los momentos de empotramiento; medido a la escala de momentos.

El momento máximo tiene lugar al recto de la carga y tiene por valor:

$$\mathcal{M}m = \frac{2Fa^3(l - a)^2}{l^3} \qquad (20)$$

Si la carga se encuentra en la mitad de la viga;

$$a = b = \frac{l}{2}$$

y la ecuación (20) se simplifica:

$$Mm = \frac{Fl}{8} \qquad (20')$$

este momento es siempre positivo.

El diagrama de los momentos de flexión se dibuja así: fig. 77:

Sobre las verticales de los apoyos y en sentido negativo se pone los momentos de los apoyos k y k'.

Se une estos puntos y resulta la línea AB.

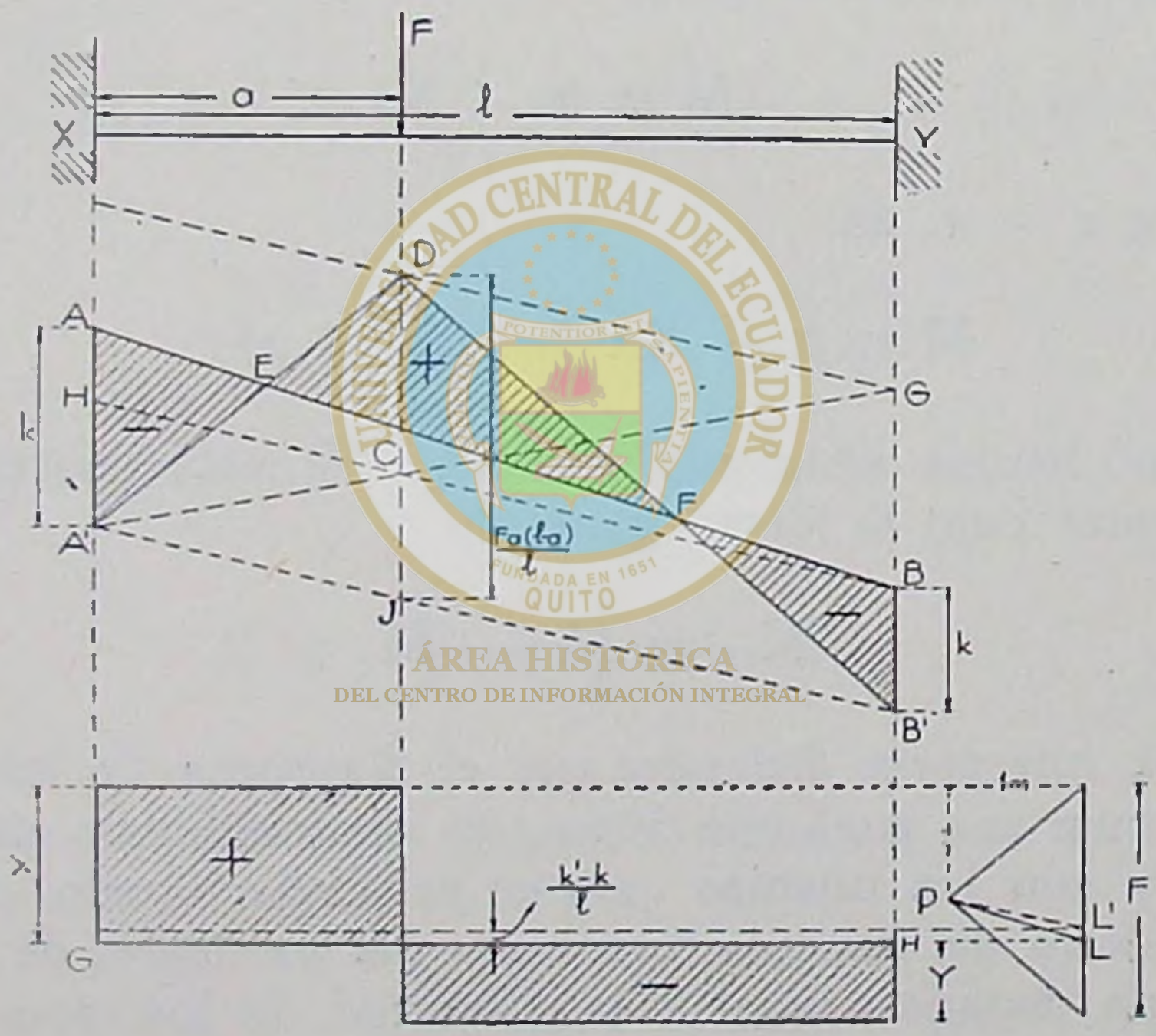


fig. 77

Sobre la vertical del punto donde actúa la carga y a partir del lado de cierre AB se lleva positivamente

$$CD = Mm = \frac{2Fa^2(l-a)^2}{l^3}$$

Se une este punto D con A' y B' por medio de rectas.

La línea A'DB' relacionada al lado de cierre AB, es el diagrama de los momentos de flexión para una viga empotrada en ambos extremos (área sombreada); mientras que el área A'DB', tomando como base A'B', representa el diagrama de flexion para la misma viga con apoyos libres.

Las áreas que están sobre el lado de cierre son positivas y las que están bajo, negativas. Además los puntos de transición, E y F, son de momentos nulos.

Estos puntos, tienen por abscisas:

$$x = \frac{a\,l}{l + 2a} \tag{21}$$

y

$$x' = \frac{(2\,l - a)\,l}{3\,l - 2a} \tag{22}$$

Esfuerzos cortantes. Sabemos que los esfuerzos cortantes a la derecha o a la izquierda de la carga son constantes; entonces:

En la zona *a*, son positivos e iguales a:

$$C = X$$

y en la región *(l — a)* son negativos e iguales a:

$$C = - Y$$

luego para trazar el diagrama de los esfuerzos cortantes, necesitamos previamente conocer las reacciones de los apoyos; cálculos que podemos evitarnos trazando gráficamente; así se obtiene el valor de las reacciones y el diagrama de los esfuerzos cortantes.

En efecto el lado de cierre AB del funicular, debe corresponder a un radio polar que será paralelo; por el polo P tracemos una paralela al lado de cierre, la que determina en el dinámico el punto L, que divide a la fuerza en magnitudes correspondientes a cada una de las reacciones de los apoyos.

Por L se traza una horizontal GH; que es la línea que nos servirá de base para el diagrama, que se completa proyec-

FUNDADA EN 1651 QUITO
ÁREA HISTÓRICA
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

tando los extremos del dinámico. Así se ha construido el área sombreada.

Para la viga con apoyos libres, la línea base habría sido la de puntos, que es la proyección L', del radio polar paralelo a A'B'. La distancia entre esta línea y la GH es:

$$\frac{k' - k}{l} \qquad (23)$$

En efecto, consideremos los dos triángulos semejantes ABH y PLL' y se tiene:

$$\frac{LL'}{AH} = \frac{\Delta}{l}$$

por la inspección de la figura vemos que $AH = k' - k$, y haciendo Δ igual a la distancia polar, se tiene:

$$LL' = \frac{[k' - k]\,\Delta}{l}$$

ÁREA HISTÓRICA
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

pero si de antemano trazamos el funicular con la distancia polar igual a la unidad, se tiene:

$$LL' = \frac{k' - k}{l}$$

Se puede, también para el caso de aplicación de una sola fuerza, dar una interpretación gráfica para el trazado del lado del cierre en el diagrama de momentos:

Tracemos el diagrama de momentos para la misma viga, fig. 77, pero con apoyos libres y cuyo dinámico de polo P, tiene una distancia polar igual a la unidad de longitud; se obtiene así el triángulo A'DB'. Por el vértice D se traza una paralela a A'B', que corta la vertical del apoyo en el punto G; se une G con A'. Esta línea GA', corta a la ordenada bajo la fuerza, en C, en dos partes que son las dos magnitudes de los momentos de los apoyos: $CD = k$ y $CJ = k'$. Luego

por C se traza una paralela a A'B' y se tiene el punto B; para la otra magnitud se traslada con un compás.

Las ordenadas del diagrama de momentos se mide a la escala de fuerzas que es también la de momentos; pues hemos hecho para facilitar el trazado, la distancia polar igual a la unidad.

Esta interpretación gráfica se puede demostrar, pero omitimos en gracia de la brevedad.

84.—*Aplicación.— Sea una viga empotrada en sus dos extremidades; lleva una carga de 2.000 kilos, situada a 2 m. del apoyo izquierdo. Trazar los diagramas de los momentos de flexión y esfuerzos cortantes.*

Se tiene:

$$l = 5 \text{ m.}; \qquad a = 2 \text{ m.}; \qquad F = 2.000 \text{ k.}$$

Ambos diagramas vamos a trazar gráficamente.
Sea el dinámico AB y el polo P, de distancia polar igual a 1 m., fig. 78.

El funicular para la misma viga de apoyos libres, es *afb.*

Por *f,* se traza, una paralela a *ab* y se determina el punto *h.* Luego la línea *ah* que corta a *fi* en *e;* por este punto trazamos una paralela a *ab* y encontramos el punto *d; ei = db* es la magnitud del momento del apoyo derecho, medido a la escala de momentos, que es la misma de la de las fuerzas, dá:

$$k' = 960 \text{ k. m.}$$

Para el otro momento se puede también unir *j* con *b* y por el punto de corte con la ordenada *if,* se traza una paralela a *ab* y se obtiene el punto *c,* que determina el segmento *ca*=1.450 k.m. que es la magnitud del momento del apoyo izquierdo.

Se une *c* y *d;* esta línea es el lado de cierre del diagrama de momentos.

El momento máximo positivo vale, medido a escala:

$$Mm = 1.150 \text{ k. m.}$$

Para el diagrama de los esfuerzos cortantes, tracemos por el polo P una paralela a *cd,* que determina el punto C y

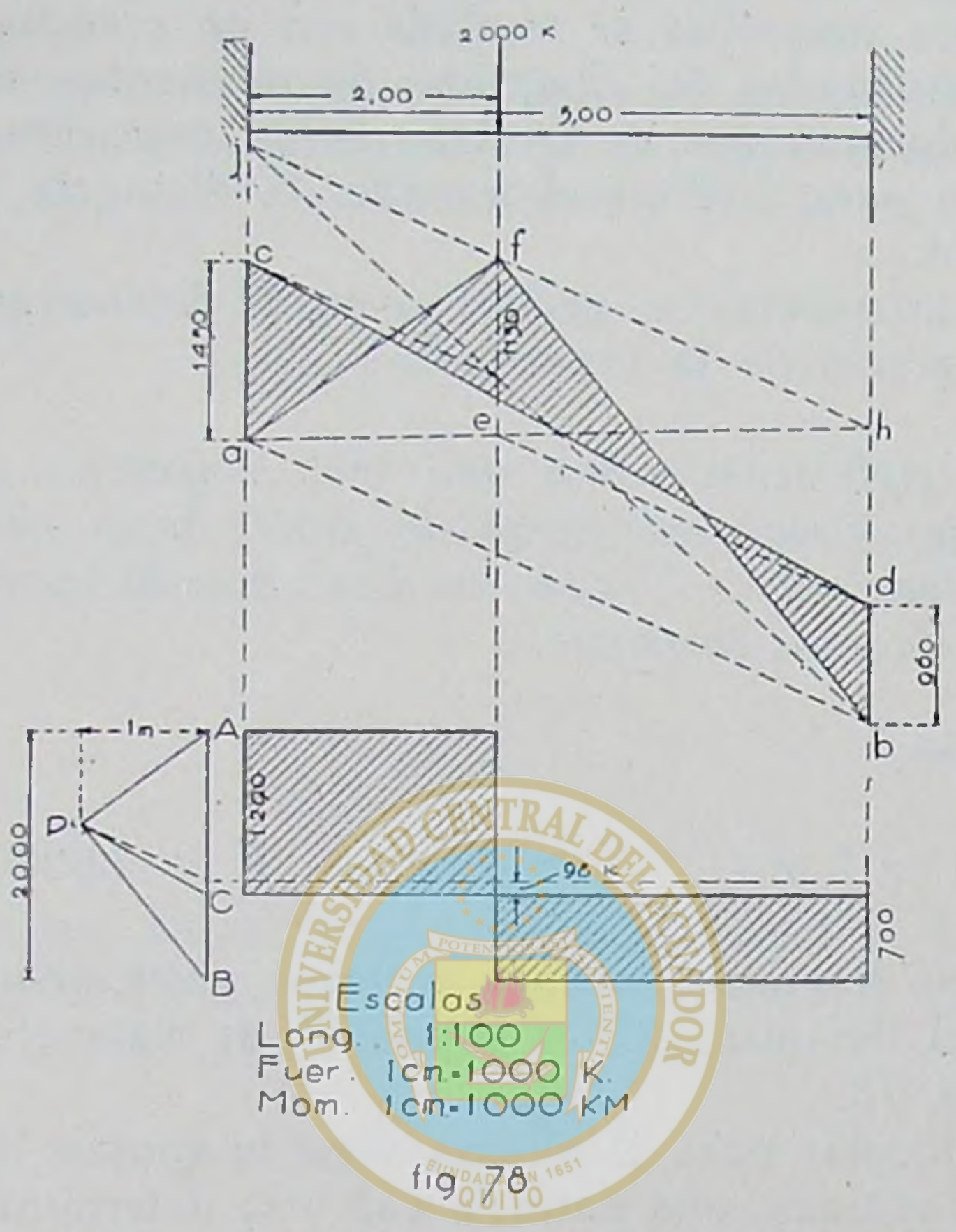


fig 78

ÁREA HISTÓRICA
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

por consiguiente las magnitudes de las reacciones de los apoyos. Por C se traza la línea horizontal que es la que sirve como base. Luego se proyectan los puntos A y B y se forman las áreas del esfuerzo cortante de la manera usual. Los valores están indicados en la figura.

Verifiquemos los resultados con las fórmulas:

Las reacciones de los apoyos valen:

$$X = \frac{F}{l^3}(l^3 - 3a^2 l + 2a^3) =$$

$$= \frac{2000}{5^3}(5^3 - 3 \times 2^2 \times 5 + 2 \times 2^3) = 1.296 \text{ k.}$$

$$Y = \frac{Fa^2}{l^3}(3l - 2a) =$$

$$= \frac{2.000 \times 2^2}{5^3}(3 \times 5 - 2 \times 2) = 704 \text{ k.}$$

Se debe tener si los cálculos están bien hechos:

$$X + Y = 1.295 + 705 = 2.000 \text{ k.}$$

Los momentos de empotramiento tienen por valor:

$$k = - \frac{Fa\,(l - a)^2}{l^2} = - \frac{2.000 \times 2\,(5-2)}{5^3} = - 1.450 \text{ k.m.}$$

$$k' = - \frac{Fa^2\,(l - a)}{l^2} = - \frac{2.000 \times 2^2\,(5-2)}{5^2} = - 960 \text{ k.m.}$$

El momento máximo positivo es:

$$\mathcal{M}m = \frac{2\,Fa^2\,(l - a)^2}{l^3} =$$

$$= \frac{2 \times 2.000 \times 2^2\,(5-2)^2}{5^3} = 1.152 \text{ k. m.}$$

ÁREA HISTÓRICA
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

Los esfuerzos cortantes máximos son:

$$C = X = 1.296 \text{ k.}$$

y

$$C = - Y = - 704 \text{ k.}$$

Como se ve concuerdan los resultados con los obtenidos gráficamete.

La distancia entre la línea base del diagrama de los esfuerzos cortantes para la viga empotrada y la línea base para la viga de apoyos libres es (líneas de puntos):

$$\frac{k' - k}{l} = \frac{- 960 + 1.450}{5} = 98 \text{ k.}$$

Se puede encontrar los momentos o los esfuerzos cortantes para cualquier punto de la viga, midiendo la ordenada bajo este punto a la escala adoptada.

Viga empotrada con cargas concentradas

85.—*Caso 2º. Actúan un número cualquiera de fuerzas concentradas sobre la viga.*

Este caso vamos a desarrollar conjuntamente con un caso numérico.

En una viga de 7 m. de luz, actúan tres fuerzas, cuyas intensidades son de 1.300, 1.500 y 1.200 kilos, distantes del apoyo izquierdo de 2, 3, y 5 m., respectivamente. Se quiere construir los diagramas de momentos y de los esfuerzos cortantes.

En este caso, de varias fuerzas, se necesita determinar las reacciones y los momentos de empotramiento para cada una de ellas, consideradas aisladamente como que si fuera la única que gravita sobre la viga, y después se hace la suma de las reacciones parciales y de los momentos de empotramiento de todas las cargas; es decir:

ÁREA HISTÓRICA
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

$$k = -\Sigma \frac{F a b^2}{l^2} \qquad (24)$$

$$k' = -\Sigma \frac{F a^2 b}{l^2} \qquad (25)$$

$$X = \Sigma \frac{F\,(3a + b)\,b^2}{l^3} \qquad (26)$$

$$Y = \Sigma \frac{F\,(a + 3b)\,a^2}{l^3} \qquad (27)$$

Los símbolos tienen aquí significación general, y $b = l - a$.

En seguida se traza el funicular de las fuerzas exteriores que representa el diagrama de momentos, luego se traslada a escala los valores de las ecuaciones (24) y (25) y uniendo estos puntos dá la línea de cierre.

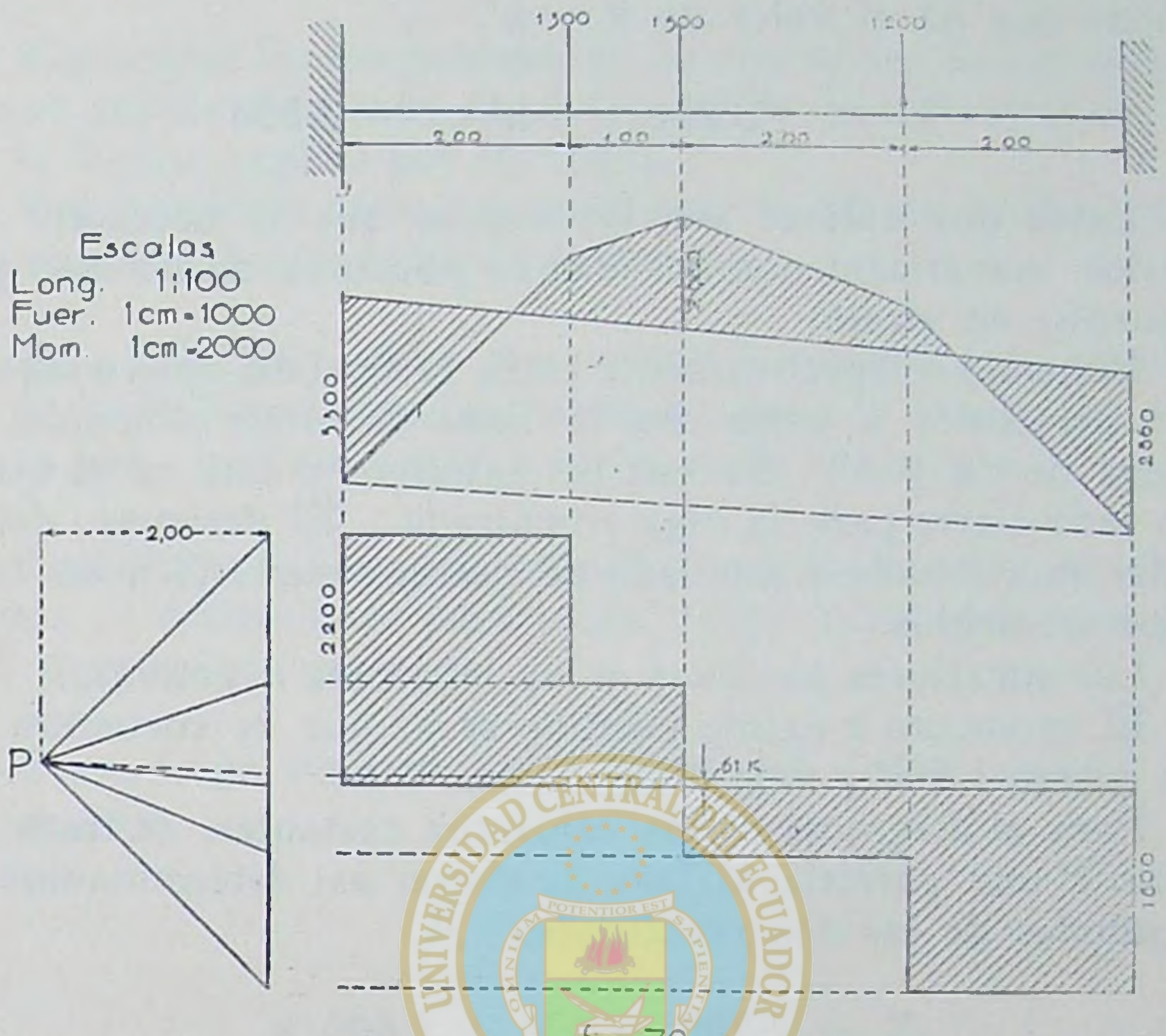


fig. 79

CALCULO DE LOS MOMENTOS DE EMPOTRAMIENTO

Cargas	a	b	a'	b'	$\frac{ab^2}{l^2}$	$\frac{a'b'}{l^2}$	k	k'
1300	2	3	4	25	1,020	0,408	1326	339
1500	3	4	9	16	0,900	0,734	1470	1100
1200	3	2	25	4	0,408	1,020	490	1224
							3286	2054

$$\frac{k'-k}{l} = \frac{3286-2054}{7} = 61\ K.$$

ÁREA HISTÓRICA DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

El momento máximo positivo tiene por valor:

$$\mathcal{M}m = Xx + k - F_1(x - a_1) = 2.190 \times 3 - 3.286 - 1.300(3-2)$$

$$= 1.984 \text{ k. m.}$$

Pero será mucho más simple valiéndose del procedimiento gráfico:

Se traza el funicular correspondiente a las cargas dadas y a la misma viga, pero con apoyos libres, véase la fig. 79. Entonces se calcula las fórmulas (24) y (25), valiéndonos de

la tabla adjunta a la figura. La suma de las dos últimas columnas nos dá el valor de k y k'.

$$k = -3.286; \qquad k' = -2.854$$

Estos dos valores son los únicos que es necesario calcularlos numéricamente; los demás podemos determinar gráficamente; en efecto:

Ponemos respectivamente en la vertical del apoyo izquierdo y derecho y a partir de la línea de cierre obtenida, los valores de k y k'. Se une los extremos y éste es el verdadero lado cierre para la viga empotrada. El perímetro del funicular relacionado a este lado de cierre, comprenden las áreas de los momentos.

Las superiores positivas y las inferiores negativas.

El momento máximo positivo se vé que se encuentra bajo la fuerza 1.500 y vale 2.000 k. m.

Para el diagrama de los esfuerzos cortantes, se traza por el polo P una paralela al lado de cierre; así determinamos las magnitudes de las dos reacciones:

$$X = 2.200 \; ; \quad Y = 1.800 \text{ k.}$$

Mientras que el cálculo analítico dá; fórmula (26) y (27):

ÁREA HISTÓRICA
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

$$X = \frac{F_1 (3a_1 + b_1) b_1^2 + F_2 (3a_2 + b_2) b_2^2 + F_3 (3a_3 + b_3) b_3^2}{l^3}$$

$$= \frac{1.300(3\times 2 + 5)5^2 + 1.500(3\times 3 + 4)4^2 + 1.200(3\times 5 + 2)2^2}{7^3}$$

$$= 2.190 \text{ k,}$$

y

$$Y = \frac{F_1 (a_1 + 3b_1) a_1^2 + F_2 (a_2 + 3b_2) a_2^2 + F_3 (a_3 + 3b_3) a_3^2}{l^3}$$

$$= \frac{1.300(2 + 3\times 5)2^2 + 1.500(3 + 3\times 4)3^2 + 1.200(5 + 3\times 2)5^2}{7^3}$$

$$= 1.810 \text{ k.}$$

Conocidas las magnitudes de las reacciones de los apoyos, es muy simple el trazado del diagrama de los esfuerzos cortantes, la figura explica por sí misma.

Los esfuerzos cortantes máximos positivos ocurre en los apoyos e igual a la respectiva reacción.

86.—*Caso 3º.— Viga empotrada y sometida a la acción de una carga uniformemente repartida en toda la longitud y también a una carga concentrada en un punto cualquiera.*

Los momentos de empotramiento y las reacciones de los apoyos se determinan, para cada carga separadamente y se hace después su suma.

Así:

Para carga uniforme las reacciones de los apoyos son (75, ec. 3):

$$X = Y = \frac{pl}{2}$$

para cargas concentradas, ec. (17) y (19)

$$X = \frac{F(3a + b)b^2}{l^3}; \qquad Y = \frac{F(a + 3b)a^2}{l^3}$$

las reacciones de los apoyos para las dos cargas reunidas serán:

$$X_1 = \frac{pl}{2} + \frac{F(3a + b)b^2}{l^3} \qquad (28)$$

y

$$Y_1 = \frac{pl}{2} + \frac{F(a + 3b)a^2}{l^3} \qquad (29)$$

Los momentos de empotramiento para carga uniforme es, *ec.* [9']:

$$k = k' = -\frac{pl^2}{12}$$

ÁREA HISTÓRICA
CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

y para carga concentrada, ec. (14) y [18]:

$$k = -\frac{Fab^2}{l^2}; \qquad k' = -\frac{Fa^2b}{l^2}$$

el momento de empotramiento para las dos cargas es:

$$k_1 = -\frac{pl^2}{12} - \frac{Fab^2}{l^2} \tag{30}$$

y

$$k_2 = -\frac{pl^2}{12} - \frac{Fa^2b}{l^2} \tag{31}$$

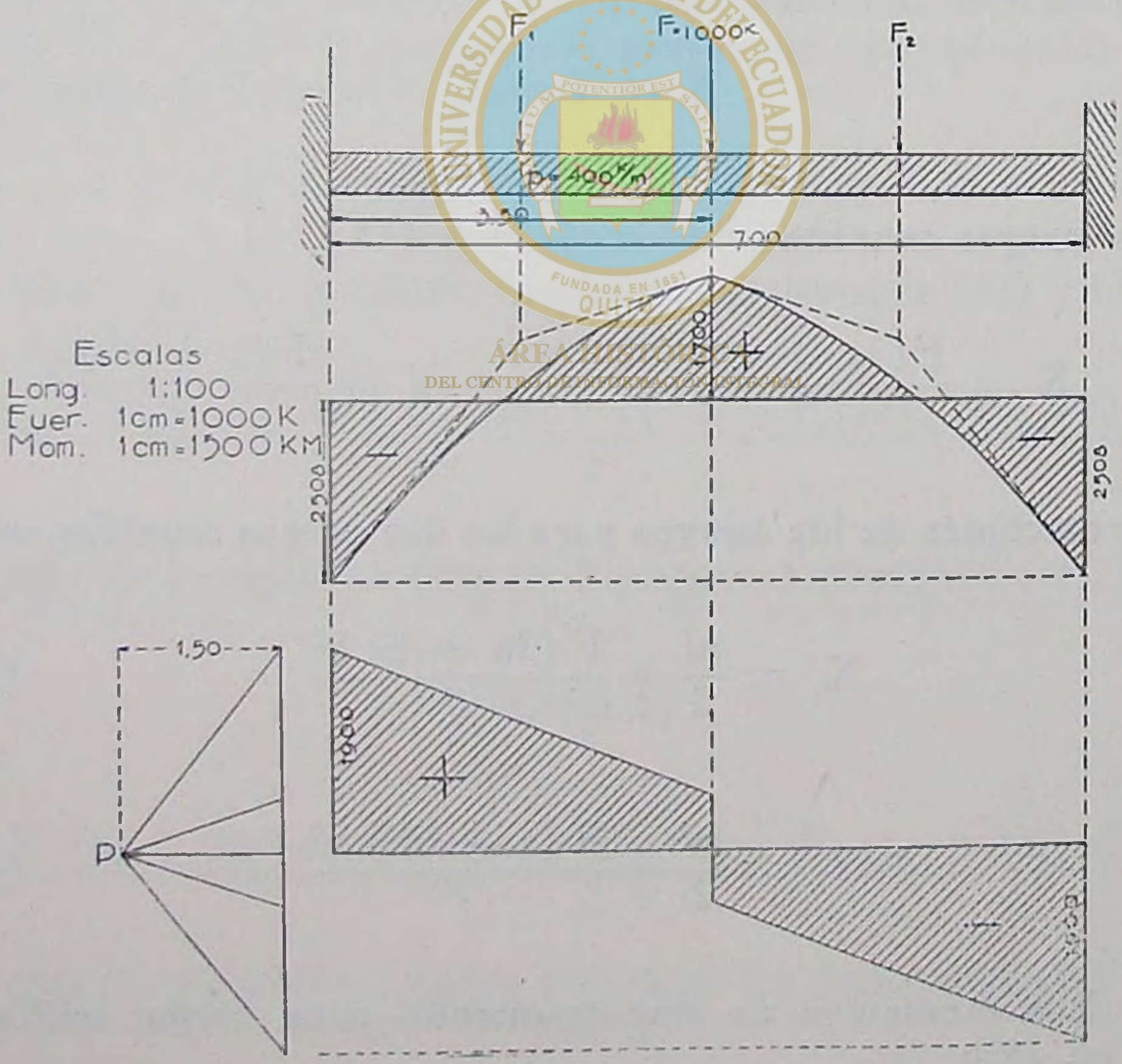


fig. 80

El momento de flexión para un punto cualquiera, pero a la izquierda de la fuerza F es:

$$\mathcal{M} = Xx + k - \frac{px^2}{2} \qquad (32)$$

y a la derecha de la fuerza es:

$$\mathcal{M} = Xx + k - \frac{px^2}{2} - F(x - a) \qquad (33)$$

y el máximo positivo se producirá bajo la carga y tiene por valor:

$$\mathcal{M}m = Xa + k - \frac{pa^2}{2} \qquad (34)$$

87.—*Aplicación.—Consideremos una viga de 7 m. de luz, que soporta una carga uniformemente repartida de 400 k/m. y una carga concentrada en su mitad de 1.000 k.* Fig. 80.

Primero consideremos a la viga de apoyos libres y tracemos para ésta los diagramas de momentos y de los esfuerzos cortantes (71), para carga uniforme y concentrada a la vez. [Fig. 80]. Para lo cual, la porción de carga uniforme a la izquierda de la fuerza F se la reemplaza, con una fuerza concentrada en la mitad y equivalente a su longitud.

Lo mismo se hace para la porción derecha.

Se traza el dinámico para estas tres fuerzas, cuyos valores son:

$$F_1 = 1.400; \qquad F = 1.000 \qquad y \qquad F_2 = 1.400 \text{ k.}$$

de suerte que el sistema es simétrico con relación a la mitad de la viga.

Luego se traza el funicular de polo P y cuyo lado de cierre podemos hacer de antemano horizontal: puesto que por ser simétricas las cargas se conocen las magnitudes de las reacciones de los apoyos, que son iguales entre sí e iguales a la mitad de la carga total; de lo contrario, habría que calcular por medio de las ecuaciones (28) y (29).

$$X = Y = \frac{3.800}{2} = 1.900 \text{ k.}$$

Este funicular y su lado de cierre se indica en la figura con líneas de puntos.

Hecho esto, se hace las modificaciones en el funicular, relativas a carga uniforme, con dos arcos de parábola, tangentes a los lados del funicular.

Entonces se localiza el lado de cierre del funicular correspondiente a viga empotrada, calculando los momentos de empotramiento en los apoyos; así mismo por la simetría de la carga, resulta:

$$k_1 = k_2 = -\frac{pl^2}{12} - \frac{Fab^2}{l^2}$$

y como $a = b = \frac{l}{2}$, se tiene:

$$k_1 = k_2 = -\frac{pl^2}{12} - \frac{Fl}{8}$$

sustituyendo los valores numéricos dá:

$$k_1 = k_2 = -\frac{400 \times 7^2}{12} - \frac{1.000 \times 7}{8} = -2.508 \text{ k. m.}$$

Este valor llevamos, a la escala adoptada, sobre las verticales de los apoyos, y después se une estos extremos. A esta línea debemos referirnos para la avaluación de los momentos.

Como se ve en la figura, el momento máximo positivo ocurre en la mitad de la viga y bajo la fuerza, y esta ordenada vale 1.700 k. m.

Este valor podemos comprobar por medio de las fórmulas (11) y (20'), que dan, al sumarlas, la siguiente expresión:

UNIVERSIDAD CENTRAL DEL ECUADOR FUNDADA EN 1651 QUITO ÁREA HISTÓRICA DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

$$\mathcal{M}m = \frac{pl^2}{24} + \frac{Fl}{8} \qquad (35)$$

que con los datos numéricos tenemos:

$$\mathcal{M}m = \frac{400 \times 7^2}{24} + \frac{1.000 \times 7}{8} = 1.692 \text{ k. m.}$$

o sea 8 k. m. de diferencia, lo que es despreciable.

En lo que atañe a los esfuerzos cortantes, el trazado del diagrama no tiene dificultad alguna; se trata primero con las tres fuerzas concentradas, y después se hace la modificación correspondiente a carga uniforme, como se observa claramente en la figura 80.

El máximo se produce en los apoyos, con signo contrario, e igual a las magnitudes de las reacciones.

NOTA.—Se debería también estudiar aquí a la viga empotrada en un extremo y simplemente apoyada en el otro; pero como ella es de empleo muy raro, omitimos para no extendernos demasiado.

ÁREA HISTÓRICA
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

(Continuará)

Por el Sr. Dr. Dn. Eduardo Riofrío B.

Manual de Ciencia de Hacienda aplicado al Ecuador

ÁREA HISTÓRICA
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

Manual de Ciencia de Hacienda aplicada al Ecuador

I

Introducción

Muy superficial era, cuando yo fuí estudiante, el estudio que se hacía de nuestros problemas nacionales, económicos y financieros, en la Universidad Central. Toda la atención embargaba el desentrañamiento de los principios científicos, de las leyes sociales económicas, de los hechos de las grandes potencias europeas. Poco o nada se sabía de nuestros problemas vitales en el desarrollo económico-financiero de la nación, obedeciendo esto, en no pequeña parte, a la falta de fuentes de estudio, por lo que la aplicación estudiantil de los grandes principios teóricos a nuestro medio por fuerza tenía que ser deficiente sino equivocada.

En otros países, en lo que se refiere a Finanzas Públicas, existe una asignatura especial, en la que se hace un amplio estudio comparativo de los principios generales y especiales a cada impuesto, su historia y su organización nacionales. Esta asignatura es la de Derecho Fiscal.

Posiblemente la enseñanza universitaria se habrá orientado en este sentido en los últimos años, impulsada por la importancia de los hechos que se han sucedido en la última década; pero, no obstante ello, siempre persistirá el enorme vacío de la falta de fuentes de consulta para los estudiantes. Un estudio muy general del señor Víctor Emilio Estrada, escritos, notables sin duda, pero de difícil adquisición, del escritor nacional que esgrimió la pluma escudado con el pseudónimo de JESE, las memorias de los Ministros de Hacienda,

de escasa doctrina por su índole especial, y los informes del Director de Ingresos, en los que se analiza la filosofía de los principales impuestos que existen en el país, es todo lo que puede consultar el estudiante que se interese por conocer nuestra vida financiera.

Indispensable se hace, pues, un estudio que tienda a enmendar tamaña deficiencia, y este es el propósito del presente trabajo: *La exposición sintetizada de los principios y leyes generales y la correlativa explicación de los hechos concomitantes nacionales.* Pequeña será su importancia para quien desee profundizar el estudio de la ciencia; pero será útil para el estudiante y para quien conocer los fundamentales principios científicos y la manera cómo se los ha aplicado en el Ecuador.

Difícil y peligrosa es ya la comparación de datos y cifras estadísticas, y la especulación o la incomprensión suelen encontrar en ellas blanda sera para todas las modelaciones. Con sobrada razón observa el profesor Liesse que ciertos datos estadísticos son como los caballeros de industria, cuyo prestigio social obedece al desconocimiento de su verdadero origen, hasta que algún día sale éste a luz, volviéndoles a la oscuridad de donde salieron.

Por mala fe, por ignorancia, por incomprensión, o simplemente por falta de escrupulosidad científica, se suele comparar los hechos y las cifras más heterogéneas y desemejantes, deduciendo victoriosamente de la comparación conclusiones asombrosas, olvidando, maliciosa o inocentemente, muchos de los principale, factores que ayudaron al que se quiere señalar como único, para la producción del resultado que se encuentra bueno o malo.

Hace algún ttempo uno de estos escritores que tergiversan los hechos a sabiendos o sin saber lo que dicen, escribía: *La deuda externa fue apenas de 3'750.000 sucres en 1894. Catorce años más tarde ascendía a 29 millones, y hoy llegan a 76.829.000. ¡He ahí la obra del Liberalismo!*

El escritor olvidaba que los sucres de 1894 valían cerca de CINCO de los en actual circulación; olvidaba también que se construyó el Ferrocarril del Sur y no quería acordarse que todos nuestros gobernantes han preferido siempre suspender el servicio de la deuda pública antes que exigir a la Nación el pequeño sacrificio adicional que hubiera evitado el acumulo de intereses no pagados.

De análogos defectos adolecen las comparaciones que hoy se hacen entre los presupuestos anteriores y posteriores a la revolución juliana. Casi siempre se olvida algún hecho sustancial que llevaría la comparación a diverso resultado si se lo tuviese en cuenta; y del olvido de hechos fundamentales, de la falta de sinceridad de unos, de la poca preparación de los más, ha surgido una atmósfera de incomprensión tributaria y presupuestaria cuyos peligros pueden preocupar a los hombres de estudio sincero y sereno, como preocupa actualmente parecido problema en otros países.

No se crea que yo apruebe los presupuestos anteriores ni que las leyes vigentes tributarias no adolezcan de graves defectos que es preciso corregir; pero es cosa muy diversa saber y poder ponderar un defecto, un error, a incurrir en otro diametralmente opuesto que resulta tanto o más falso que el que se pretende impugnar.

Difícil es, pues, la labor de juzgar serenamente los hechos de actualidad, pues casi siempre se inclina el crítico a uno de estos defectos: Si es ajeno a la obra que critica, desconoce muchos elementos que posiblemente le inducirían a modificar no pocos juicios; y si tiene algo o mucho que ver con la obra, se siente inclinado a defenderla a capa y espada, cerrado los ojos a sus defectos reales.

Existe también otra dificultad grave para quien se dedica a esta clase de estudios. Un escritor notable decía que entre un zapatero y un economista existe una gran diferencia, y consiste en que al zapatero nadie le discute sus talentos, pero al economista todo el mundo encuentra reparos que oponer. Y aquí vale la pena de recordar las frases de uno de los más notables economistas franceses, el profesor Nogaro, al comentar un proyecto de estabilización del franco presentado al Instituto de Francia y recomendado calurosamente por sus sabios miembros, pero sabios en cosas muy distintas de la Economía Política.

«Lo que yo en todo caso insisto en sostener — y esto explicará el título del artículo (Un escándalo científico) es el escándalo que consiste en hacer así tabla raza de la especialización, de la división racional del trabajo científico cuando se aborda los problemas económicos. No es que el personal encargado de la enseñanza de la Economía pretender imponer un monopolio. Nadie como el que suscribe estas líneas posee tanta aversión a las consagraciones oficiales, y nadie desearía tan ardientemente como él ver afluir a los cursos económicos jóvenes — y hombres maduros — de formaciones iniciales más diversas. Nadie rinde mejor homenaje a los verdaderos maestros, co-

mo Foville de Colson, que han venido de las ciencias ematemáticas a la Economía Política. Nadie está más dispuesto a reconocer que también vienen a esta de las letras y del derecho. Y por decirlo todo, hay en materias económicas muchos conocimientos que nacen de la práctica y que no se enseñan en la escuela».

Pero también es cierto que los actos del hombre dedicado a la Economía Política tienen a menudo repercusiones lejanas que le escapan y que debe pacientemente desentrañar. Hay fenómenos casi tan delicados de descifrar como los de la naturaleza, y ese es el dominio de la ciencia en Economía Política. No se improvisa hombres de ciencia en pocas horas por haber aprendido algunas fórmulas.

Si me he permitido protestar tan enérgicamente contra ciertas ilusiones que hace nacer la facilidad con la que se obtiene deducciones con algunas proposiciones bien sencillas, no es tan sólo porque esas ilusiones subrayan penosamente cierto defecto de cultura general en una Nación tan cultivada sin duda. Es, sobre todo, porque tales problemas no deben ser objeto de meros juegos espirituales: Intereses vitales están ahora en juego y no deben sufrir por tamaña anarquía de ideas».

El ilustrado publicista doctor José María Velasco ha publicado un libro en el que se coloca en su verdadero pedestal a la sinceridad, cuyo primer paso, en tratándose de ahondar un problema cualquiera consiste en medir serenamente las propias fuerzas y reconocer honradamente lo que el profesor Nogaro tanto recalca en las líneas que acabo de transcribir. El Doctor Velasco encuentra en la sinceridad uno de los principales estímulos, sino el primero de todos ellos, para la regeneración nacional; en materia científica es verdad que no vasta la sinceridad pero a ella me acojo para cumplir mi propósito. Por fuerza tendré que opinar sobre cuestiones acerca de las cuales no pocos tendrán distinto criterio; pero antes de condenar mis ideas habrá el derecho de exigir al lector que con toda sinceridad confiese si ha estudiado todos y cada uno de los aspectos de problema en cuestión.

El presente estudio será, pues, un manual teórico-práctico de Ciencia de Hacienda y contendrá, por tanto, una teoría, o mejor dicho, una explicación de la teoría de los gastos y de los ingresos del Estado, y la de su movimiento evolutivo en el Ecuador a partir de la separación de la Gran Colombia; y una teoría del crédito público y de cómo se ha desarrollado en el Ecuador. Es mi deseo que preste alguna utilidad a quienes busquen algo más que impresiones respecto de los problemas fiscales del país.

Quito, a 30 de Noviembre de 1931.

CAPITULO I

Concepto y contenido de la Ciencia de Hacienda.—Importancia del estudio de la Ciencia de Hacienda.

«La característica de la ciencia moderna reside en que debe explicarnos no sólo lo que es sino también lo que debe ser». SELIGMAN.

«No es raro encontrar en el vulgo, en el mundo político y en el administrativo hombres que hablan con desprecio de las teorías financieras, preconizando el *empirismo* y proclamando la superioridad de los hombres prácticos, de los «hombres de experiencia», esto es de aquellos que no se preocupan ni de los principios, ni de las teorías. Esta lamentable confusión se halla, por desgracia, demasiado extendida». JEZE.

«Declarar la superficialidad de la doctrina es tener el cinismo de afirmar que no es necesario saber lo que se dice cuando se habla, ni lo que se hace cuando se obra. ROYER COLLARD.

CONCEPTO Y ALCANCE DE LA CIENCIA DE HACIENDA.—Si bien el hecho FINANCIERO tiene su génesis en una necesidad que mueve la actividad para satisfacerla, y si bien ambos hechos se fundan en la ley del MÍNIMO ESFUERZO, el desarrollo de esa actividad (que cuando trata de satisfacer una necesidad individual se llama ECONÓMICA, y cuando tiende a la satisfacción de una necesidad pública o colectiva, se llama FINANCIERA), difiere fundamentalmente debido a la diversa naturaleza de las necesidades a que se refiere.

La actividad económica se desarrolla, como ya lo hemos dicho, instigada por la urgencia de obtener la riqueza indispensable para satisfacer las necesidades individuales que experimenta el hombre, como las de comer, vestirse, desarrollarse moral e intelectualmente, etc., en tanto que la *actividad financiera* tiende a obtención las riquezas indispensables

para la satisfacción de ciertas necesidades que surgieron cuando el hombre abandonó su aislamiento para convivir socialmente, como la necesidad de defender la vida y la hacienda contra el ataque de los grupos enemigos, y otras tantas que nacen del hecho de la convivencia social y de las distintas relaciones que ligan a unos asociados con otros, o los separan. Por estas razones se ha convenido en denominar PÚBLICAS O COLECTIVAS estas necesidades.

Pero no obstante esta conformidad de los financistas, así en el origen y fundamento de la Ciencia de Hacienda como en su finalidad primordial, la definición y el concepto de esta disciplina científica, según los diversos tratadistas, depende de la tendencia doctrinaria que se haya aceptado, pudiéndose clasificar estas tendencias o escuelas en tres grupos primordiales: a) Las que ven en la Ciencia de Hacienda una ciencia de principios abstractos; b) Las que la conceptúan como una disciplina esencialmente política y administrativa; y c) Las que estiman indispensable la comunión de ambas tendencias, haciendo de la Ciencia de Hacienda una ciencia eminentemente social.

a).—*La Ciencia teórica de las Finanzas.* Si bien los cultivadores de la ciencia pura consideran que debe ésta limitarse a estudiar las causas generales de los fenómenos financieros, esto es, las leyes constantes y necesarias que, dentro de ciertos límites y en igualdad de circunstancias, actúan indefectiblemente; y aun cuando están de acuerdo en mantener una actitud semi-desdeñosa para los que cultivan la Ciencia empírica de Hacienda, sin embargo cuando se trata de definir su contenido desaparece dicha conformidad, pues, por ejemplo, mientras para Ricardo su objeto esencial consiste en el estudio de las leyes sobre la traslación, insidencia y demás efectos de los impuestos, el Profesor Edgeworth sostiene que se debe investigar, de un lado, *los principios que rigen la distribución de las cargas fiscales entre los asociados,* y de otro *los efectos que producen en la economía nacional los impuestos;* enseñando, por último, otros financistas de la misma tendencia, que se debe estudiar la teoría de los ingresos conjuntamente con la de egresos fiscales, en todos sus aspectos teóricos abstractos.

Sugestiva es entre todas estas doctrinas de la Ciencia pura, la que sostiene el Profesor Einaudi: Para este sabio

financista no basta que se deduzcan los principios generales que rigen la actividad financiera, sino que es preciso, además, efectuar lo que llama «las aproximaciones sucesivas», esto es, hacer intervenir los principios políticos y sociales que determinan un resultado diverso del que encuentra la investigación abstracta, para la que sólo existe el *hombre económico*, tan diverso del real.

b).—*La Ciencia de Hacienda política o administrativa.* Para los financistas del segundo grupo, la Ciencia de Hacienda estudia los diferentes medios por los cuales las personas públicas se procuran los recursos necesarios para la satisfacción de las necesidades COLECTIVAS, así como las reglas a que deben sujetarse los servicios, los ingresos y los gastos públicos.

El empirismo de estos tratadistas varía desde el que revelan los que se limitan a describir el mecanismo político-administrativo de los Estados, hasta el de aquellos que exponen una verdadera teoría de los actos de la gestión administrativo-financiera de los entes públicos.

c).—*La Ciencia de Hacienda completa.* Según este último grupo de tratadistas, la Ciencia de Hacienda no puede ni debe tener por objeto el exclusivo e incompleto estudio de la ciencia ni del arte puros, sino que ha de armonizar convenientemente ambos estudios. Su primero y aun primordial fin puede ser la investigación de las leyes naturales que gobiernan el fenómeno financiero puro; pero el segundo momento tiene que ser, forzosamente, la contemplación de los fenómenos jurídicos, políticos y sociales, de modo que esta ciencia venga a ser una verdadera disciplina social y no una fría inquisición de principios abstractos. La Ciencia de Hacienda, así considerada, podría definirse como la disciplina científica QUE ESTUDIA LOS PRINCIPIOS ABSTRACTOS, AL PAR QUE LOS OBJETIVOS POLÍTICOS Y SOCIALES Y LAS NORMAS LEGISLATIVAS, QUE REGULAN LA ADQUISICIÓN, LA GESTIÓN Y EL EMPLEO DE LA RIQUEZA REQUERIDA PARA LA SATISFACCIÓN DE LAS NECESIDADES PÚBLICAS.

No obstante esta conformidad de tendencia, no coinciden sus cultivadores en todos sus aspectos; predominando el concepto abstracto científico en la escuela italiana y entre los modernos financistas de Inglaterra y Estados Unidos; mientras los franceses y los alemanes dan mayor importancia a los aspectos político y administrativo.

Es indiscutible la superioridad de la tercera tendencia, puesto que el cultivo de la ciencia pura puede recomendarse preferentemente en las investigaciones de laboratorio; mientras el exclusivo estudio del mecanismo financiero ha de llevar forzosamente a la práctica principios condenados por la ciencia. La función de ésta es la de enseñar a los legisladores los resultados necesarios de sus actos; y a los administradores de la Hacienda Pública, no sólo lo que ella es, sino también lo que debe ser. De ahí que los hombres que aspiran a poseer una cultura general pueden preferir los principios teóricos, pero los hombres de Estado y los funcionarios de la administración financiera tienen que estudiar preferentemente el aspecto político y administrativo de la Ciencia de Hacienda, sin descuidar por eso, claro está, el complemento científico de los principios generales.

IMPORTANCIA Y ESTUDIO DE LA CIENCIA DE HACIENDA.— Nunca se exagerará demasiado la necesidad de que se estudie la Ciencia de Hacienda, pues no hay actividad humana ni situación social en la que no se requieran medianos, si no grandes conocimientos de esta noble ciencia. El representante de la Nación, el hombre de estado, el periodista, el funcionario público y el simple ciudadano, a menudo tendrán que invocarla, sea en el desempeño de sus funciones, sea en la formación consciente de la opinión pública, sea en ese proceso oscuro, y no por eso menos importante, de la actividad política en la que actúan todos los ciudadanos, muchas veces sin darse cuenta cabal de ello.

Los representantes de la Nación y los hombres de Estado no podrán cumplir honradamente la función representativa que les ha confiado el Pueblo, especialmente en lo que se refiere a la Hacienda Pública, si desconocen los principios fundamentales de la ciencia financiera; y al contrario, muchos de ellos están en el deber —puesto que al aceptar una función se impone, a sí mismo, la obligación de adquirir la competencia que su desempeño exige— de poseer vastos, si no profundos conocimientos financieros.

El desempeño de la augusta misión de legislar para un Pueblo, por fuerza ha de plantear éstos o parecidas cuestiones que todo representante de la Nación debe estar en la capacidad de resolverlas.

¿Cuáles son los impuestos más adecuados para la situación económica del país? ¿Guardan relación los impuestos en vigencia y los que se proponen a su consideración, con las normas científicas y las exigencias del medio político y social en que van a aplicarse? ¿Se ha calculado los ingresos y los gastos públicos merced a la aplicación de métodos racionales al par que científicos? ¿Cuáles podrán ser las consecuencias económico-sociales del sistema de contribución a establecerse? ¿Es conveniente a la Nación el empréstito o el impuesto, en determinados casos? etc. Cuestiones que han preocupado hondamente la opinión pública en estos últimos tiempos, y que han puesto al desnudo la escasa preparación que tenemos en esta materia. He ahí por qué el profesor Flora recalca «la necesidad de una amplia difusión —de los principios que rigen la economía del Estado— es indispensable especialmente en estos tiempos del sufragio universal, de los principios que rigen la economía del Estado, ya que es ilusorio el control de los Parlamentos y la crítica de la Prensa a la política financiera de la minoría gobernante, cuando unos y otra no se inspiran en el exacto conocimiento de los hechos financieros y de sus consecuencias políticas y económicas».

Sin embargo, no por esto hemos de llegar a sostener que bastaría la ciencia sola para dirigir las finanzas públicas. El problema de la gestión financiera supone la aplicación en un medio determinado, de principios reconocidos como científicos, de donde surge la necesidad de conocer el medio político, económico y social, en el que tales principios van a actuar; así como los prejuicios y tradiciones populares y administrativos, para no contrariarlos sino en cuanto lo exija la urgencia de desarraigar prácticas vituperables e inconvenientes, reemplazándolas con otras que no estén reñidas con la justicia distributiva; he ahí por qué un gran financista puede resultar un mal Ministro de Hacienda. Pero, lejos de incurrir en los errores que se condenan en las citas que encabezan este capítulo, es fuerza reconocer que el ideal deseable sería el que los hombres de la administración fuesen científicos al par que prácticos, imponiéndose, cuando menos, la colaboración de la ciencia y de la práctica, colaboración que no dará óptimos resultados, como lo advierte el Profesor Jéze, si los hombres políticos no comprenden lo que es la Ciencia de Hacienda, cuál es su objetivo y con qué métodos se construyen las teorías financieras generales.

De igual importancia y necesidad es la preparación financiera de los hombres de la prensa, que se dedican a orientar la opinión pública alrededor de la política tributaria de los gobiernos y de los fenómenos financieros del Estado. El estudio sereno y comprensivo de las leyes de tributación, y de los actos administrativos, a fin de denunciar sus errores, y sus consecuencias injustas o funestas, requiere amplia ilustración y básicos conocimientos de las ciencias económicas, puesto que de lo contrario la crítica será desorientada, superficial e impresionista, encauzando la opinión pública por senderos errados, si no peligrosos para el progreso del país.

Tampoco los particulares pueden ser indiferentes a los hechos financieros, pues con profunda razón se ha dicho que la muerte y el impuesto son las dos únicas necesidades a las que nadie escapa; de ahí que todos los ciudadanos contribuyen silenciosa, pero seguramente, a la determinación de la política financiera de un país, sea mediante el uso del derecho del voto; sea merced a la conducta que oponen al establecimiento de los impuestos directos o indirectos, determinando consecuencias imprevistas por el legislador; sea en virtud de la aceptación o rechazo que abierta o pasivamente ofrecen a los impuestos establecidos o a establecerse.

FUNDADA EN 1651
HEMEROTECA
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

Y esta es la razón fundamental de por qué la prensa, que forma opiniones; los publicistas que colaboran con la prensa en tan noble y delicada misión, deben poseer básicos conocimientos financieros, ya que los ciudadanos beberán en las fuentes que la prensa y los publicistas les ofrezcan.

CAPITULO II

1) Teoría general de los gastos públicos a) Satisfacción de una necesidad colectiva; y b) Consumo monetario;—2) Diversos conceptos acerca de los gastos públicos.—3) Clasificación teórica de los gastos públicos, y su ordenación en nuestros presupuestos.

> «La historia ofrece, sin duda, numerosos ejemplos de dispersiones de riqueza por el Estado; ofrece también, ejemplos y más numerosos, de progreso general realizado mediante la eficaz cooperación del Estado. Rossi.

1.—Teoría general de los gastos públicos.—No son pocos los financistas que se niegan a considerar como materia propia de la ciencia de Hacienda el estudio de los gastos del Estado, dejándolos a la Política y a la Ciencia Administrativa. Si bien es cierto que la gestión financiera del Estado interesa al Derecho Administrativo, y que la Política puede determinar el aumento o disminución de los gastos, no por eso es posible desconocer que es propio de la Ciencia de las Finanzas estudiar los gastos públicos, relacionándolos con la ley del mínimo esfuerzo y concretándose, especialmente, al examen de las consecuencias económicas que se derivan de aquéllos, reservando a la Política y a la Ciencia Administrativa los problemas de la organización de los servicios públicos y del funcionamiento del mecanismo administrativo para la realización de los gastos. Ambos fenómenos, el financiero y el administrativo, se encuentra íntimamente ligados; pero así como la interdependencia de las actividades ejecutiva y administrativa no obsta para la independencia de las ciencias que estudian esas materias, esto es, el Derecho Político y el Derecho Administrativo; así tampoco la anotada interdependencia, de los gastos públicos con los actos administrativos, no se opone para que la Ciencia de Hacienda los estudie bajo un aspecto peculiar, dejando las demás al cuidado de la Ciencia Administrativa o de la Ciencia Política.

Actualmente, la noción de los gastos públicos se apoya en dos conceptos básicos: viejo el uno como la humanidad: LA SATISFACCIÓN DE UNA NECESIDAD COLECTIVA, y bastante moderno el otro: EMPLEO O CONSUMO de dinero. De estas nociones la primera ha recibido sólo ahora su verdadero significado—no obstante que siempre se debió imponer como un imperativo social— y la segunda se ha generalizado ampliamente en los tiempos modernos.

a) *Satisfacción de una necesidad pública o colectiva.*— Aún cuando la génesis del fenómeno financiero se encuentre en la asociación, natural o voluntaria, de los hombres con el objeto de satisfacer ciertas necesidades, que ni se habrían presentado ni habrían podido cumplirse en un estado de aislamiento; sin embargo, no siempre la doctrina de los teóricos ni la práctica de los gobernantes han proclamado, la una, ni respetado la otra, el principio tan evidente hoy día DE QUE LOS GASTOS FISCALES DEBEN EJERCITARSE PARA LA SATISFACCIÓN DE UNA NECESIDAD PÚBLICA, y así en los escritos de los publicistas de antaño se encontraban las enseñanzas más bizarras sobre la naturaleza de los gastos del Estado; y la administración pública no acertaba a distinguir las necesidades del Príncipe de las del Estado. Sólo en el siglo anterior, cuando los economistas empezaron a desentrañar la noción de «Servicio Público», surgió clara, en la teoría y en la práctica, la idea de que los Gastos del Estado no tenían otra explicación ni más fundamento que la SATISFACCIÓN DE LAS NECESIDADES PÚBLICAS, MEDIANTE LA ORGANIZACIÓN DE LOS SERVICIOS LLAMADOS PÚBLICOS.

Mas como el concepto de necesidad pública o colectiva carece de la precisión indispensable para que no se preste a todas las combinaciones políticas, modelándose, además, a las influencias del medio físico y moral, los financistas tratan de fijar su concepto, y limitar su contenido, echando mano de la noción de servicio público, que se define *como la organización costeada por el Estado, o por los Municipios, para dar cumplimiento a ciertas necesidades que reunan los siguientes requisitos:* a) consumo general, esto es, que la necesidad que va a satisfacerse sea sentida por la colectividad; b) que la producción del servicio por parte del Estado sea indispensable, ya por la imposibilidad de satisfacerlas aisladamente, ya porque la acción del estado resulta más económica.

Sin embargo la limitación teórica no parece freno adecuado para contener los gastos públicos y en todos los países se ha recurrido a medidas drásticas, de carácter constitucional o administrativo, para mantener los gastos fiscales dentro de las normas que señala la teoría. Las principales garantías constitucionales para la limitación de los gastos, son las siguientes:

1) El derecho reconocido a todos los Congresos de examinar, aprobar o rechazar el presupuesto de gastos presentado por el Poder Ejecutivo;

2) La limitación que se ha fijado en algunos países a la omnipotencia de los Congresos, facultándoles para que puedan disminuir, mas no aumentar los gastos propuestos por el Ejecutivo;

3) El reconocimiento del derecho de proponer nuevos cargos administrativos, al Ejecutivo únicamente, como ocurre en Inglaterra; o al Congreso, como se practica en Estados Unidos, con el objeto de evitar las prodigalidades del Organismo que su reputa más sensible a los compromisos y palanqueos; y

4) La especificación de los gastos presupuestarios por títulos y capítulos, para el mejor estudio y aprobación del Congreso; y la prohibición, más o menos rígida, de gastar las sumas asignadas para un servicio en otro u otros de diversa índole.

ÁREA HISTÓRICA
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

Entre las medidas administrativas para el refrenamiento de los gastos públicos, la principal consiste en el control ejercitado por los Tribunales de cuentas—que gozan para este efecto de relativa independencia—o por ciertos organismos especiales que desempeñan un control más rígido e inquisitivo, como las «Contralorías» que funcionan en algunos países, con amplias facultades para salvaguardiar el cumplimiento del Presupuesto, para juzgar las cuentas de los funcionarios públicos que manejan fondos del Estado; así como para intervenir en los reclamos contra éste.

Garantías Constitucionales y administrativas para el refrenamiento de los gastos públicos en el Ecuador. Las disposiciones vigentes en la Constitución de la República y en la Ley Orgánica de Hacienda, y que tienen por propósito establecer normas que prevengan el dispendio, liberalidad y anarquía en la inversión de los dineros públicos, obedecen a dos sentimientos o reacciones de diversa naturaleza.

La Ley Orgánica de Hacienda se inspira, principalmente, en la desconfianza a la prodigalidad legislativa confirmada por desgracia entre nosotros, como en todos los demás países del mundo; por lo que consignó entre sus disposiciones las que creía indispensables para mantener el control y la primacía de la iniciativa del Ejecutivo en materia de gastos, y prevenir así que los Representantes de la Nación dictasen medidas que viniesen a alterar el equilibrio del Presupuesto.

A su vez, la Constitución de 1928, manifiesta su desconfianza hacia el Ejecutivo, y como una reacción contra la Dictadura, reivindica algunas de las prerrogativas legislativas que recortó la Ley antes mencionada, con el mismo propósito de contener en sus justos límites los gastos públicos y garantizar el equilibrio presupuestario.

Un ejemplo pondrá en evidencia estas dos tendencias: El Art. 179 de la Ley Orgánica de Hacienda quiso dar fin a la desastrosa experiencia de las Legislaturas pasadas, restringiendo con larguesa la iniciativa del Congreso en lo que se refiere a la cuantía de los gastos públicos. A este efecto disponía que el Congreso no podrá aumentar ninguna de las partidas del Proyecto de Presupuesto presentado por el Ejecutivo, ni agregar nuevas partidas de egreso en él; ni reducir ni eliminar ninguna partida de egreso; ni aumentar o disminuir los cálculos de ingreso en el Presupuesto sino con la aprobación previa del Presidente de la República, o si éste la negare, con el voto de las tres cuartas partes del número total de los miembros del Congreso, y siempre que no se alterare el equilibrio del Presupuesto.

El Art. 109 de la Constitución vuelve por las rancias prerrogativas del Poder Legislativo y ordena que el Congreso podrá, siempre que no sufra alteración el Presupuesto, y sobre la base de datos estadísticos correspondientes a recaudaciones anteriores que justificaren la modificación, aumentar o disminuir los cálculos de ingresos, aumentar las partidas de egresos del Proyecto presentado por el Presidente de la República, disminuirlas, eliminarlas o agregar nuevas partidas. Si el Presidente de la República objetare el Presupuesto dictado por el Congreso podrá éste insistir con la mayoría de los miembros concurrentes a la sesión.

Sin duda las disposiciones del Art. 179 de la Ley Orgánica de Hacienda implicaban un paso demasiado avanzado hacia la primacía de la iniciativa ejecutiva en materia

presupuestaria, para que pudiera ser aceptado por el Poder Legislativo; pero el Art. 109 de la Constitucion implica un grave peligro para la estabilidad y equilibrio del Presupuesto, como lo demuestran las correcciones de ingresos que efectué la Legislatura de 1930, a más de que presta facilidad a la democrática liberalidad de las Cámaras, comprobada en los años 1928 y 1930, cuando a pesar de que todos los Representantes de la Nación hablaban de crisis y de gastos monstruosos, y temian una crisis mayor todavía, las economías efectuadas en ciertas partidas de egreso sólo servían para crear nuevas y mayores necesidades de carácter ordinario, sentando así uno de los principales motivos de la crisis fiscal, que consiste, en el hecho de que para dar salida a ingresos en cierto sentido extraordinarios se organió servicios ordinarios, creando sía egresos de caracter permanente, cuando la prudencia aconsejaba muy diversa conducta. (1)

En efecto, los cómputos de la Proforma Ejecutiva deben sujetarse a las terminantes normas que señala el Art. 108 de la Ley Orgánica de Hacienda, conforme al cual la estimación de los ingresos fiscales no puede exceder del promedio que marquen las recaudaciones efectivas en el trienio precedente, salvo los raros casos en que el sistema automático permite apartarse de la regla enunciada. La regla constitucional es, pues, redundante, y encierra un peligro eminentemente, ya que o los datos estadísticos de que habla la Constitución no puede diferir de los que señala la contabilidad fiscal, a menos de error de cómputo subsanable en cualquier momento, y previsto terminantemente por el Art. 169 de la Ley Orgánica de Hacienda; o, a pretexto de cómputos y datos estadísticos se inflará las partidas de ingresos para dar margen a nuevos egresos, tan ilusorios como los primeros.

Entre las garantías constitucionales para la limitación de los gastos públicos, y evitar las iniciativas perjudiciales así del Ejecutivo como del Legislativo, se cuentan las siguientes:

---

(1) Lo propio ocurre con la Legislatura de este año (1932). El presupuesto de 1931 se saldó con déficit; el de este año tendrá uno no menos de 6 millones, y a pesar de que la Proforma para 1933 señala los ingresos en una cifra que difícilmente se realizará, ya pasan *de tres millones,* las adiciones que se ha hecho a los gastos. Luego surgirá el difícil problema de cubrir el déficit de 1933.

El Art. 101 previene que ningún Presupuesto podrá ser sometido al Congreso si sus egresos no están equilibrados con los ingresos.

El Art. 102 trae una previsión de importancia para evitar los déficits fiscales, pues ordena que los gastos autorizados por leyes especiales podrán suspenderse mientras no se le incorporen en otro Presupuesto, a fin de que todo egreso sea cubierto por los respectivos ingresos.

El Art. 104 se inspira en marcada desconfianza hacia el Ejecutivo al prevenir que ningún empréstito se ha de destinar a egresos administrativos de carácter permanente. Por tales egresos se quiso entender, sin duda, los que se ha convenido en clasificar como ordinarios, y de entre ellos a los que se refieren a la gestión administrativa del Estado, como sueldos de toda clase, gastos de mantenimiento de las obras públicas, gastos de representación del personal administrativo, y gastos la de Administración Ejecutiva, en su sentido más restringido; pero no a la deuda pública, por más que constituya una expensa ordinaria o permanente, ya que así quedarían prohibidos los empréstitos para la consolidación de la deuda, lo que no es aceptable, ni posiblemente se pretendió establecer.

El Art. 105 ordena que ningún egreso podrá efectuarse sino conforme a disposición expresa de la Ley del Presupuesto, excepto en los casos de transferencia contemplados por la Ley Orgánica de Hacienda.

DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

El Art. 110 garantiza el equilibrio del Presupuesto, ya que según él, el Congreso no podrá expedir leyes que modifiquen ingresos comprendidos en el Presupuesto vigente, o en el dictado para el siguiente año fiscal, sino a condición de que al propio tiempo establezca nuevas rentas o aumente las existentes, para sustituir las que trate de derogar o modificar. En ningún caso se podrá aprobar Ley alguna que desequilibre el Presupuesto.

Entre las principales reglas establecidas por la Ley Orgánica de Hacienda citaré las siguientes:

La Comisión del Presupuesto computa los ingresos y señala su monto, de conformidad con el sistema automático, en esta forma: Como regla general, el cómputo de los ingresos no podrá exceder del promedio de las recaudaciones efectivas vas en los tres años precedentes; pero por causas excepcionales se puede disminuir su monto, y las razones que para ello se haya tenido se hará constar en informe especial. Asimis-

mo, si en virtud de leyes posteriores se previene rendimientos adicionales, se los hará constar en partidas independientes.

El monto de los ingresos fijará el de los egresos posibles, para lo cual la Comisión señalará a cada Ministerio la cantidad máxima probable de que puede disponer, a fin de que el monto total de los gastos no exceda al 98% de los ingresos.

El Presupuesto de egresos debe dividirse en Títulos y Capítulos, Secciones, Parágrafos y Partidas, con el objeto facilitar el estudio y control del Poder Legislativo sobre los gastos públicos. Sin embargo, por exceso de detalle se ha llegado a establecer más partidas que en la generalidad de los presupuestos, aún entre las más grandes potencias, con lo que se degenera en la minucicsidad. Este defecto se corrige, en parte, en la proforma para 1932, en la que sin incurrir en el peligro contrario se reduce las partidas a la tercera parte, manteniendo las consabidas reglas que gobiernan la formación y discusión del presupuesto.

Sólo el Presidente de la República puede hacer transferencias de asignaciones entre partidas del mismo parágrafo, o entre las diferentes secciones de un mismo capítulo; pero si se tratare de transferencias de asignaciones entre partidas de diferentes capítulos, solo puede hacerlas el Presidente con la venia del Congreso, si estuviere reunido, caso contrario, tendrá facultad para hacerlo, pero con la obligación de someter un informe sobre esta materia al Congreso próximo, para su aprobación.

No podrá efectuarse ninguna transferencia de asignaciones para gastos expresamente prohibidos por el Congreso al tiempo de aprobar el Presupuesto, ni para aumentar sueldos u otra clase de remuneraciones fijadas en la Ley del Presupuesto,

El Congreso no podrá discutir ningún proyecto especial de gastos antes de que el Presupuesto haya sido sancionado en la forma prevista por la Ley, a menos de que se trate de los casos calamitosos que enumera el Art. 186 de la Ley Orgánica de Hacienda.

Ninguna asignación suplementaria adicional podrá alterar el equilibrio del Presupuesto, ni será permitido su establecimiento sin previa constancia de que para atenderla existen recursos suficientes, no asignados para otro efecto.

2. *Inversión de dinero.*—Los gastos públicos, cuyo objeto es la satisfacción de una necesidad colectiva, implican,

en la gran generalidad de los casos, el consumo de dinero. Pero el empleo de numerario, como requisito indispensable o siquiera como el medio más adecuado para la satisfaccion de las necesidades públicas, no ha sido la regla general en todas las épocas, ni siempre los servicios públicos han requerido gasto en dinero o en especie. Una de las primeras y más imprescindibles necesidadcs que debieron satisfacerse en los albores de la humanidad, la de la defensa, no supone otra cosa que la osociación voluntaria e inconsuntiva de los hombres para obtener el resultado que no es posible lograr mediante el esfuerzo individual; y durante la Edad Media la guerra se hacía sin que significase, en su mayor parte, y por cuenta del Soberano, la necesidad de pagar a las tropas, pues sus raciones o jornales eran abonados por los señores que servían al Rey. El predominio del gasto público, como inversión de una suma de dinero, coincide con la evolución de los ingresos del Estado motivada, a su vez, por las transformaciones politicas que determinan la preponderancia del impuesto, como forma de obtener la riqueza necesaria para la satisfacción de las necesidades colectivas, así como la desaparición de las regalías y la paulatina disminución de las prestaciones en especie, voluntarias o forzosas.

Entre los principales de esos procedimientos de satisfacción de las necesidades públicas, que no implicaban consumo de dinero, citaremos las siguientes:

a) Procedimientos coercitivos merced a los cuales se obtenían por la fuerza los bienes, (requisiciones muy usuales en los casos de revolución o de guerra), o se imponía el desempeño de ciertas funciones públicas, sin indemnización ni remuneración en numerario;

b) Prestaciones voluntarias, sea de servicios, sea de especies, sea de funciones honoríficas, como las que supone el jurado, los donativos y otras análogas;

c) El permiso o facultad concedido a ciertos funcionarios de imponer tasas o de cobrar honorarios por sus servicios;

d) Ciertas concesiones administrativas que se otorgaban para compensar los servicios de determinados funcionarios, como la exención de impuestos, las franquicias postales, las telegráficas o las de transporte, etc.

Todos estos procedimientos no dejaban de ofrecer serios inconvenientes, lo que ha contribuido a que en todas partes se prefiera el sistema del gasto público, pues que aquellos lle-

vaban a uno de estos dos resultados: Servicio imperfecto y deficiente por un funcionario poco interesado en que su labor sea eficaz; engañosa economía de gastos que por no figurar en el Presupuesto del Estado, no dejaban de pesar sobre el contribuyente.

Citaremos a este respecto, por ser en extremo interesantes, las observaciones del Profesor Jeze, profundo conocedor de la materia, quien dice refiriéndose a dicha transformación: «El desenvolvimiento del sistema del gasto público, aun cuando entrañe a los presupuestos de cuentas el aumento de los egresos y de los impuestos y tasas, conducen, en realidad y en la mayor parte de las veces, al aligeramiento de las cargas individuales, y a una repartición más equitativa de estas cargas». En efecto:

«a) El hecho es manifiesto en lo que concierne a la sustitución del procedimiento del gasto monetario al sistema vejatorio, rigido inoportuno, desigual de la fuerza».

«b) Los agentes públicos remunerados con sueldos cuestan menos caro que los concesionarios del servicio público; además, de que el sistema del gasto monetario permite hacer soportar la carga del servicio sobre otros que no acuden a dichos agentes, lo que a menudo es indispensable. (Caso de la sustitución de los monopolios fiscales a las antiguas concesiones).

«c) A menudo, aplicar el procedimiento del gasto público a un caso dado implica la creación de una nueva fuente de ingresos, menos pesada para el contribuyente que la del antiguo procedimiento. Como por ejemplo, las nuevas tasas de justicia que el público tendría que pagar al Estado si los oficiales ministeriales fueran suprimidos, constituiría una carga infinitamente más ligera que las que resultan de las exacciones cuotidianas practicadas por estos agentes bajo el nombre de salarios, honorarios, tasas», etc. Este es el caso de lo que entre nosotros se denomina «justicia gratuita», cuya adopcion implicaría una revisión de la Ley de Timbres a fin de imponer gravámenes elgo más alevados y generales con el objeto de crear los ingresos indispensables para esa nueva fuente de gastos.

«d) La remuneración de todos los que consagran una gran parte de su actividad al servicio público se traduce ordinariamenie por una disminución de las cargas reales de los

contribuyentes. En primer lugar, se hace así posible suprimir una gran parte de los auxiliares técnicos retribuídos de los qur se rodean los funcionarios honoríficos; y sobre todo, el público escapa a las cargas que le impone la legislación y la administración de clases que es la consecuencia normal del ejercicio de las funciones gratuitas por las clases dominantes; y

«e) En fin, la remuneración insuficiente que resulta sobre todo del empleo del procedimiento de ventajas honoríficas es la formidable fuente de la corrupción administrativa. Cuando los sueldos de los altos funcionarios son inferiores al valor económico de los servicios, es muy probable que el servicio público sea corrompido; y la corrupción de la administración es financieramente una carga más pesada para el público que la que proviene de la remuneración suficiente a los funcionarios públicos».

2º.—DIVERSOS CONCEPTOS ACERCA DE LOS GASTOS PÚBLICOS. Curiosas y contradictorias son las opiniones, así de los técnicos como del vulgo, sobre la bondad y limitación de los gastos públicos. Antaño creíase que todo gasto era un beneficio *porque hacia circular la moneda*, de manera que mientras más gastaba el Príncipe, mayor debia ser el beneficio social merced al dinero que corría a manos llenas en provecho de los proveedores de toda clase. Idea de la que no sólo participaba el vulgo, como suele hoy ocurrir en tratándose de los gastos de las personas ricas, sino también reputados economistas y hombres públicos. El Cardenal de Noailles cuenta en una carta escrita a madama de Maintenou que un día, al exortar a Luis XIV para que hiciese grandes limosnas, éste respondió: «*Un Rey debe hacer limosnas gastando mucho*», opinión de la que participaban Voltaire, Galiani, Bodin—quien decía que todo gasto es bueno pues hace circular el dinero—Pit y otros notables políticos de aquella época.

La reacción contra este sentido de los gastos públicos y contra los peligros que entrañaba, no se hizo de esperar; a la teoría de que todo gasto es cosa buena y laudable porque hace circular el dinero, sucedió otra, no menos falsa, que veía en los gastos fiscales un mal inevitable que era preciso limitar a la mínima expresión.

Esta tendencia tuvo también, a su vez, un aspecto político y otro ideológico: Políticamente los Reyes y los Príncipes

absolutos encontraban en la limitación de los gastos un motivo de falsa popularidad, al par que mantenían contentos a los súbditos a quienes no se exigían grandes recursos para obras públicas, para obras de carácter social ni otras cuya reproductividad escapa a la comprobación numérica.

Ideológicamente, los continuadores de Adam Smith, pretendieron explicar el problema fundamental de las finanzas mediante el fenómeno del consumo; y el economista J. B. Say fundó toda una escuela que, partiendo de esta concepción, explicaba los gastos públicos como hechos improductivos de consumo que era preciso limitar cuidadosamente; sin que por eso, claro está, llegase al extremo de desconocer la reproductividad de ciertos gastos públicos como los que se invierten en construcción de ferrocarriles cuya explotación resulta un negocio para el Estado.

Quizás los hombres políticos del Ecuador ya no pensarán con J. B. Say que los dineros pagados por los contribuyentes son perdidos para él, y que los gastados para el Fisco, lo son para todos; pero es un hecho que existe marcada tendencia a considerar los gastos públicos como un mal y su limitación como el más deseable de los bienes, tendencia que consideramos más adelante al tratar de las normas a las que deben sujetarse los gastos públicos.

Baste apuntar, por ahora, que ambas posiciones son inaceptables, pues contemplan los fenómenos financieros desde puntos de vista incompletos y desorientados. Los gastos públicos no son un bien ni un mal, son el resultado de una forma de conveniencia social. La defensa del territorio, la defensa de la vida, de la salud, de la propiedad; la lucha contra la ignorancia, contra las plagas, contra los gérmenes patológicos; la necesidad de comunicar las ideas y trasmitir el pensamiento, así como la de hacer circular los bienes y la de la movilización personal etc., son otros tantos hechos que la Ciencia de Hacienda no tiene para qué discutir, ni por qué averiguar su naturaleza y antecedentes, si no es para distribuir la riqueza, cuyo consumo exige la satisfacción de esas necesidades, que siempre se han sentido y que siempre se sentirán, acrecentadas y agudizadas por el progreso de las sociedades, aunque la costumbre de verlas satisfechas por los entes colectivos no nos permitan percatarnos de toda su importancia.

PRINCIPIOS TEÓRICOS QUE DEBEN SERVIR DE NORMA PARA LA EXTENISÓN DE LOS GASTOS PÚBLICOS. Existen ciertos principios, de universal aceptación, que señalan a los gobiernos límites intranspasables, normas de carácter más o menos relativo tocante a los gastos de la gestión administrativa. Principios que no siempre suelen interpretarse ni aplicarse debidamente, por lo que se hace necesario precisar su concepto antes de entrar a la clasificación de los gastos públicos.

Las principales de esas reglas, que se encuentran enunciadas en todos los manuales de Ciencia Financiera, son las siguientes.

1. El primero de esos principios, que ya se deja analizado en el capítulo anterior, es el que manda que *los gastos públicos sólo han de tener por objeto la satisfacción de una necesidad colectiva.* Estudiadas ya la naturaleza y el contenido de las nociones de gasto público y de necesidad colectiva, huelga insistir sobre este principio, evidente de suyo.

2) LOS GASTOS PÚBLICOS DEBEN SUJETARSE A LA LEY DEL MÍNIMO ESFUERZO, esto es, deben surtir el mayor rendimiento con el menor trabajo posible. De este principio se desprenden tres corolarios diversos, aunque relacionadas entre sí:

ÁREA HISTÓRICA
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

a) *El gasto público no debe sobrepasar la medida de una necesidad colectiva.* Así el país cuya neutralidad estuviese garantizada por convenios internacionales—como el Gran Ducado de Luxemburgo—que mantuviese grandes cuerpos de Ejército y de Policía; y el país que surcado de ríos navegables y de excelentes carreteras, emprendiese en la construcción de una red de ferrocarriles, quebrantarían el principio enunciado.

b) Viceversa: *Los gastos públicos deben dar entera y cumplida satisfacción a las necesidades públicas.* Esta regla vale tanto para las finanzas individuales como para las colectivas, y se halla sancionada por el sentido común. Si se invierte, en efecto, ingentes cantidades con el objeto de lograr una finalidad que exige mayores esfuerzos para su realización, no se obtiene otro resultado que sustraer energías y riquezas a otras actividades, de menor importancia quizás; pero cuya completa realización hubiese proporcionado mayor rendimiento que no el inútil despilfarro en pro de un fin no

conseguido. Tal sería el caso de la construcción de un ferrocarril, de importancia trascendental, pero cuya realización exigiese no menos de diez millones de sucres anuales, mientras la penuria del Fisco permitiese sólo la inversión de doscientos mil por año; más valdría emprender, en dicho caso, en la construcción de un modesto camino que exigiese el gasto anual de esa cantidad o algo menos. De igual manera, mantener un ejército cuyo número, preparación y equipo no podrían dar resultado alguno, en tratándose de conflictos internacionales, no obstante su costo relativamente elevado, sería un gasto que pecaría contra esta regla; y

c) *Los gastos deben acomodarse a la correlativa importancia de las necesidades públicas, en forma que necesidades secundarias no sean preferidas a otras de gran interés social.* Principio es este que se olvida fácilmente en los países despóticos, así como en los democráticos, donde el caciquismo y la preponderancia de grupos políticos sacrifican el interés de la colectividad al propio o al local. Tales serían los gastos que se empleasen en la construcción de ferrocarriles de exclusivo provecho local, en vez de otros de gran importancia colectiva.

3) Los GASTOS PÚBLICOS DEBEN PROPORCIONARSE A LA CAPACIDAD ECONÓMICA DEL PAÍS. Este principio es el que más relativo, el menos fácil de precisar y el que mejor se presta a las declamaciones de los políticos.

No vale la pena de discutir siquiera la verdad de un principio que manda acomodar los gastos a la potencialidad económica de un Estado; ya que traspasar la capacidad tributaría de los ciudadanos es decretar la ruina o el estancamiento del propio Fisco, cuyas fuentes de ingreso reposan todas en la renta de los contribuyentes. Es evidente también que en cuanto la política financiera de una Nación ataque o estacione las fuerzas productivas, los ingresos fiscales tendrán que disminuir tarde o temprano, o, al menos, no podrán aumentar en la medida de otras nuevas e importantes necesidades que satisfacer.

Pero la dificultad de la cuestión radica en medir exactamente la capacidad contributiva de un país para no traspasarla, pues no basta afirmar que los impuestos exeden de ellas, sino que es preciso comprobar esa afirmación que tan fácilmente la

esgrimen los contribuyentes. Lo que complica dicha investigación es la elasticidad de todas las fuerzas del Estado, y, por ende, de la capacidad tributaria de los ciudadanos, la que se cree ya agotada cuando hechos posteriores vienen a comprobar lo contrario. Así por ejemplo, el Profesor Flora pronosticaba, antes de 1914, que una guerra mundial en el siglo XX no podría durar sino pocos meses, puesto que de lo contrario la ruina económica de las naciones se encargaría de restablecer la paz; y, sinembargo, la guerra consumió más riquezas de lo que se podía suponer, y en vez de pocos meses duró años enteros. Así mismo en 1914 el Ministro Intriago creía que ya habíamos llegado a ese mensionado grado de saturación; y a pesar de que hoy se pagan indudablemente más impuestos que entonces, y de que se vuelven a repetir las mismas declaraciones, después de la presente ráfaga de desgravación veremos cómo las nuevas necesidades colectivas imponen nuevos gastos, y, por ende, nuevos ingresos.

La verdad es que se debe distinguir entre *contribuciones benignas, contribuciones elevadas* sin exceder la capacidad económica de país, y *contribuciones que traspasan dicha capacidad;* pero para poder afirmar que una nación se encuentra en cualquiera de esas tres situaciones, es preciso conocer la renta de que gozan los contribuyentes a fin de observar qué porcentaje de la misma observen los impuestos. Si esa comparación estableciese que las contribuciones no demandan más de un diez por ciento de la renta nacional, por término medio, se podría afirmar que éstas son benignas; si llegan a consumir hasta un veinte por ciento, se podría decir de ellas que son elevadas aún cuando no traspasasen todavía la capacidad económica de los contribuyentes; pero si excediesen del treinta por ciento de la renta, como término medio, es indudable que la presión tributaria estaría muy cerca de alcanzar su máximo, si es que ya no lo hubiera alcanzado. Por lo demás, es también necesario distinguir entre Estados que piden más impuestos de lo que justificarían los servicios que prestan con el empleo de la riqueza así obtenida, y Estados que van hasta estancar la producción y contraer los consumos, síntomas elocuentes de que los impuestos son excesivos. Pero aún entonces será preciso saber, primeramente, si la reducción de los consumos no obedece a una crisis, como ocurre en la presente época, a fin de no incurrir en errores.

Consecuencia lógica de los enumerados principios básicos a que deben someterse los gastos públicos, es que éstos han de ser determinados por la urgencia de las necesidades públicas, sin que sea norma de buen gobierno exagerarlos más allá de lo que aquellas lo piden y los recursos públicos lo permiten; ni tampoco reducirlos a toda costa como si la felicidad de un pueblo radicase en la estrechez de los presupuestos consuntivos.

Nada más elocuente para precisar la filosofía sobre la extensión de los gastos públicos que las elocuentes y concisas frases del Profesor Flora. Hélas aquí: «Si los gastos no deben traspasar jamás la potencialidad económica de un país, no se ha de creer que su reducción a la mínima expresión sea la regla fundamental de la política económica del Estado. En el primer caso se sacrificarían las finanzas, y con ellas la riqueza nacional, a las exigencias políticas, que tendrían al fin que modificarse merced al agotamiento de las fuentes de la renta nacional. En el segugdo caso se sacrificarían las exigencias políticas,—los fines supremos del Estado,—a las exigencias de las finanzas, a un respeto exagerado de la fortuna de los contribuyentes, que no puede anteponerse ni compararse con la intensidad de las necesidades privadas y públicas. No se trata, para obtener la máxima economía en la administración pública, de suprimir, sin más ni más, gastos; ni de dejar insatisfechas necesidades universalmente sentidas, lo que ocurriría a erigir en norma absoluta la de la economía, sino de que el Estado no emplee para conseguir sus fines *mayores sumas de las que exige la importancia de los fines perseguidos*». (Seienza delle Finanze. Pág. 78).

Ahí está, precisamente, la dificultad técnica de la cuestión; y digo técnica, porque técnicamente sólo los técnicos, esto es, las personas que conocen profundamente, en cada caso concreto, la necesidad que se trata de satisfacer, son las únicas que pueden resolver si las sumas destinadas a ese objeto son excesivas o indispensables, ya que los legos en la materia, ante la imposibilidad de distinguir entre lo superfluo de lo necesario, se inclinarán a creerque todo gasto, cuya reproductividad escapa a su comprensión, es innecesario.

La inexacta apreciación de este problema surge de la errada interpretación de los hechos financieros que se consideran generosamente como una compra-venta de servicios.

No sólo los contribuyentes profesan estas ideas, también una escuela económica, que no cuenta ya con ningún financista de nota, pretendió explicar el problema de las finanzas públicas como un fenómeno de cambio. Según estas concepciones, bastante vulgares, el Estado vendría a ser el gran productor de los servicios públicos que luego los vende o permuta con el fruto de los impuestos. Teóricamente choca que se considere como un acto de libre cambio lo que en realidad está sujeto a coacción. Además, ¿cómo computar en la práctica el precio de ciertos servicios como el de una buena administración de justicia, o de la correcta aplicación de los impuestos? Se establece un gravamen que debe rendir cinco millones, por ejemplo; pero el acomodo de dicho gravamen sagún la diversa capacidad de los contribuyentes, y la atención y despacho de las reclamaciones sobre los mismos, exige la creación de un cuerpo, más o menos técnico, que, a su vez, demanda un gasto adicional de veinte y cinco mil sucres. Ahora bien, ¿cómo computar la reproductividad de estos veinte y cinco mil sucres, que se halla representada por actos de justicia, por mejor acomodo del impuesto, por la aceptación de justas reclamaciones, por la devolución de impuestos mal cobrados, por la corrección de errores en que a menudo incurres los funcionarios públicos?.....

ÁREA HISTÓRICA
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

(Continuará)

Por el Profesor de Electro-radiología de la Universidad Central,

Dr. Pablo Arturo Suárez

Contribución a la práctica de las inyecciones de uro-selectán en las radiografías renales

ÁREA HISTÓRICA
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

Contribución a la práctica de las inyecciones de uroselectan en las radiografías renales

Desde 1930 he tenido oportunidad de practicar, con cierta regularidad, las inyecciones opacificantes de uroselectan. Las inyecciones fueron siempre intravenosas: 40 grs. de la sustancia en polvo disuelta en 80 cc. de agua destilada estéril; luego filtrada en papel filtro y esterilizada en baño maría o por ebullición, prolongada hasta 5'. La ebullición aún de larga duración no altera la sustancia.

La solución así preparada fue inyectada en las venas del pliegue del codo, la mitad en un brazo y la otra mitad en el otro, manteniendo la solución ligeramente tibia. La inyección duraba 15'.

Posteriormente, habiendo notado que los resultados no variaban mucho, inyecté sólo 20 grs. de la sustancia disuelta en 50 cc. de agua destilada y esterilizada como queda indicado. La inyección se practicaba en tal caso sólo en un brazo, en un tiempo no menor de 10 minutos.

Actualmente la misma casa fabricante del uroselectan, la Schering-Kahlbaum, ofrece dosis menores de 30 grs. de sustancia para disolverlas en 70-80 cc. de agua bidestilada, y aún soluciones preparadas inyectables de 20 cc., conteniendo 15 grs. de sustancia.

En nuestra práctica no hemos empleado agua bidestilada sino agua destilada, por no encontrar lista en el mercado ni en los laboratorios y en cantidad suficiente. Quizás se deba

a esto los pequeños disturbios, muy insignificantes desde luego, que anotamos más adelante.

Con el fin de evitar sombras que puedan enmascarar anormalidades del aparato urinario, los enfermos han sido purgados la víspera con aceite de ricino y sometidos a un lavado rectal una hora antes de la inyección. Esta se ha practicado por la mañana y hallándose en ayunas el paciente.

Al principio practicábamos 3 radiografías simultáneas de los dos riñones; una a los 15' de terminada la inyección, otra a los 45' y otra a la hora, sin perjuicio de intercalar, cuando se ha creido necesario, una de la región vesical. La comparación de los resultados nos ha permitido reducir el número de radiografías sólo a 2: la primera 35' después de terminada la inyección; la segunda una hora después.

La primera proporciona, en la mayor parte de casos, los elementos anatómicos más útiles para el diagnóstico anatómico: forma, posición, amplitud, volumen, etc. de los uréteres, pelvis, cálices y parénquima renal; así como sobre la existencia de cavidades o condensaciones anormales. La segunda dá una idea plástica del funcionalismo renal y de la motricidad de las vías excretoras: rapidez o retardo de la eliminación del uroselectan, visibilidad mayor del parénquima o de la pelvis y ureter, etc.

Algunos autores, y especialmente el profesor Peña en un bello trabajo sobre pielografía intravenosa, aconsejan tomar la radiografía que podríamos decir de prueba funcional, esto es la segunda, en el momento en que la densidad de la orina llegue a su máximo desde el momento de la inyección. También intentamos comprobar la densidad de la orina en algunos de los enfermos, habiendo notado que la densidad ascendía gradualmente hasta una hora después de la introducción del uroselectan.

La inyección la practicamos siempre, estando el paciente en decúbito. Hemos empleado una ampolla de suero con manguera e insuflador. Los primeros 15 cc. del líquido provocaron siempre un intenso dolor lancinante a lo largo del brazo con irradiaciones hacia el hombro y costado del lado inyectado; pero iban cediendo gradualmente hasta cesar a medida que se avanzaba en la introducción del líquido. Aproximadamente una hora después de la inyección, observamos que se presentaba un escalofrío o temblor general con castañeteo de dientes, análogo al de un acceso palúdico. Du-

raba este temblor hasta una hora en forma de accesos intermitentes, pero sin ocasionar notable molestia al enfermo. Aparte de estos trastornos, que quedan consignados, nunca hemos observado otro disturbio, ya durante el tiempo de la inyección o el examen, ya posteriormente.

Las radiografías las practicamos con los siguientes factores: pos. decúbito ventro-dorsal; distancia foco-placa 70 centímetros; diafragma Bucky y compresión de banda; Tpo. 3"; M. A. 60; K. V. eff 55, equivalentes a 75 max.

A continuación exponemos algunas de las radiografías que consideramos de algún valor instructivo.

ÁREA HISTÓRICA
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL



Figura No. 1

J. B. de 40 años. Individuo normal. Radiografía practicada para descartar la participación del riñón izquierdo en el proceso denso, señalado con una cruz, que se observa al lado de las dos primeras vértebras lumbares. Se logró plenamente determinar la normalidad anatómica renal gracias a la pielografía intravenosa con uroselectan (80 cc. de la solución al 40 por ciento). Se observa la pelvis y el eruter con caracteres normales de posición, contorno, amplitud, intensidad de sombra, etc. Se trataba de un proceso inflamatorio extra-renal, según comprobación clínica y terapéutica.

UNIVERSIDAD CENTRAL DEL ECUADOR
FUNDADA EN 1651
QUITO
ÁREA HISTÓRICA
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL



Figura No. 2

M. A. Mujer, 24 años de edad. Signos clínicos de tuberculosis renal. Se observa el ureter izquierdo obstruido en su tercio inferior, con retrodilatación notable de la pelvis y cálices; la orina cargada de uroselectan y estacionada les hace perfectamente visibles. La radiografía logró localizar el riñón enfermo. La operación verificada por el Profesor Dr. Salgado comprobó una obstrucción parcial del ureter por adherencia y coágulos purulentos y la destrucción del parénquima renal que, por tanto, es invisible a la radiografía.



N. P. hombre de 42 años de edad. Caso clínico análogo al anterior. Se trata de localizar el riñón enfermo. Se observa el ureter izquierdo dilatado, con sombras diverticulares por procesos adhesivos crónicos; el parénquima renal no es visible.

Figura No. 3

La figura 4 corresponde al riñón derecho de la misma: se observa el parénquima renal; el ureter es visible tenuemente porque el tránsito seguramente es fácil y rápido; los cálices se distinguen sobre la sombra renal.

Conclusiones: riñón izquierdo con el parénquima renal destruido, con el ureter dilatado diverticuloso y de tránsito lento y difícil. Verificación operatoria.



Figura No. 4

UNIVERSIDAD CENTRAL DEL ECUADOR
FUNDADA EN 1651
QUITO
ÁREA HISTÓRICA
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL


UNIVERSIDAD CENTRAL DEL ECUADOR
OMNIUM POTENTIOR EST SAPIENTIA
FUNDADA EN 1651
QUITO
ÁREA HISTÓRICA
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

Figura No. 5

R. V. Mujer de 28 años de edad. Complicación renal en el puerperio. Se observa el contorno de una gran masa opacificada por el uroselectan; tenuamente visible la pelvis y extremo superior del ureter: riñón derecho con pienefrosis comprobada a la necropsia.



J. N. Hombre de 47 años de edad. Riñón derecho visible con calcificación en su polo inferior; ureter y pelvis no visibles.

Figura No 6

La figura 7 demuestra la vejiga del mismo opacificada por el uroselectan.



Figura No. 7

UNIVERSIDAD CENTRAL DEL ECUADOR
POTENTIOR EST SAPIENTIUM
FUNDADA EN 1651
QUITO
ÁREA HISTÓRICA
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL



Figura No. 8

L. M. mujer de 32 años de edad. Presenta a la palpación un tumor movible de contorno redondeado, indoloro, al hipocendrio izquierdo. La radiografía permite ver hacia afuera de la sombra renal otra sombra de una masa de aspecto cavitario e impregnada de la sustancia opacificante que se estiman como formaciones quisticas renales. La operación verificada por el Profesor Dr. Villavicencio comprueba la existencia de un gran riñón poliquistico, cuya fotografía representa la figura 9.

UNIVERSIDAD CENTRAL DEL ECUADOR
FUNDADA EN 1651
QUITO
ÁREA HISTÓRICA
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL



Figura No. 9

Las precedentes radiografías demuestran la utilidad práctica del procedimiento actual de investigación del sistema urinario, mediante opacificación por vía endovenosa. Varios de los casos presentados no habrían podido ser investigados radiológicamente mediante opacificación por vía vesical; y en otros no se habría obtenido el número suficiente de datos con sólo la pielografía con cateterismo ureteral. Este nuevo método completa la serie de procedimientos de investigación con que puede contar el especialista en urología.

ÁREA HISTÓRICA
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

Por el Profesor de Medicina Legal y Deontolo-
tología, de la Universidad Central,

Sr. Dr. Dn. Antonio J. Bastidas

Deontología Universitaria

UNIVERSIDAD CENTRAL DEL ECUADOR
POTENTIOR EST SAPIENTIA OMNIUM
FUNDADA EN 1651
QUITO
ÁREA HISTÓRICA
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

(Fragmentos de la Conferencia del 25 de octu-
bre de 1932, al iniciar el Curso de Medicina
Legal y Deontología)

Deontología universitaria

Señores estudiantes:

Una vez más vuelvo a dictar este curso de Medicina Legal y Deontología en el que junto con el aprendizaje de las materias correspondientes al aspecto técnico, debo también desarrollar ante vosotros variadas cuestiones de orden ético; de los deberes que nos impone la profesión médica y de los derechos pue nos asisten - Deontología y Diceología; en una palabra, espíritu médico, para que aprendamos a cultivar la consideración y el respeto de todos cuantos en las amarguras del dolor físico o moral, acuden a nosotros no sólo para aliviar sus males sino también para recibir el consuelo franco y sincero, noble y leal, que debe caracterizar el procedimiento de todo médico decente, que aspire con derecho al aprecio de sus semejantes. El campo de nuestras actividades es el más propicio para el bien y una cátedra como ésta, no puede olvidar de hablar a los jóvenes alumnos de su formación moral, base inconmovible de actuaciones futuras que deberían siempre justificar las palabras de Descartes: «Si es posible encontrar medio para hacer a los hombres en general más sensatos y más hábiles de lo que hasta ahora han sido, creo que es en la medicina donde hay que buscarlo».

Muy poco sería que me limitara a deciros que la Medicina Legal, es la ciencia del médico aplicada a los fines del Derecho; que sirve para aconsejar e ilustrar a la administración de justicia, ya que por la eficacia de sus conceptos, el

Juez, aprecia en su verdadero valor, ciertos hechos no comprendidos por él, por ajenos a su competencia. No puedo olvidar el inaplazable aspecto deontológico de esta cátedra y limitarme sólo a que conozcáis los diversos fenómenos tanatológicos, sexuales, traumatológicos o de criminología y Psiquiatria forense; estos capítulos, de gran valía en el desarrollo cultural del médico, encontrarán, está claro, su sitio destacado en el programa escolar, hoy más que nunca garantizado en su eficiencia, por el inteligente concurso de mis colaboradores doctores Montero Carrión y Bolaños Alava. Pero ante todo me interesa la formación de vuestro espíritu médico, la gimnasia de la moral profesional vencida por el moderno mercantilismo avasallador y por lo que la consideración mutua, el respeto, la serenidad y la justicia, van tan a la zaga. Vosotros todos podéis ser grandes sabios, magníficos peritos legistas, profesionales de consulta, pero nada representa la vanidad de vuestra ciencia, si sois menguados caballeros y bandoleros de la explotación y del embuste; y a modelar una conducta irreprochable y una acción pura y honrada, debe dirigirse especialmente esta cátedra de Medicina Legal y Deontología Médica.

Mis palabras no son la particularización de nadie ni de nada; son simples observaciones que brotaron en varios años de profesorado y que en forma general, debo exponerlas ante vosotros, para que mirando los escollos, tratéis de evitarlos.

No son maestros los que ponen la adulación a vuestros pies; precisa una genuflexión dilatada para tender la lisonja, y los hombres de bien, no saben de esa postura mendicante; maestros son los que os dicen la verdad, señalan vuestros defectos, vuestra arrogancia infantil, vuestra fatuidad de señores extremistas de innúmeros sectores; y cauterizan aquellas pequeñas vanidades de científicos indiscutibles, de políticos experimentados y de modificadores implacables de todo lo creado. Son esos defectos de la juventud actual que vive la revolución del mundo y carece de precisión y disciplina, que es necesario corregirlos. Y debo repetir, de disciplina, aquella fuerza consciente y metódica que apaña nuestros propios males, que nos sitúa en un plano de verdad y nos enseña a respetar al vecino, a tolerar las inconveniencias y a discutir serenos nuestro propio valor frente al valor ajeno; aquel rigor mental que enfoca seriamente todos los problemas, dejando de

lado las declamaciones insustanciales, sustituyéndolas con un criterio razonado de precisión y no de sensiblería, La disciplina no es, pues, el obedecimiento inconsciente o irrestricto, factor mecánico de la acción, no; aquello sería un defecto edacativo insoportable, propio del magister dixit o del dictador intelectual, pasados ya a la historia; hoy, se impone una forma disciplinaria que nos enseñe la auto-crítica tranquila, la eficiencia de trabajo, el análisis sereno y constructivo hecho a base de ideas y no de palabras ampulosas. Bien está la reforma universitaria, su autonomía, la conciencia de clase estudiantil con todos sus derechos, pero también con sus deberes, deberes de respeto, de disciplina, de solidaridad, de justicia para la obra realizada por los demás y que representa el esfuerzo de una vida fecunda de auténticos valores. Porque, señores, en nuestra crisis de la acción, en medio de un verbalismo turbulento y destructivo, la obra realizada, buena o mala, acusa por lo menos una reacción contra esta abulia endémica del vivir nacional, en la que sólo se hace filigranas de inteligencia agresiva, olvidando la fructífera acción del criterio sereno que neutraliza ese afán petulante de mirar la superficie sin ir al fondo de las cosas y tratando sólo de destruirlo todo. Pero antes de toda destrucción, antes de esta enfermedad aguda de la reforma, hemos pensado acaso en la reforma y construcción de nuestra propia intimidad? Pensadlo bien, señores, puesto que es el hombre de lineamientos morales definidos el que hace y reforma los sistemas.

Y como al reformar sistemas, rectificar intimidades y delinear actitudes, precisa un conocimiento exacto de nosotros mismos, permitidme que señale otra deficiencia más de vuestro vivir estudiantil. Sois muy poco estudiantes, señores y amigos; efectuáis un deporte que os permite aprobar asignaturas, criticar a vuestros maestros, saturaros de vanidad científica y por fin, encontrar una situación burocrática o algo parecido que os permita alguna comodidad económica. Qué diría de vosotros la adorable Mimí, compañera cariñosa de inauditas pobrezas y de sana y cascabeleante alegría? La Universidad es secundaria, estudias para recordar y no para formar conceptos, sin hacer sustancia propia de vuestra labor intelectual. El estudio serio, la investigación prolija, el trabajo práctico efectuado con el placer de elaborar la propia ciencia, van de capa caída. Esperáis todo del esfuerzo del profesor, olvidando que sólo es un despertador de inquietudes

científicas, un orientador de los estudios que deben formar vuestra solida personalidad. Y en fin de fines, como el curso tiene sus formalidades, éstas van a llenarse con solicitudes de todas las dispensas, con violencias, con absurdas condescendencias que os enseñan desde adolescentes el éxito del palanqueo, el triunfo de la insinceridad y más métodos de *viveza,* siempre reprobables, porque así no podemos ser honrados con nosotros mismos y llegaremos al fin, a la concurrencia desleal, al fracaso—ese fracaso del 65 % de los alumnos egresados de la Universidad— al desaliento, a la envidia, antecámara de los roedores del prestigio ajeno, tan magistralmente descritos por José Ingenieros. Y entonces sí, la Universidad es no sólo la fábrica de proletarios de título académico, sino algo más desconsolador todavía, de proletarios de la moral y de la hombría de bien y no precisamente por culpa de la docencia tan vilependiada, sino de la materia prima que no tiene la conciencia de su responsabilidad ante la vida, asunto éste mucho más serio que la simple crítica negativa o insolente o la sonrisa apacible de los maestros bondadosos que buscan el cariño de los estudiantes en fuerza de su incapacidad de conquistar la simple y altiva consideración. Bien entendido que existen excepciones, pero meditad todos en las fallas que os señalo y pienso que me daréis la razón a poco que en una introspección leal y sincera, veáis como yo vi en mi vida estudiantil, esta realidad estéril de la suficiencia combativa que pretende poner vallas entre profesores y alumnos, todo inseparable de la confraternidad científica. Os señalo el peligro porque creo que es actitud cobarde la de la incauta avestruz, que se despeña imprudente con la asustada cabeza entre sus alas.

También habláis mucho contra la enseñanza *teórica* y *libresca,* y sólo os interesa ver *casos* o hacer *práctica,* olvidando así de elevar el pensamiento del simple dato objetivo a la inducción, la deducción, la síntesis y el análisis, procesos de alta filosofía pedagógica que hacen la verdadera labor mental. Con sólo los hechos físicos concretos se puede llegar a enfermeros de reconocida habilidad, pero el médico culto no puede olvidar el bagaje científico de varias generaciones que se conservan en los libros despreciados, en las teorías fecundas que abrieron el camino de la práctica modesta, que hoy nos fascina como una finalidad, queriendo convertir en luz lo que sólo es el reflejo del genio creador. Pasteur, admira-

ble frente a un entrenado sembrador de cultivos; Leibnitz y su cálculo infinitesimal ante un modesto practicante de la Ingeniería. Sólo que para un estudio útil de los libros, precisa ejercitar un esfuerzo; esfuerzo de selección y de seria crítica; hacer como ya os dije, nuestra propia sustancia depurada de ajenas influencias, y a través de una síntesis cuidadosa de los estudios que efectuamos. Así y sólo así, llegaremos no al simple *recuerdo,* archivo memorista insustancial, sino al *concepto,* que es nuestro propio saber cristalizado por el trabajo de la mente libre de prejuicios. Y en este punto no puedo sustraerme a recordar las enseñanzas del gran pedagogo y filósofo Uruguayo Vaz Ferreira, escritas en su «Lógia Viva»: «No hay que prestar confianza ciega —dice— a las teorías o sistemas. Si tal hacemos, nos volveremos incapaces no ya de razonar, sino hasta de observar la realidad, por evidente que se presente a nuestros ojos. No hay que esclavizarse pensando por sistemas, sino que hay que permanecer libres pensando por «ideas» para tenerlas presentes cuando llegue el momento de obrar». Y estos procesos, como véis, señores, exigen algo más que la mecánica de la simple visión o del recuerdo; exigen disciplina, esfuerzo, meditación, y cuando creamos que algo sabemos en verdad, pensemos también con Araoz Alfaro, «sacando la cabeza del círculo estrecho de nuestra experiencia para mirando lejos ver lo que hacen los demás; nos maravillaremos a menudo, perdiendo la suficiencia y la jactancia».

Oigo hablar con frecuencia entre los jóvenes estudiantes de independencia y rebeldía y me complace deciros que sin ellas la juventud no existe. Sólo que debemos situarnos en un plano de verdadera comprensión de estas dos modalidades de la independencia personal. Así como la incultura y la agresividad selvática no son, no pueden ser el *carácter,* así también la pasión desenfrenada, la sinrazón demoledora, la injusticia o la algadara motinera, no podemos aceptarlas como rebeldía de la juventud; será sólo defecto de una educación deficiente o malsana, pero en todo caso, incapaz de algo útil. Y como debe ser ilustrado, al igual de cualquier conferencista que se estima, es de ritual que os diga algo del Profesor Marañón, dejándoles tranquilos a Ortega y Gasset, Gines de los Ríos, Leopoldo Alas, Marcelino Domingo y más próceres a la sombra de los cuales se cultiva la simulación del saber con ribetes de exuberante *pantorilla.*

Oid lo que nos dice Marañón en su precioso estudio sobre «Los deberes de las edades»: «A muchos sorprenderá, talvez encandalizará que consideremos la rebeldía como un deber. Lo cual equivale a considerarla como una virtud, ya que virtud no es sino el cumplimiento del deber por encima de las conveniencias personales. Cuando un sér no tiene obstáculos en la vida, ya decía Santo Tomás que es necio llamarle virtuoso por bueno que sea. La virtud auténtica, sólo nace como la chispa del eslabón al choque del deber con una fuerza que se le opone. Y en estas condiciones, cuando la rebeldía espontánea cargada de sentido natural que emana de la juventud como su perfume, tropieza con el obstáculo del ambiente y no se extingue, sino que se encabrita y se yergue, entonces, no lo dudéis, la rebeldía es una virtud», y luego añade: «La juventud es la época en que la personalidad se construye sobre moldes inmutables. Y es además, la única ocasión en que esto puede realizarse. Toda la vida seremos lo que seamos capaces de ser desde jóvenes. Podrá llenarse o no de contenido eficaz el vaso cincelado en estos años de la santa rebeldía; podrá llenarse pronto o tardiamente; pero el límite de nuestra eficacia está para siempre señalado, por condiciones orgánicas inmodificables, cuando llegamos al alto de la cuesta juvenil y entramos en la planicie de la madurez».

ÁREA HISTÓRICA
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

A estas bellas palabras quisiera agregar: sed rebeldes, jóvenes estudiantes, pero con la sana rebeldía que neutraliza nuestras pasiones y defectos, que domina las ambiciones bastardas del propio yo, que nos pule y perfecciona para hacernos más aptos para cumplir nuestros deberes en la vida. Tengamos la fiera rebeldía del bravo timonel que expone su pecho valeroso a la ciega turbulencia de las olas y las domina, teniendo por norte la blancura apacible de una playa acogedora y no el afán funesto del cavernario indomable que aniquila y mata en fuerza de su instinto destructor.

Estamos en una época de reconstrucción y la crítica, que salga de nuestros labios, sabiendo con precisión qué es lo que queremos y a donde vamos; observadora y justa, será de fructíferos resultados; antes que un afán destructivo, hagamos un proceso rozonado de nuestras propias necesidades sin dejarnos guiar simplemente por el fuego de la contradicción y el aniquilamiento.

Así si, por ejemplo desde una alta tribuna y tras una crítica acerva, hemos oído proclamar la necesidad de la Universidad *profesionalista,* en contra de toda la organización actual, lo cual nos da la impresión de lo poco que se profundizan estos problemas de la enseñanza; ser buenos médicos, buenos abogados, impecables ingenieros, y nada más, señores; el cerebro reducido a los límites del laboratorio o a la sala de hospital; la ciencia residiendo en los instrumentos y no en la inteligencia; la medicina, puro arte de recetar, y no ciencia con inmensos horizontes que sólo los domina el genio. Y no es que sea un aferrado defensor de la Universidad *investigadora,* pero tenemos que dejarle su libre campo de acción, pese a los reformadores todos, para no transformala en pobres escuelas de empirismo sin amplio campo de educación y de instrucción. Por eso la Universidad alemana, formada en los lineamientos de la ciencia pura, ha dado sus normas a las escuelas de Francia, de Inglaterra, de Estados Unidos, profesionalistas las primeras y de tipo esencialmente económico las segundas.

Oxford y Cambridge, Paris y Philadephia, comprenden el problema, mayor que el de la simple técnica, y transforman sus viejos métodos con una orientación nueva: observar, interpretar, explorar y sus profesores no son sólo los instructores de un oficio, sino maestros impregnados de un ideal científico y de vasta cultura general. Y todavia más, en nuestro medio incipiente, cómo vamos a contentarnos con sólo la farmación profesional, cuando es campo de la Universidad el estudio de nuestros problemas sociales, económicos, políticos, higiénicos, etc., y es de la Universidad, como de un raudal luminoso, de donde deben salir las corrientes ideológicas que cimenten la nueva nacionalidad?

Voy a terminar, señores, invitando a los jóvenes alumnos, a que mediten sobre los puntos que hemos tocado ligeramente hoy; acaso sean discutibles mis conceptos o erradas mis opiniones, pero en todo caso estoy listo a la rectificación, pues creo en la fecundidad de la ignorancia consciente y sé que desde Platon, no se ha definido mejor la ciencia que como un docto ingorar.

ÁREA HISTÓRICA DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

CRONICA UNIVERSITARIA

Sesión Solemne de apertura del curso universitario 1932-1933.

Se designa Rector y Vicerrector de la Universidad C.

Elección de Dignatarios en las Facultades

Nombramientos.

Homenaje en honor del Ex-Rector de la Universidad Central y de los Profesores Jubilados.

Sesión Solemne en homenaje al señor Rafael Andrade Rodríguez.

Visita de una delegación de la Central a la Universidad de Guayaquil.

Visita a la Universidad de Cuenca

Estadística Universitaria.

Nómina de los Representantes estudiantiles ante el Consejo, Asamblea y Facultades

ÁREA HISTÓRICA
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

Crónica Universitaria

El domingo 16 de octubre del año en curso, a las cinco de la tarde, se verificó la sesión solemne de apertura del curso universitario de 1932-1933, con la asistencia del señor Encargado del Poder Ejecutivo, el señor Ministro de Educación Pública, el Personal docente del Plantel, el Cuerpo Diplomático residente en esta Capital, numerosos funcionarios de la administración y una mayoría de estudiantes.

Declaró abierta la sesión el señor doctor Alberto Guerrero Martínez, Encargado del Poder, quien pronunció el siguiente discurso:

Señores:

Es para mí un motivo de alta satisfacción y noble regocijo presidir la apertura de los cursos de esta ilustre Universidad, laboratorio en el que se está ensayando con amor paciente y selecto esfuerzo creador, la vida espiritual y el progreso material de la Patria futura; dejar por un momento el ambiente de la lucha, caldeado por la pasión y entorpecido por el odio; dar tregua por un instante al bregar cotidiano y venir, con el alma ávida de esperanza, a compartir, bajo este alero hospitalario, el ensueño venturoso del porvenir que encarnáis.

Nada puede cautivar, en efecto, con mayor fuerza al par que el entusiasmo del estadista el interés del ciudadano, nada es capaz de hacer surgir con más vehemente apasionamiento

la esperanza adormecida por la decepción, que contemplar una juventud fuerte y sincera, que avanza a la conquista del porvenir con plena conciencia de su responsabilidad histórica.

En la crisis universal de valores, cuando sentimos bajo nuestras plantas un mundo que cruje y se precipita, las Universidades me dan la impresión de los enhiestos pararrayos que soportan el rudo embate de las tempestades; porque el odio y la pasión malsanas, la beligerancia agresiva e inmisericorde, cesan al llegar a ellas para tornarse en ambiente de meditación serena y pensamiento depurado.

Nunca quizás como hoy, las relaciones de la convivencia humana han sido sacudidas por crisis semejante; tras el crepúsculo de sangre y de odio que envolvió a Europa y abatió al mundo, la Humanidad convulsionada, con el vértigo de la tragedia, sacudiendo sus nervios tensos, busca una luz salvadora o rompe, con fiereza iconoclasta, las valoraciones estimativas creadas al través de siglos de experiencia.

Todos los conceptos fundamentales, todas las relaciones del vivir social, sufren el influjo del concierto y de la revisión apresurada; desde la especulación filosófica hasta la relación familiar, desde la valoración económica hasta la concepción estética, todo se somete al precipitado intento de una posición nueva, siendo ya un lugar común la afirmación de este anhelar vertiginoso de vida renovada.

En este ambiente de desconcierto universal, las Instituciones de alta cultura deben cumplir su finalidad de crear, cuando todo tiende a destruirse, conservando aquella serenidad que es imprescindible para la maduración óptima.

Y si tal es la misión de las Universidades en centros cuya tradición cultural se arraiga en muchos siglos de tentativas y rectificaciones, con tanta más razón en países como el nuestro cuya vida incipiente es apenas un ensayo que espera la realización definitiva.

Todo entre nosotros está confiado a la esperanza de los hombres que vendrán: nuestra realidad política nutrida en la pasión de cien años de lucha estéril; nuestra realidad económica mantenida en las etapas rudimentarias del desarrollo, nuestro ensayo de vida democrática cimentada en partidos que reclaman una justa evolución, serena y sinceramente orientados; nuestra tradición cultural exótica, trasplantada violentamente de medios más avanzados, reclaman de la actual juventud, meditación selecta, firme voluntad creadora, reflexión

honda y sobre todo serenidad, serenidad que no es abdicación ni renunciamiento cobardes sino actitud mental sana, comprensión clara y visión no turbada por ninguna prenoción enceguecedora.

De allí, señores, que venga a vosotros con el alma grávida de esperanzas, de allí que al llegar a vuestras puertas me sienta menos el Magistrado en ejercicio de las funciones de dirección gubernativa, que el antiguo maestro universitario que gastó sus mejores horas en la meditación creadora del estudio y que recogió las inquietudes y las ansias, las dudas y los anhelos de los estudiantes con el amor más dilecto.

Y yo, que compartí con la juventud sus momentos de angustia y de alegría, sus ideales y sus esperanzas, que siento el orgullo de lo que ella es y la confianza de lo que significará su entrada en la vida, al tener el honor de inaugurar los cursos, al iniciar una labor de esfuerzo y de meditación, de cooperación inteligente de ilustres maestros y selectas mentalidades juveniles, hago votos por el brillante porvenir que se está plasmando en estas aulas como la semilla modesta que, bajo el radiante sol del trópico, germina lenta pero seguramente hasta culminar en la madurez gloriosa del fruto realizado.

ÁREA HISTÓRICA
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

A continuación, a nombre del Cuerpo de Profesores del Plantel, tomó la palabra el señor doctor José Gabriel Navarro; y en representación de los estudiantes, el señor Rafael Dueñas.

Luego, la Secretaría dió a conocer la nómina de los alumnos merecedores del premio «Alejandro Mosquera Narváez», designados de antemano por las respectivas Facultades. Resultaron favorecidos los señores: Jaime Espinosa, por la de Jurisprudencia y Ciencias Sociales; Luis H. Espinosa, por la de Ciencias Médicas; Luis H. López del Pozo, por la de Ciencias; y, Alfredo Carrillo N., por la de Filosofía y Letras.

Terminada la sesión solemne, el señor Presidente del Senado, Encargado del Poder Ejecutivo, invitó al señor Rector y a varios Profesores del Plantel a tomar una copa de champagne en el Club Pichincha.

Se designa Rector y Vicerrector de la Universidad Central

Por haber fenecido el período para el cual fueron elegidos, la Asamblea Universitaria, en sesión que se llevó a cabo el 27 de octubre del presente año, ordenó que se recogieran votos para la designación de Rector y Vicerrector, obteniéndose este resultado: por el señor doctor Aurelio Mosquera Narváez, 75 votos; por el señor doctor Benjamín Carrión, 2 votos; por el doctor Pablo Arturo Suárez, 1 voto; y, 3 en blanco.

Ocupó la presidencia el señor doctor Ernesto Albán Mestanza y proclamados los votos, la Asamblea declaró legalmente electo Rector de la Universidad Central, para el período de 1932-1936, al señor doctor Aurelio Mosquera Narváez, quien, se expresó en estos términos:

Señor Vicerrector:

Señores:

Entre las numerosas pruebas de benévola adhesión con que me habéis favorecido, ninguna tan especialmente valiosa para mí, como la que en este momento acabáis de manifestarme, reeligiéndome por abrumadora mayoría, para que continúe en la dirección de esta ilustre Universidad, en el nuevo período legal que comienza el 30 del presente.

Y estimo que es para mí, especialmente valiosa, porque significa la aprobación tácita de la labor desarrollada con entusiasmo, afán y desinterés, en el tiempo en que, inmerecidamente, he desempeñado igual cargo por vuestra misma voluntad y confianza.

En igual fecha que la de hoy, hace cuatro años, mi profundo y arraigado afecto a la juventud, me obligó a aceptar la designación que hizo en mi persona la Asamblea Universitaria de entonces, a pesar de reconocer que el alto cargo de Rector era muy superior a mi capacidad y escasas fuerzas, y que contaba únicamente con mi inquebrantable decisión y ferviente voluntad de servir a la noble clase de mis predilecciones. Influyó, decididamente en mi ánimo, para determinarme a aceptar tan grande honor y enorme responsabilidad, la convicción de que no era yo solo el que iba a cumplir

fin tan grato, puesto que, con absoluta seguridad, iba a ser secundado con la colaboración del Profesorado que me elegía, y con el apoyo de esa misma juventud a quien ofrendaba, gustoso, el sacrificio de mi tranquilidad y de mi vivir independiente y alejado de toda lucha.

En la acción que me correspondía desarrollar, puse toda mi alma, acariciando como aspiración primordial, conseguir que la Universidad Central, llegara a responder a su misión básica de creadora de cultura, de orientadora de la conciencia nacional y de directriz del pensar y sentir sociales. En esta aspiración, como en la dirección y encauzamiento general de la marcha evolutiva de la Central, encontré siempre el irrestricto apoyo, el valioso concurso y la eficiente labor de todo el Profesorado, siendo, por tanto, a vosotros, a quienes corresponde el mérito de lo poco que se haya alcanzado hacer, en el orden cultural y material, en nuestro primer centro de educación superior. Tampoco me faltó la adhesión constante y entusiasmo fervoroso del alumnado, y si no se ha conseguido todo lo que anhelaba, puede atribuirse a deficiencia de fuerzas personales, que no de voluntad y empeño.

Los anales universitarios no reconocen otra época más difícil y accidentada para la Central, que la correspondiente al último período: hemos tenido que afrontar graves problemas y circunstancias difíciles, entre otras, las que en este instante acuden a mi memoria: el pavoroso incendio que en pocas horas redujo a cenizas este edificio con sus principales dependencias; la necesidad de atender rápidamente a la reconstrucción, allegando los fondos indispensables para atender a tan urgente y perentoria demanda; los sensibles y lamentados fallecimientos de siete eminentes y meritísimos Profesores, que con sus conocimientos y luces supieron dar brillo y prestigio a este Centro Cultural, así como de cinco distinguidísimos alumnos; la terrible y angustiosa situación económica de los dos últimos años que ha hecho, si no imposible, enteramente difícil la marcha normal, llegando en ocasiones a no poder suministrar los elementos indispensables para el buen funcionamiento de los Gabinetes y Laboratorios; el premeditado, alevoso y criminal ataque de que fue víctima el alumnado universitario en la noche del primero de mayo. En todas éstas y otras igualmente difíciles circunstancias, quedó siempre en alto el merecido prestigio de esta ilustre Universidad, mediante el concurso y acción vuestras: Profesorado y Alumnado

en íntima y estrecha comprensión me prestó el contingente de su consejo, de su iniciativa, de su afán siempre elevado y noble. Pero al mismo tiempo, obligó a la primera autoridad a desarrollar un esfuerzo máximo de labor, trabajo y preocupación.

Y precisamente, esa labor diaria y fatigosa, la constante tensión moral mantenida por aquellos graves problemas e imprevistos accidentes, unidos al factor tiempo que rápida e inhumanamente gasta a los hombres, han quebrantado hondamente mi salud, al extremo de obligarme forzosamente a restringir actividades y a verme en el caso, muy doloroso para mí, pero inevitable, de declinar respetuosamente y de modo definitivo e irrevocable el alto honor que acabais de conferirme, por segunda vez.

En tanto, por lo menos, mis fuerzas orgánicas estuvieron equilibradas y normales, no trepidé en cumplir inmediatamente vuestro mandato; en el momento actual ya no depende de mi voluntad, es el desgaste y agotamiento de éllas, lo que me obliga a suplicaros encarecidamente, y de manera leal y sincera, os dignéis aceptar esta mi excusa irrevocable, junto con mis rendidos agradecimientos y con la imperecedera gratitud que para todos y cada uno de vosotros guarda mi corazón, por las bondades que me habéis dispensado.

Como el señor doctor Mosquera N. excusara su presencia en el Salón y lo abandonara en seguida, hallándose, por tanto ausente de la sesión, la Asamblea resolvió comisionar a los señores doctor José María Pérez E., doctor César Aníbal Espinosa, don Luis Coloma Silva y don Alfonso Mora Bowen para que solicitaran el retiro de la renuncia irrevocable que acababa de exponerse.

En la misma sesión y aprobada la proposición enunciada por el Profesor Emilio Uzcátegui, se resolvió nombrar Vicerrector del Plantel, con este resultado: por el doctor Benjamín Carrión, 34 votos; por el doctor Ernesto Albán Mestanza, 28 votos; por el doctor Pablo Arturo Suárez, 7 votos; por el doctor César Aníbal Espinosa, dos; y, por el doctor José María Pérez E., dos, uno por cada uno de los señores José Rafael Bustamante, Dr. Antonio J. Quevedo y don Gabriel Noroña.

Concretada la elección a los doctores Benjamín Carrión y Ernesto Albán Mestanza, obtuvieron: el doctor Carrión, 40 votos; el doctor Albán Mestanza, 37 votos; y, en blanco dos.

La Asamblea declaró legalmente electo al doctor Benjamín Carrión para Vicerrector de la Universidad, en el período de 1932-1934, cuya promesa no pudo recibirse en virtud de hallarse ausente de la sesión.

Luego el doctor Ernesto Albán Mestanza, tomó la palabra y dijo:

Señores Decanos:

Señores Profesores:

Señores Estudiantes:

Han transcurrido diez y ocho años, en que mi vida, con toda la fuerza que imprime el ideal, se ligó a este Plantel con la finalidad de dedicar todos sus esfuerzos hacia la obra, inmensa obra, de formar a la juventud.

Y en toda época, en todo momento, la Universidad Central de Quito, con su regio abolengo espiritual, se ha mantenido incólume en el cumplimiento del deber, presentándose ante las demás del Nuevo Mundo, respetable y querida; querida y nunca olvidada. En efecto, quien formó su persona en la Universidad Central se vincula tanto a élla, que jamás puédese echar al olvido los grandes fervores y los inmensos entusiasmos que refrescan la memoria al recordar el pasado juvenil.

Así, estrechamente ligado con la Universidad, en los últimos cuatro años, la benevolente deferencia de profesores y alumnos me llevó al sitial de honor del Vicerrectorado. Mis fuerzas, si ellas no estaban para llenar cumplidamente mis on tan alta, contaban si con la firme y decidida voluntad de iencaminar esfuerzos para el mejor y más completo perfeccionamiento de la Institución Universitaria; ella, que señala las normas directrices para guíar haciael Bien nuestro pensamiento y nuestra acción, ya que, no sólo forma profesionales. Entre sus altos fines, persigue el desarrollo de fuerzas espirituales que recogen el latido del corazón Patrio, en hermosa síntesis suprema de Verdad, Belleza, Fuerza y Moral. Las dudas del Filósofo, como las conclusiones del Pensador, no se desprenden de las vibraciones del cobre. Es labor lenta, pesada, que está al unisono con la generación que se vive. Cada una de éstas, encierra su problema que

débese analizarlo, estudiarlo y resolverlo. Las improvisaciones, no crean.

Y las Universidades, en mi concepto, no persiguen gloria fugaz; están en el deber de agudizar la vista, para distinguir a los que, con golpes de magnesio, pretenden cegar cohortes.

Cuenta la leyenda que cada vez que Alejandro recibia la noticia de una nueva conquista realizada por su padre, manifestaba a sus compañeros de armas su profundo encono, puesto que cada victoria de Filipo era una gloria más que se restaba a sus infinitas ambiciones de conquista.

Nosotros, modestos cultores de la Ciencia, cuidaremos bien de todas las conquistas de los que nos precedieron en el tiempo.

Hoy, entrego a vosotros, como Vicerrector de la Universidad, los tesoros acumulados en cuatro años de labor realizada conjuntamente por profesores y estudiantes. Es el acervo de toda vuestra colaboración. Se han salvado escollos y hoy se presenta la Universidad fuerte y noble como siempre.

Me complace que la Central haya tenido el acierto de elegir al distinguido compañero Dr. Benjamín Carrión para la Vicerrectoría, en el período de 1932 a 1934. Y ayer, como hoy, en íntimo consorcio de labores, la Universidad seguirá en la línea de ascensión, callada y serena, y con el íntimo convencimiento del deber cumplido.

Posteriormente, en la sesión que tuvo la Asamblea Universitaria el 14 de noviembre del año que decurre, el señor Vicerrector Dr. Benjamín Carrión, hizo conocer la siguiente exposición del doctor Mosquera, como resultado de las gestiones de la comisión designada en la asamblea anterior.

Señores doctor don César Aníbal Espinosa, doctor don José M. Pérez Echanique, don Luís Coloma Silva, y don Alfonso Mora Bowen.

En la ciudad.

Muy distinguidos amigos:

En la mañana de hoy fuí honrado con la amable visita de Uds., en la que se sirvieron manifestarme que, en nombre y representación de la H. Asamblea Universitaria, me pedían

retirara mi excusa para no aceptar el inmerecido honor con que me favoreciera la expresada Asamblea, en sesión de ayer, designándome nuevamente y por abrumadora mayoría, para el cargo de Rector de la Universidad Central.

La visita de Uds. me dió oportunidad para hacerles conocer, en toda su realidad, el estado de mi salud, intensamente quebrantada; y para llevar al convencimiento de Uds. que siendo ésta la única causa —insalvable y ajena de mi voluntad— para no poder corresponder a la bondadosa confianza de la Asamblea, no me era dable acceder al pedido que, a nombre de élla, se servían Uds. hacerme.

De acuerdo con el deseo manifestado por Uds., dejo constancia, por medio de la presente, de ésta, para mí, dolorosa e inevitable resolución; y, me permito pedirles se dignen hacer ostensible a todos y cada uno de los distinguidos miembros de la Asamblea Universitaria, el testimonio de mi imperecedera gratitud.

Renuevo a Uds. los sentimientos de mis especiales consideraciones y aprecio personal,

Dr. Aurelio Mosquera N.

Con este antecedente y aceptada que fue la renuncia presentada por el doctor Mosquera, se procedió a designar Rector de la Universidad, con este resultado: por el señor doctor Pablo Arturo Suárez, 57 votos; por el doctor Benjamín Carrión, 11 votos; por cada uno de los señores doctores César Aníbal Espinosa, Ricardo Villavicencio Ponce y Antonio J. Quevedo. y, 1 en blanco. Al aceptar el cargo, el señor doctor Suárez, se expresó en estos términos:

Señores:

La Universidad representa en la hora actual, no sólo la casa solariega que recoge la vida espiritual que brinda un remanso a las inquietudes del pensamiento; significa también la preparación del hombre para el hombre, las conquistas de la cultura que es sistema de libertad, de esa libertad individual que sólo se alcanza a fuerza de civilización, de ciencia, de altruismo y no de rebeldías.

Hoy la Universidad debe también representar, ante todo, la vida nacional y reflejar como espejo fiel, las angustias, los quebrantos, los anhelos y el porvenir del País.

Hoy la Universidad, como alto centro del pensamiento, debe desarrollar la acción renovadora de la inteligencia, pero también la labor frenadora de una conciencia fuerte.

Por todo esto, señores, no he deseado llegar a este sitio, desde donde deben regirse tan grandes destinos; a este sitio ocupado por hombres de tan indiscutibles méritos, y a donde yo llego por fuerza indulgente de vuestra decisión.

Menester es advertir que profesores y alumnos no pretendamos colocarnos frente a frente en posición de una lucha desdorosa, inutil y siempre esteril.

La franca colaboración sin reticencias, la crítica cortez, desapasionada, ceñida a la razón, sin dejar de ver las cosas con sus justas proporciones, no anulan el recíproco apoyo, ni ahogan los derechos; antes bien los afirman. En cambio la intriga, la afirmación insultante, procaz y sin más fundamento que el capricho, el odio o la exaltación sistemática, menoscaban la comprensión mútua, enconan los ánimos, relajan el ardoroso empeño y más que todo, profanan el ambiente universitario; ese ambiente que debe ser tan sereno como el que corresponde a la ciencia y al desarrollo consciente del amor al bien.

Gracias, las más rendidas, señores, por la confianza que en mí habéis depositado con vuestros votos, votos que no sólo significan para mí un honor tan alto como inmerecido, sino también la imposición de un sacrificio. ¡Santo sacrificio si fuere en aras del bien común!

ÁREA HISTÓRICA
CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

Elección de dignatarios en las Facultades

Por haber pasado a desempeñar el cargo de Rector de la Universidad Central el doctor Pablo Arturo Suárez, quien ejercía el Decanato de la Facultad de Ciencias Médicas, resultó elegido para reemplazarlo, el doctor Julio Endara.

El señor don Alberto Villacreses, por mayoría de votos de sus compañeros, en sesión de 10 de noviembre del año en curso, obtuvo el nombramiento de Decano de la Facultad de Ciencias, para el período de 1932-1934.

Los señores doctor César Aníbal Espinosa y Jorge Escudero fueron designados Decano y Subdecano de la Facultad de Filosofía y Letras, asimismo para el período de 1932-1934.

Nombramientos

En sesión que realizó el H. Consejo Universitario, el 19 de octubre del año en curso, designó, por unanimidad de votos, para los cargos de Profesor de Sociología é Historia del Derecho y la cátedra de Economía Política, a los señores doctores Benjamín Carrión y Alfredo Albornoz, respectivamente.

El doctor Benjamín Wandemberg, igualmente por unanimidad de votos, en sesión del Consejo de 18 de noviembre del presente año, obtuvo el nombramiento de Profesor Titular de Bacteriología, en vista de la renuncia irrevocable de dicha cátedra presentada por el doctor Francisco Cousín, quién fué jubilado por el Ministerio de Educación.

Los doctores Víctor Gabriel Garcés y Carlos Salazar Flor, fueron designados para Profesores de Historia de la Filosofía y de Derecho Internacional Público y Privado, en las Facultades de Filosofía y Letras y de Jurisprudencia, respectivamente.

En el personal de administración, fueron reelectos para los cargos de Secretario y Prosecretario de la Universidad Central, los doctores Manuel Eduardo Cadena Arteaga y Cristóbal Salgado, en el orden que se indica. Y últimamente, por disposición del señor Rector, hallándose vacante la cátedra de Código Civil (Personas y Cosas), el doctor Cadena Arteaga se posesionó de Profesor Accidental de dicha cátedra y el doctor Salgado de Secretario Interino de la Universidad Central.

También obtuvo el nombramiento Interino de Prosecretario de la Universidad Central, el señor doctor Gregorio Ormaza.

Por renuncia del señor Julio C. Castillo fue nombrado para Ayudante del Gabinete de Farmacopea, el estudiante señor Luis Alfredo Gómez.

Los señores Alberto del Corral y José Ignacio Bucheli obtuvieron los nombramientos de primero y segundo Ayudante de la Biblioteca, respectivamente.

Homenaje en honor del Ex-Rector de la Universidad Central y de varios Profesores Jubilados

El Cuerpo de Profesores de la Universidad Central, como manifestación de la labor desarrollada en el Plantel, prestigiosa y digna, ofreció un almuerzo en los Salones del Club Pichincha, a los señores doctor Aurelio Mosquera Narvaez, ex-Rector de la Universidad; a los ex-catedráticos jubilados, doctor Francisco Cousín, Luis Alberto Ribadeneira e Ingeniero don Rafael Andrade Rodríguez, el sábado 17 de diciembre del presente año.

En un ambiente de fraternidad se desarrolló el almuerzo y en el momento de tomar la clásica copa de champagne, el señor Rector de la Universidad Central, pronunció el siguiente discurso:

Señores doctores Aurelio Mosquera N. y Ernesto Albán Mestanza. Ex-Rector y Ex-Vicerrector de la Universidad Central;

Señores doctores Francisco Cousín, Luis A. Ribadeneira y don Rafael Andrade Rodríguez:

Un brote espontáneo de afán justiciero, nos ha reunido al rededor vuestro. Habría bastado, quizás, este acto de solidaridad para testimoniaros nuestra personal adhesión. Habría talvez convenido mejor el silencio hurtado a las fórmulas protocolarias para significaros uno como aprecio familiar, tanto más sincero, cuanto más desarrollado al amparo de la convivencia cordial de idénticos sinsabores y fruiciones en la magna tarea del magisterio y la educación.

Pero ya que es menester que alguien traduzca en palabras los anhelos de todos los presentes, permitid que me dé el honor, por el inmerecido cargo que ejerzo, de consagrar vuestra labor en la Universidad Central, Sres. Dr. Mosquera y Dr. Albán, como digna de reconocimiento, porque supisteis actuar, en épocas difíciles y luctuosas, con un influjo organizador y ampliamente comprensivo. Permitid señores Profesores Cousín, Rivadeneira y Andrade Rodríguez, que os manifestemos que aunque la vida os haya colocado al margen

del trabajo batallador, porque habéis dado de vosotros ya todo lo exigible, no os consideramos alejados de la Universidad, y que vuestro espíritu, aunque hecho a las crudezas de las ciencias biológicas y matemáticas, sigue siendo tan fino y sensitivo que sabrá siempre resonar al unísono de las vibraciones universitarias.

El espíritu universitario debe siempre buscar afanoso la fórmula que cimente la felicidad humana, al amparo fecundo de la ciencia y de los sentimientos de altruismo y solidaridad. Pues al movimiento de asombro y alborozo que los grandes descubrimientos científicos han suscitado, ha sucedido uno de perplejidad e incertidumbre en presencia de problemas nuevos que se plantean; mientras la electricidad acerca a las naciones y a los hombres, cuestiones de orden social y económico los divide. Por esto, considero profundamente significativo y trascendental que, en todo campo la Universidad dé amplio margen al cultivo de sentimientos de gratitud, lealtad y admiración, y estos sentimientos queremos ejercitarlos hoy con vosotros, compañeros eminentes que supisteis arrojar en el curso de la vida la semilla fecunda de la concordia y el progreso.

Con íntima complacencia, a nombre de todos los señores Profesores de la Universidad, levanto esta copa como un himno de honor al trabajo, a la ciencia, al espíritu de sacrificio que han sido vuestros mejores méritos que os enaltecieron como autoridades y como Profesores de la Universidad Central.

A nombre de los agasajados, contestó el doctor Mosquera Narváez, en estos términos:

Señor Rector:

Señores Profesores:

A las múltiples y gentiles pruebas de adhesión con que os dignasteis honrarme en el tiempo en que desempeñé el alto e inmerecido cargo de Rector de la Universidad Central, benévolamente habéis querido añadir la de hoy, delicada y brillante que acrece la deuda de mi imperecedera gratitud y que la aprecio en su valor real y de verdadera significación, cuando considero la marcada deferencia con que me habéis hecho partícipe del homenaje, que con estricta justicia y hondo sentimien-

to de compañerismo y solidaridad, ofrecéis a los meritísimos y destacados compañeros, que después de eficiente y laboriosa brega en ininterrumpida etapa de consagración al estudio y docencia, han llegado a obtener el anhelado y legal descanso a que da derecho el asiduo cumplimiento del deber en tan largo período de tiempo, que corresponde a los mejores y más floridos años de la vida.

El espíritu generoso, noble y cordial que por ventura viene informando, desde hace mucho tiempo, las actividades de los componentes de la Casona amada, ha querido abrumarnos con este homenaje honroso que sabrá dejar, lo repito, en nuestros corazones un sentimiento de imborrable gratitud.

Y es que, tanto en el ánimo de mis colegas agasajados como en el mío propio, no representa únicamente el cumplido amistoso de los compañeros de labor, el que en esta hora amable se nos ofrece, sino que es además la expresión de una realidad espiritual, que para cada uno de nosotros reviste un significado más hondo y tiene un valor tanto más puro a través de nuestras existencias, cuanto que es el vínculo de un viejo apostolado que viene impulsando nuestras almas en un mismo marco de anhelos, de esperanzas y de luchas.

En lo que a mí pudiera referirse, debo expresaros que la labor que hube de desarrollar mientras estuve al frente del Rectorado, no respondió, en realidad, sino a un exceso de acendrada buena voluntad y de inquebrantable entusiasmo, que no de capacidades, porque uno de mis grandes propósitos fue corresponder a la benévola confianza depositada en mí por el Profesorado, y el más íntimo y sentido de mis afanes, mirar por los ideales de la juventud, a la que hube de consagrarme por entero.

Por ventura, para el que os habla, toda mi acción en el lapso de cuatro años, —que tan complejos problemas hubo que resolver y tan difíciles momentos que afrontar—, fue secundada unánimemente por el Profesorado y, de manera especial, por el ilustre ex-Vicerrector y distinguidos miembros del Consejo Universitario. De allí que, si meritoria pudo haber sido la obra desarrollada en el período que me tocó dirigir, sólo se debe a su gestión colaboradora, de empuje y de inteligencia; y por tanto, únicamente un concepto generoso de solidaridad y de compañerismo, han podido impulsar la excesiva amabilidad del Profesorado para esta nueva prueba, tan valiosa como inmerecida para mí.

Sí, en verdad, la Universidad Central ha tenido que lamentar la separación de los tres eminentes Profesores Cousin, Rivadeneira y Andrade Rodríguez, es innegable que sus sabias enseñanzas, su ejemplar dedicación y su fecunda labor serán siempre recordadas con respeto y cariño y, como acertadamento acabáis de afirmar señor Rector, hoy como ayer y como siempre, nuestras ideas y nuestros sentimientos estarán vibrando sin cesar con todo lo que nos habla de nuestra legendaria Alma Mater, foco de irradiaciones luminosas y fragua fecunda donde, al calor del talento y esfuerzos vuestros, se forjarán los materiales que han de marcar nuevos destinos de victoria para la Juventud, la Patria y la Raza.

Permitidme, pues, que al renovar mis votos fervorosos por el engrandecimiento creciente de la Universidad Central brinde también, con mis sinceros agradecimientos y los de mis colegas hoy honrados, por la eterna ventura vuestra y la del eximio e ilustre Profesorado.

Salud!

También el personal de Secretaría, movido por un sentimiento de verdadera gratitud ofreció un almuerzo en honor del doctor Mosquera, en el Hotel Savoy; habló a nombre de sus compañeros el doctor Cristóbal Salgado, quién se expresó:

Señor doctor Aurelio Mosquera N.,

Señor Rector de la Universidad Central,

Señores:

La llama fecunda de la gratitud, la expresión de un justo e íntimo reconocimiento, nos han congregado en este lugar, para demostraros que, si los hombres constituímos accidentes en la vida, perduran las virtudes, para enaltecerlas y fomentarlas.

Habéis culminado en una de vuestras etapas de actividad administrativa, habiendo dirigido el Primer Centro de Cultura de la República; el éxito y la satisfacción del deber cumplido, evidentemente os acompañan. Pues, desde el alto cargo de Rector de la Universidad Central, emergieron vuestras dotes de eficiencia, sabiduría y modestia.

Como el sol que en constante peregrinación recorre su órbita, cubriendo la cima, habéis de aparecer cotidianamente, siempre dispuesto a beneficiar a la humanidad y a la Ciencia.

Y, precisamente, quienes tuvimos el honor de marchar juntos, muy de cerca, en el camino de vuestras conquistas y viscisitudes, por intermedio de quien es menos autorizado para ofrendaros esta manifestación, sienten el orgullo santo de consagrar en el término gratitud, la palpitación unánime de sus corazones.

Ni el tiempo me permite, ni el momento es verdaderamente propicio, para recordar cronológicamente los hechos que integran la obra gigantesca que habéis desarrollado, con ardoroso empeño y decisivo afán, en el orden interno de nuestra Maternal Casona y afuera, en la convivencia social. Pero, fue ayer, y me place anotar que, como justo galardón, fue espontánea la integral ratificación del triunfo, cuando vuestros compañeros de cátedra y la representación estudiantil, advirtieron que los destinos universitarios podían marchar siempre adelante, de acuerdo con el ritmo que la ciencia y la cultura modernas imponen, en este ciclo llamado a propugnar sustanciales reivindicaciones.

La diminuta vida nacional, la idiosincracia latina, plagadas están y nos lo cuenta la Historia, que los calvarios se multiplican en razón directa del valor científico y moral de los hombres: mientras más robustas y dinámicas son sus mentalidades, mayores son sus sacrificios. Bolívar, Sucre, tuvieron sus calvarios en el crepuscular San Pedro Alejandrino y en la encrucijada de Berruecos, respectivamente.

No obstante, feliz inspiración aquella que cambió la filosofía de la Historia, convirtiéndola en un campo fecundo de enseñanzas. No será la simple repetición de los hechos, lo que ella signifique, sino el laboratorio en el cual las generaciones presentes y futuras admiremos más y más, con lealtad y cariño, la obra realizada. Esa vuestra obra, señor doctor Mosquera, valiosa y perdurable, es la que hoy ensalzamos.

Salud por vuestra ventura personal.

El señor doctor Mosquera agradeció efusivamente, exponiendo su reconocimiento por el homenaje sincero y entusiasta.

Sesión solemne en honor del señor don Rafael Andrade Rodríguez

Con motivo de la separación del señor don Rafael Andrade Rodríguez del Decanato de la Facultad de Ciencias y de la cátedra, por haber obtenido su jubilación, sus compañeros resolvieron sesionar extraordinariamente, llevados de un sentimiento de cariño y afección para el Profesor que, durante seis lustros, supo dedicar sus energías al magisterio y prestigiar al Plantel. Esta sesión tuvo por objeto entregarle un simbólico pergamino.

El señor Alberto Villacreses, historió la obra realizada por el señor Andrade Rodríguez R. en la siguiente exposición:

Señor Andrade,

Señor Rector,

Señores Profesores:

La Facultad de Ciencias resolvió, en su sesión última, dedicar a nuestro meritísimo ex-Decano, señor Rafael Andrade Rodríguez, un pergamino, para expresarle nuestro pesar por su separación de la Cátedra y del Decanato. Hoy que nos hemos congregado aquí para efectuar la entrega; hoy que tenemos aquí, quizás por última vez, a nuestro viejo Profesor y leal amigo, permítaseme que amplíe, siquiera en cortas frases, aquello que la Facultad quiso decirle y que mal puede encerrarse en la muda y concisa redacción de un pergamino,

No hacen todavía quince años que la mayor parte de las personas aquí presentes, nos congregábamos en estas aulas, deseosos de adquirir no solamente un título que nos permitiera después ejercer unos cargos honrosos y remunerativos, sino también de cultivar nuestras aptitudes para prestar nuestro concurso eficiente a la obra del engrandecimiento nacional. Pero, pese a nuestro buen deseo, a nuestra decisión, a nuestro ferviente entusiasmo juvenil, mal habríamos podido realizar grandes progresos, si no hubiéramos tenido la suerte de

encontrar en estos claustros a muchos profesores eminentes que prestaron el concurso de su experiencia y de su ciencia a la obra de modelar nuestras inteligencias y de inspirarnos amor a la verdad y al bien.

Entre esos Profesores se hallaba el señor Rafael Andrade Rodríguez, quien no fue solamente nuestro profesor, sino también nuestro mejor amigo.

Sus clases no eran una repetición monótona de sus ideas, repetición que tiende a convertir a los alumnos en algo así como un aparato receptor; nó. En los problemas, en los exámenes, se estimulaba nuestra iniciativa; se encaminaba nuestra actividad por el sendero de la investigación innovadora y del esfuerzo creador. Ni le oímos aseverar nunca que la Ciencia por él dictada, había llegado ya a la cumbre de su perfeccionamiento, cumbre inaccesible o —lo que fuera peor— insuperable. Por el contrario, en más de una ocasión escuchamos de sus labios el alentador ATRÉVETE. Y él nos daba ejemplo. Allí están los artículos publicados por él en los Anales de aquella época, todos los cuales sobresalen por su originalidad, por su importancia, ya en el campo del Algebra Superior, ya en el de la Hidráulica.

Y ese ejemplo, señores, no fue estéril. ¿No hay aquí mismo muchos Profesoros y alumnos suyos, que pueden enorgullecerse justamente de haber aportado mejoramientos valiosísimos, ya en el campo de la Ciencia, ya en el dominio de la técnica que heredamos de la vieja Europa? ¿No ha cursado por estas mismas aulas un alumno que, poseído de aquel espíritu de rebeldía que le supo inspirar el viejo maestro, descubrió hace unos seis años un importantísimo teorema sobre el círculo, teorema que se les escapó a los Arquímedes, a los Pitágoras, a los Newton y a los Gauss, a pesar de que el círculo es la figura que por más largo tiempo y con más apasionamiento se ha estudiado?

Pero las ideas, señores, no sólo son ideas; son también fuerzas. Y la rebeldía en el terreno de las ideas, no puede menos que traducirse en rebeldía en el terreno de los hechos. ¡Santa y bendita rebeldía! ¡Pobre del pueblo que no contenga en su seno a algún rebelde!

Las obras públicas marchaban, hasta hace poco, por el terreno del desastre. Una conformidad musulmana con las máximas que habíamos aprendido de muchos competentes ingenieros auropeos, se había infiltrado profundamente en el

espíritu de nuestro pueblo. Y nuestros módicos recursos eran despilfarrados sin misericordia en un desconcertado plan de obras utópicas. ¿Y qué podíamos esperar de dicho plan? Pobreza y ruina, y así habríamos tenido que seguir eternamente, si esa santa rebeldía a la que vengo refiriéndome, no se hubiera encarnado desde la Universidad en nuestro Cuerpo de Ingenieros. A la rebeldía tuvo que seguir la lucha, lucha tensa y difícil contra el empirismo y la rutina.

Pero, para emprender la lucha, era preciso hallar un jefe sincero, desinteresado y valeroso. ¿Y quién podía hacerlo con más títulos que el viejo Profesor que en toda su vida nos enseñó a luchar contra la ignorancia, contra la rutina?

Hoy podemos constatar que el triunfo ha sido nuestro. Pero los lauros, en gran parte, corresponden a nuestro ilustre Jefe que no sólo tuvo acierto al guiarnos en la lucha, sino que fue también el organizador del ejército de combatientes, el que nos transformó de reclutas en soldados.

Señor Andrade:

Hoy que os ha alejado de nuestro seno la necesidad de reponer vuestras fuerzas agotadas durante una vida entera de trabajo, sabed que vuestro espíritu, pleno de abnegación y rebeldía, quedará siempre flotando en esta Facultad, que es y ha sido vuestra, en este brillante cuerpo de Profesores y de alumnos que, sinceramente, me enorgullezco en presidir. Al entregaros este pergamino, os pido, señor Andrade, que no veáis en él una simple manifestación de cumplimiento, sino la expresión de nuestro reconocimiento y de nuestro aplauso a toda una vida dedicada al bien.

En el mismo acto solemne, se verificó también la entrega de un pergamino, símbolo de imperecedero reconocimiento de sus discípulos en su mayor parte, miembros de la Facultad.

El señor Andrade Rodríguez, profundamente conmovido, agradeció el tributo que se le rendía, exponiendo que no había dudado en momento alguno, de que sus discípulos y compañeros de cátedra habrían de producir todo el fruto de sus desbelos; así como habrían de ser el eje de la vida nacional y de todo esto se sentía muy satisfecho, porque había cumplido un deber. Los Ingenieros, dijo, son los llamados a labrar el porvenir de la Patria, mediante la aplicación de las nuevas corrientes civilizadoras.

Visita de una Delegación de la Central a la Universidad de Guayaquil

Firme el anhelo de fusionar espíritus y acercarlos como una de las finalidades de preparar a la juventud, la Rectoría de la Central y el señor Ministro de Educación Pública, con verdadero fervor y entusiasmo, eligieron a un núcleo de estudiantes de las diversas Facultades de este Plantel, para que se hiciera efectiva la disposición reglamentaria que ordena fomentar los lazos de unión y espiritualidad entre los diversos Centros de Cultura de la República.

En esta vez, la visita se realizó a la Universidad de Guayaquil y el señor doctor don Julio Endara, Decano de la H. Facultad de Ciencias Médicas fue comisionado para que presidiera la Degación.

En efecto el 26 de noviembre del año en curso, el grupo estudiantil se embarcaba con dirección al Puerto, llevando consigo el fervoroso saludo de los demás estudiantes de la Central y entusiasta el anhelo de estrechar las relaciones de solidaridad con sus compañeros universitarios de Guayaquil.

ÁREA HISTÓRICA
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

Y, a más de los objetivos anteriores, la delegación tuvo como finalidad el desarrollo de un programa cultural y deportivo, en esta forma: observaciones sobre las principales obras públicas que se llevan a cabo en el Puerto: canalización, pavimentación y saneamiento; visita a las diversas dependencias de la Universidad de Guayaquil y a los centros de Asistencia Pública; conversaciones sobre la unificación de Reglamentos y Planes de Estudios entre las diversas Universidades de la República; y, encuentros deportivos.

El resultado de la visita, se conoció en una reunión general presidida por el señor Rector y a la que concurrieron el señor Ministro de Educacion Pública; en ella, los señores doctor Julio Endara, estudiantes Enrique Garcés y Alfonso Mera, expusieron a profesores y alumnos la magnífica acogida de que habían sido objeto en Guayaquil y los resultados de sus observaciones en orden a las obras y visitas realizadas.

Visita a la Universidad de Cuenca

El señor Luis Coloma Silva, Presidente de las Asociaciones Estudiantiles de la Universidad Central, en fecha 27 de octubre del año en curso, en compañía de varias representaciones de alumnos de todas las Facultades, teniendo como norma el afianzamiento espiritual, realizó una visita a la Universidad de Cuenca.

Los viajeros trajeron el recuerdo vibrante de la juventud azuaya, que hoy y siempre, se ha manifestado con su amplio espíritu de comprensión y colaboración en la obra del progreso cultural y científico.

La estrechez de las columnas no nos permite anotar en detalle, el desarrollo del programa y las impresiones recogidas.

El señor Coloma Silva, en apropiada exposición, habia realizado la entrega de un pergamino, con esta leyenda:

LA UNIVERSIDAD CENTRAL DE QUITO

A LA

ILUSTRE UNIVERSIDAD DE CUENCA

BIBLIOTECA
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

le dedica este homenaje que simboliza el acercamiento espiritual, y afianza la acción universitaria.

Con la más alta simpatía, sellan y suscriben en nombre del personal docente y del alumnado, en la Rectoría de la Universidad Central, en Quito a 27 de Octubre de 1932.

DR. AURELIO MOSQUERA N.
Rector Presidente del H. Consejo Universitario.

M. E. CADENA ARTEAGA,
Secretario General.

LUIS COLOMA SILVA,
Presidente de la Asociación de Estudiantes.

Estadística Universitaria

Nómina de los señores estudiantes matriculados en la Facultad de Jurisprudencia y Ciencias Sociales

AÑO ESCOLAR DE 1932 - 1933

PRIMER AÑO

1 Gabriel Román
2 Edmundo Maldonado
3 José A. Baquero C.
4 Jorge Quiróz
5 César Jaramillo
6 Eduardo Nájera
7 Marco V. Rueda
8 Héctor Arellano
9 César R. Descalzi
10 Efrén Ruata
11 Clímaco Bastidas
12 Federico S. Aráuz
13 Milton Montalvo
14 Humberto Arellano
15 Carlos N. Espinosa
16 Edison Cabrera
17 Víctor H. Gavilanes
18 Jorge I. Guerrero
19 José I. Donoso
20 Luis Iturralde
21 Francisco Borja
22 Luis A. Meneses
23 Humberto Vacas G.
24 Hernán Dávalos
25 Eduardo Santos C.
26 Rubén Darío Morales
27 Alvaro Castro
28 Julio Jaramillo L.
29 Gustavo Camacho Alvear
30 Humberto González
31 Arturo Ontaneda
32 José Luque Avila (Oyente)
33 Gustavo Salgado
34 Miguel A. Holguín
35 Humberto Bautista
36 José María Ponce
37 Jorge Phillippe (Oyente)
38 Arturo García
39 Hugo Valencia
40 Galo Ordóñez
41 Aquiles Valencia
42 Angel H. Salvador
43 Julio C. Bastidas
44 Obdulio Herrera (Oyente)
45 Gerardo Mesías
46 Eduardo Sánchez
47 Enrique Palacios
48 José Llerena
49 Carlos Jaramillo H.
50 Carlos Donoso
51 Carlos Treviño Jurado

SEGUNDO AÑO:

1 Homero Proaño
2 Galo A. Mora
3 Rodrigo Pérez
4 Julio Urresta L.
5 Guillermo Borja
6 Galo A. Marín
7 Jorge Jurado
8 Alfonso Mora Bowen
9 Juan Sevilla S.
10 Ricardo Callejas V.

ÁREA HISTÓRICA DEL CENTRO DE INFORMACIÓN ESTUDIANTIL

11 Rafael M. Espinosa
12 Jorge I. Robayo
13 Rosendo Vergara
14 Héctor Herdoiza V.
15 Segundo Maiguascha
16 Alonso Colina V.
17 Augusto Dongilio
18 Jaime Barrera
19 Augusto B. Vinelli
20 Jorge V. Durango
21 Alfredo Torres
22 Arnulfo R. del Pozo
23 Hernán Escudero
24 Gonzalo Mantilla
25 Ricardo Izurieta
26 Pablo Bucheli
27 José Avilés
28 José Eatsman
29 Manuel T. Aguilar
30 Sergio Romero
31 Cristóbal Cornejo
32 Hugo Dávalos
33 Jorge del Pino

TERCER AÑO:

1 Jorge Toro Anda
2 Guillermo Jaramillo
3 Víctor H. Paredes
4 Jorge Naranjo
5 Camilo Ponce E.
6 Luis Barona H.
7 Mario Paredes Borja
8 Plutarco Hidalgo
9 Manuel T. Flores
10 Manuel del C. Pachano
11 Luis Baquero
12 Salvador Moreno
13 Gonzalo Miño
14 Clemente Vallejo
15 Lorenzo Peñafiel
16 Julio Enrique Sáa
17 Ignacio Lasso
18 Julio Naranjo
19 Alejandro Drouet
20 Gonzalo González
21 Luis Zapater
22 José Martínez
23 Federico Proaño
24 Sergio Quirola
25 Gilberto Muñoz
26 Manuel Gómez
27 Luis A. Aguilar
28 Nelson Vallejo

CUARTO AÑO:

1 José R. Chiriboga
2 Juan F. López
3 Víctor A. Proaño
4 Segundo León V.
5 Carlos Paz G.
6 Rodrigo Pachano L.
7 Celso O. Vásconez
8 Arturo Cepeda
9 Jaime Silva del Pozo
10 César Andrade
11 César Munive
12 Hugo Garcés
13 Pío Severo Villamar
14 Vicente Pólit
15 Luis Coloma Silva
16 Enrique Sánchez
17 Gustavo Darquea
18 Rafael Avila Garrido

QUINTO AÑO:

1 Rafael Terán V.
2 Eduardo Larrea S.
3 Carlos H. Quevedo
4 Nélson Cárdenas
5 Jorge Pérez
6 Alejandro Guerra

ÁREA HISTÓRICA DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

7 Ramón E. Muñoz R.
8 Víctor Jácome
9 Bolívar Oquendo
10 Francisco Páez
11 Alejandro Villamar
12 David Altamirano
13 Hugo Maldonado
14 Carlos Toro Navas
15 Emilio Uzcátegui
16 Luis E. Dávila Ch.
17 Mario Gutierrez
18 Arturo Borrero
19 Julio Moncayo
20 Alfonso Moscoso C.
21 Manuel Espinosa
22 Alejandro Moreno R.
23 Alcides Núñez
24 Alonso Hidalgo
25 Jaime Chávez
26 Gonzalo Oleas Zambrano

SEXTO AÑO:

1 José I. Bucheli
2 Gustavo Hidalgo
3 Aurelio Sánchez
4 Abdon Arroyo Naranjo
5 Carlos M. Velasteguí
6 Jorge H. Rubio
7 Eduardo Miño C.
8 Jorge Luna Yépez
9 Rafael Maldonado
10 Carlos O. Jarrín
11 César Arellano
12 Eloy López G.
13 Cristobal Cepeda
14 Eduardo Villaquirán
15 Emiliano Torres
16 Jorge Argüello
17 Augusto Sacoto Arias
18 Rodrigo Cárdenas

Alumnos matriculados en la Facultad de Ciencias Médicas

ÁREA HISTÓRICA
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

AÑO ESCOLAR DE 1932-1933

PRIMER AÑO

1 Luis Alberto Páez
2 Miguel A. Mejía
3 Eduardo Quintana
4 Marco A. de la Torre
5 Gerardo Latorre
6 Víctor M. Chimbo
7 Víctor Hugo Mora
8 Antonieta de Mora
9 Milton Rivadeneira
10 Oscar Martán
11 Nelson Romero
12 Carlos M. Miño
13 Ernesto Varela
14 Fabio R. Meza
15 Leonardo Pantoja
16 Luis Alfredo Barriga
17 Angel Hidalgo
18 José Mª. Cisneros.
19 Julio Jaramillo O.
20 Modesto Berrú C.
21 Octavio Jiménez
22 Manuel Aníbal Miño
23 Luís Ernesto Rendón
24 Alfredo Hinestroza
25 Gonzalo Cárdenas
26 Luis E. Ortega
27 Gabriel A. Suárez
28 Gerardo Rodríguez

29 José A. Ramos
30 Luis E. Martínez
31 Benjamín Peralta
32 Ricardo Miranda
33 Alfonso Morán
34 Rafael E. Romero
35 Miguel G. Albuja
36 Abel I. Torres
37 Gonzalo Avilés
38 Pablo A. Dávila
39 Héctor A. Dávalos
40 Jaime Arboleda G.
41 Alberto Ramos
42 Gonzalo Pastor León
43 Mariano R. Vargas
44 Julio C. Mosquera
45 Julio C. Tobar
46 Carlos Franco P.
47 Nel Escrucería
48 Eduardo Palacios
49 Bernardo Zapata
50 Francisco Ugarte
51 Raúl Montalvo
52 Aurelio Benavides
53 Luis A. Bucheli
54 Luis Arias E.
55 Vicente Pérez C.
56 José E. Silva
57 Carlos de Valdenebros
58 Efrén Caviedes
59 César Noboa
60 Hernando Osorio
61 César Silva
62 Gilberto Cuartas
63 Luis Cartagenova
64 José A. Gómez de la T.
65 Ernesto Ordóñez
66 Oswaldo Izurieta
67 José D. Paltán

SEGUNDO AÑO

1 Hugo Bilbao
2 José M. Portilla
3 Luciano Toro N.
4 Felipe Cueva
5 César Chiriboga
6 Manuel A. Chamorro
7 Julio Plaza
8 Pedro L. Cornejo
9 Leopoldo Arcos
10 Daniel León
11 Ernesto Briones
12 Luis E. Chávez
13 Guillermo Urrutia
14 Julio Gaitán Sánchez
15 Luis A. Palacios
16 Darío Cuervo M.
17 Arturo Jaramillo A.
18 Eduardo González R.
19 Rogelio García
20 Sergio Vallejo
21 Jorge Bueno
22 Luis García
23 César A. Carrasco

TERCER AÑO

1 Manuel Quevedo
2 Jesús Rivera
3 Virgilio Obando
4 Rodrigo Dávalos
5 Manuel Pardo D.
6 Miguel A. López
7 Antonio Navarrete
8 Marcial Portilla
9 Spartaco Veloz
10 Carlos González
11 Jorge M. Ordóñez
12 Blanca Castillo
13 Víctor Romero
14 Eduardo Orbe

ÁREA HISTÓRICA DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

15 Alberto Araujo Ch.
16 Alberto Moreno
17 Gonzalo Serrano

CUARTO AÑO

1 Marte R. Salguero
2 Arturo Terán
3 Gonzalo Sánchez
4 Sisinio Rosas
5 Rómulo López
6 Alfonso de la Torre
7 Marco V. Zurita
8 Absalón Endara
9 Alejandro Montenegro
10 Pablo Atapuma
11 Gerardo Noboa
12 Humberto Gallegos
13 Rogelio Yánez
14 César Gallegos
15 Hugo Cevallos
16 Alfonso Vacacela

QUINTO AÑO

1 Gonzalo Rueda
2 César Ayora
3 Miguel A. Echeverría
4 Sara Lalama A.
5 Jorge Vallarino
6 Bolívar A. Yépez
7 Alfonso González
8 Leonardo Madrid
9 Dimas Burbano B.
10 Leonardo Alvear
11 Jesús Agreda M.
12 José Ugarte V.
13 Edmundo Rodríguez

SEXTO AÑO

1 Fernando Villacís
2 Eduardo Bustamante
3 Alejandro López S.
4 Humberto Alvarez M.
5 Miguel I. Dávila
6 Jorge Correa
7 Galo Ballesteros
8 Angel F. Luna
9 Teodoro Salguero
10 Eduardo Flores
11 Filoteo M. Saltos
12 Alfonso J. Loza
13 Augusto Torres
14 Jaime Rivadeneira
15 Eduardo Maldonado
16 René R. Cortez R.
17 Ezequías Quintero
18 Víctor Sanmartín

SÉPTIMO AÑO

1 Aníbal Villagómez
2 Jaime Ricaurte E.
3 Porfirio Barragán
4 Ramón A. Casares
5 Luís A. León
6 Enrique Garcés
7 José Cruz
8 Aquiles Jijón
9 Virgilio Páez
10 Alfonso Mera
11 Tito Libio Ortiz
12 Camilo Villamar
13 Miguel Salvador
14 Adolfo Castro
15 Angel Viñán
16 Efraín Mora
17 César Sierra P.

ÁREA HISTÓRICA
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

ODONTOLOGIA

PRIMER AÑO

1 Víctor M. Benítez
2 Dolores Mélida León
3 José R. Villavicencio
4 Benigno Vásquez
5 Víctor M. González
6 Hernán Dávalos

SEGUNDO AÑO

1 Carlos B. Gaibor
2 Alberto Yánez

TERCER AÑO

1 Augusto Alzamora
2 Blanca R. del Pino
3 Luis A. Dávila
4 Sara M. Salvador
5 Reinaldo Rivera
6 Alberto García R.
7 Abner Herdoiza
8 José Rivadeneira
9 Cristóbal Holguín
10 Benjamín Noboa

CUARTO AÑO

1 Telmo Coral
2 Nelson Reyes

OBSTETRICIA

CUARTO AÑO

1 Enma Franco

ENFERMERIA

PRIMER AÑO

1 Rosa Bertina Bowen
2 Raquel Benítez

SEGUNDO AÑO

1 Josefina E. Moreno
2 Rosalía Vaca
3 Aura Leyda Cortez
4 Julia Jiménez
5 María O. Bilbao
6 Rosa Victoria Flores
7 Celia Cevallos
8 María Josefina Bravo
9 Ana C. Albuja
10 Clementina Zumárraga
11 Paulina Mallet
12 María Ester Vergara
13 Edelina Muñoz
14 María E. Andrade
15 María de los D. Célleri
16 María de J. Zumárraga
17 Rosa Delia Abad
18 Julia Veintimilla
19 Romelia Realpe

ÁREA HISTÓRICA
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

Alumnos Matriculados en la Facultad de Ciencias

CURSO ESCOLAR DE 1932-1933

SECCION INGENIERIA

PRIMER AÑO

1 Enrique Martínez
2 Belisario Neira
3 René Colón Borja
4 Manuel Sáenz Palacios
5 Oswaldo Bueno
6 Alfredo Mena
7 Bolívar Chiriboga B.

8 César Augusto Plaza
9 Isaac Solórzano G.
10 Daniel Palacios I.
11 Francisco Burbano B.
12 Ricardo Salazar
13 Rafael Rodríguez
14 Arturo Merino G.
15 Luis Fernando Vásconez.
16 Vladiminir Korolevich
17 Héctor Caviedes
18 Carlos Landázuri
19 Hugo Cedeño M.
20 Adolfo Efraín Muñoz
21 Ulpiano Páez
22 Edgar de la Torre
23 Carlos Izurieta

OYENTES:

24 Gerardo Vinueza

ARQUITECTURA

25 Julio Aulestia B.
26 Leonidas Jara N.

SEGUNDO AÑO:

1 Víctor Manuel Andrade
2 Jorge Alzamora V.
3 Guillermo Alarcón F.
4 Jorge Zavala
5 Rafael B. Andrade
6 Pedro M. Reyes G.
7 Gustavo Castro
8 Luis F. Cevallos
9 Miguel Angel Oviedo
10 Julio César Granja
11 Jaime Gómez Jurado
12 Julio M. Hidrobo
13 César Troya

TERCER AÑO:

1 Héctor Espinosa y R.
2 César Octavio Carrera
3 Juan Ernesto González
4 Luis Homero de la Torre
5 Eduardo Pólit M.
6 Modesto Ponce M.
7 Daniel Francisco Sarasti
8 Augusto Hidalgo R.
9 Luis Puente G.
10 Gustavo A. Pinto
11 Gonzalo Rubio Chauvin
12 Galo Arroyo R.
13 Absalón Ordóñez
14 Juan B. Villacreces
15 Jacobo Touma
16 Aníbal de la Torre
17 Alfredo Montenegro

CUARTO AÑO:

1 Eduardo Jácome
2 Jaime A. Flores
3 Rafael Dueñas
4 Arturo Ramírez A.
5 Franklin Ruiz
6 Arturo Antonio Rossi
7 Tarquino Bolaños
8 Jorge Terán R.
9 Jorge Washington Pazmiño
10 Miguel A. Torres H.
11 Eduardo A. Martínez
12 Carlos Clavijo
13 Edmundo Andrade
14 José A. Tabares B.
15 Luis R. Pazmiño V.
16 Alfonso Velasco

QUITO AÑO:

1 Rafael Barba L.
2 Hipólito Terán
3 Alfredo Reyes A.
4 Jorge Aurelio Santillán
5 Genaro Miño
6 César A. Rivadeneira
7 Luis G. Núñez

ÁREA HISTÓRICA DEL CENTRO DE INFORMACIÓN DIGITAL

8 Dario A. Romero
9 Manuel Ayala
10 José Gualberto Bermeo
11 José Miguel Padilla
(Oyente)
12 Guillermo Rivadeneira

SEXTO AÑO

1 Jorge Arturo Casares
2 José Pons Vizcaíno
3 Julio Espinosa Z.
4 Alfonso Mora M.
5 Carlos Abarca M.
6 José R. Sarrazín
7 Pedro W. Carrera
8 Alejandro Cárdenas
9 Rafael Velástegui U.
10 Gonzalo Pachano

SECCION FARMACIA

PRIMER AÑO

1 Eduardo Herdoiza
2 Víctor Benítez
3 Ernesto Pástor C.
4 Manuel Sanmartín S.

SEGUNDO AÑO

1 César Alfonso Durango
2 Fidel Antonio Novoa
3 Victoriano Salvador
4 Humberto Freire S.
5 Rosa Mélida Arellano
6 Elsa Requejo

TERCER AÑO

1 Jorge M. Novoa
2 Leonor Velástegui
3 César H. Suárez
4 Juan José Jurado
5 Humberto Alvear

CUARTO AÑO

1 Pedro Arévalo
2 Vicente Aguirre Sánchez
3 Eduardo Calero Vela
4 León E. Torres R.
5 Luis Enrique Franco
6 Celio A. Fabara
7 Humberto Yánez

SECCION AGRONOMIA

PRIMER AÑO

1 Jorge Navarrete E.
2 Ernesto Suárez Tinajero
3 Luis Loza Rivera
4 Pablo E. Correa
5 Luis E. Tufiño
6 Gerardo Víver
7 Carlos Mauro Herrera
8 Eliú Gutierrez
9 Alfonso Torres
10 Luis Humberto Salazar
11 Jorge Fernández
12 Marcos Wray
13 Edmundo Estupiñán
14 Francisco Silva K.
15 José Oliva Mora
16 Aníbal Proaño
17 Antonio José García
(Oyente)
18 Jorge Guevara

SEGUNDO AÑO

1 Manuel Mora Andrade
2 Rodrigo Orellana B.
3 Luis Rodríguez López
4 Enrique Rendón Z.
5 Jorge Jiménez
6 Galo O. Larenas
7 Hernán Orellana
7 Nicanor Müller M.

ÁREA HISTÓRICA DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

9 Jorge Arteaga
10 Jaime Ruales L.
11 Arturo Lascano
12 Neptalí Cevallos
13 Nelson Salvador

Alumnos matriculados en la Facultad de Filosofía y Letras

CURSO ESCOLAR DE 1932-1933

Filosofía, Lengua y Literatura Castellanas

PRIMER AÑO

1 Rafael Avilés M.
2 Rafael M. Espinosa G.
3 Humberto Vacas G.
4 Modesto Toledo E.
5 Luis A. Andrade (Oyente)
6 Jorge Fernández (Oyente)
7 Jaime Sánchez (Oyente)
8 Julio Palacios L. (Oyente)

SEGUNDO AÑO

1 Víctor A. Proaño M.
2 Lucila Cortés Miranda
3 Lelia María Carrera
4 Salvador Moreano
5 Luciano Navarrete B.

TERCER AÑO

1 Federico E. Proaño
2 Rafael M. Alvarado

CUARTO AÑO

1 Lucila Salvador R.
2 Julio C. Villacreces G.
3 Alfredo Carrillo N.
4 Fernándo Chávez R.

Filosofía, Instrucción Moral y Cívica e Historia

PRIMER AÑO

1 Inés Echeverría Sáa
2 Luis A. Landázuri G.
3 Gonzalo Rubio Orbe
4 Héctor Herdoiza V.
5 Ezequiel A. Torres A.
7 Celso O. Vásconez

SEGUNDO AÑO

1 Segundo León V.
2 Alfonso Mora Bowen
3 Jorge Toro Anda
4 María Elith Mendizábal
5 Luis A. Arellano (Oyente)

TERCER AÑO

....

CUARTO AÑO

1 César Mora M.

ÁREA HISTÓRICA DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

Psicología y Ciencias Biológicas

PRIMER AÑO

1 Eduardo Quitana Miranda
2 Luis A. Páez B.
3 Bolívar A. Druet C.
4 José E. Orbe T.
5 José A. Llerena C.
6 Ermel N. Velasco M.
7 César G. Avilés A.
8 Alfredo Salvador L.
9 Jacinto Flor de las Bastidas
10 Angel María Arizala
11 Francisco Borja
12 Carlos E. Vega A.

SEGUNDO AÑO

1 Edmundo Carbo B.
2 Nélsón A. Montalvo V.
3 Pedro M. Báez D.

TERCER AÑO

1 M. Alfonso González

CUARTO AÑO

1 Dimas Burbano Bowen
2 Jorge Vallarino Donoso

Historia y Geografía

PRIMER AÑO

1 Julio Urresta León
2 Tomás A. Rivadeneira
3 Teodosio Palomeque B.
4 Blanca Clavijo Carvajal
5 Alonso Rodríguez C.
6 José R. Morillo R.
7 Luis E. Reyes B.
8 José María Avilés M.
9 Alvaro Castro C.
10 Julio Andrade S.
11 José Joaquín Silva
12 Jorge A. Mora (Oyente)

SEGUNDO AÑO

1 Rosendo E. Mediavilla
2 Carlos A. Vásconez.
3 Juan B. Haro
4 Gonzalo González G.
5 S. Joaquín Aguilar Y.

TERCER AÑO

1 J. Francisco Terán
2 J. Francisco Cevallos
3 Samuel Franco
4 Lizardo Becerra G.
5 Lauro Cevallos M.

CUARTO AÑO

1 Lucila Castillo D.
2 Angel I. Valencia

Ciencias Físicas y Matemáticas

PRIMER AÑO

1 Luis Rodríguez C.
2 Gustavo Camacho Alvear
3 Isaac Solórzano C.

SEGUNDO AÑO

1 Lola Avilés Ochoa
2 Jorge Alzamora V.
3 Jaime Gomezjurado
4 Augusto Hidalgo R.
5 Julio César Granja
6 Héctor Espinosa R.

TERCER AÑO

1 Luis Homero de la Torre
2 César O. Carrera M.

ÁREA HISTÓRICA DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

CUARTO AÑO

1 Luis A. Sevilla T.
2 Joaquín Mena
3 César A. Tinajero G.
4 Miguel A. Torres H.
5 Luis A. Espinosa A.
6 Manuel María González

Ciencias Naturales

PRIMER AÑO

1 Luis A. Osejo
2 Jorge R. Tinajero (Oyente)

SEGUNDO AÑO

1 Carlos A. Carrera

TERCER AÑO

1 Misael Acosta Solís
2 Alfredo Torres C.

CUARTO AÑO

1 Luis A. Jarrín
2 Luis A. León V.

Francés

PRIMER AÑO

1 Adlaberto Galeas D.
2 Gonzalo Sánchez D.
3 Nélson Montalvo O.

SEGUNDO AÑO

1 Julio Andrade S.
2 Manuel T. Flores
3 Jorge M. Noboa

TERCER AÑO

1 José G, Martínez E.

Inglés

PRIMER AÑO

1 Adalberto Galeas D.
2 Héctor Arellano J.
3 Víctor H. Gavilanes S.
4 Arturo Meneses P.
5 Juan Sevilla S.
6 Carlos Jaramillo H.
7 Alfredo Salvador L.
8 Pío Severo Villamar
9 Jorge R. Tinajero (Oyente)

SEGUNDO AÑO

1 Eduardo Miño Cabezas

TERCER AÑO

1 Luis Galo Stacey
2 Luis E. García J.

ÁREA HISTÓRICA
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

Alumnos graduados en la Universidad Central durante el trimestre de octubre a diciembre de 1932

Facultad de Jurisprudencia y Ciencias Sociales

DOCTORES

Sr. Alfaro Augusto del Pozo 2-2-2-2-2

LICENCIADOS EN MEDICINA

Juan Vacacela G. 9/10 Muy Buena

Doctores en Medicina

Leopoldo Moncayo D. 20/20 Sobresaliente.
Cornelio Reyes A. 20/20 Sobresaliente.
Hugo Avila Cedeño 16/20 Buena.
Michel Arezzi 18/20 Muy Buena

Doctor en Odontología

Antonio Villacreses 10/10 sobresaliente.

Nómina de los Representantes estudiantiles ante el Consejo, Asamblea y Facultades

Facultad de Jurisprudencia y Ciencias Sociales

ANTE EL CONSEJO:

Principal: Jaime Chávez
Suplente: Alfonso Moscoso Cárdenas

ÁREA HISTÓRICA
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

ANTE LA FACULTAD:

Principales: Gerardo Mesías, Eduardo Miño Cabezas, José Llerena, Jorge Luna Yépez.
Supientes: Humberto Vacas, Gustavo Salgado, Rafael Terán, Marco Vinicio Rueda.

ANTE LA ASAMBLEA:

Principales: César Arellano, Carlos Quevedo, José María Avilés, José I. Donoso, José Luque, José María Ponce.
Suplentes: Emiliano Torres, Alejandro Guerra, Alejanjandro Druet, Hugo Dávalos, Jaime Silva, José A. Baquero.

Facultad de Ciencias Médicas

ANTE EL CONSEJO:

Principal: Virgilio Páez.
Suplente: Alejandro López.

ANTE LA FACULTAD:

Principales: Galo Ballesteros, César Sierra, Antonio Navarrete, Ernesno Briones, Leopoldo Arcos, Eduardo Quintana, Blanca Castillo.

Suplentes: Augusto Torres, Jorge Vallarino, Tito Livio Ortiz, José Cruz, Alfonso Mera, César Ayora y Gonzalo Rueda.

ANTE LA ASAMBLEA:

Principales: Teodoro Salguero, Hugo Bilvao, Gonzalo Cárdenas, Nelson Romero, Césa: Carrasco, Luis Páez.

Suplentes: Eduardo Flores, Jorge Correa, Augusto Torres, Fernando Villacís, Joel Loza, Eduardo Maldonado

Facultad de Ciencias

ANTE EL CONSEJO:

Principal: Rafael Dueñas.
Suplente: Alfredo Reyes.

ÁREA HISTÓRICA
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

ANTE LA FACULTAD:

Principales: Vicente Aguirre Sánchez, Neptalí Cevallos, Absalón Ordóñez, Dario A. Romero, Jorge Washington Pazmiño, César A. Durango, Pedro M. Reyes.

Suplentes: León E. Torres, Franklin Ruiz, Hipólito Terán, Modesto Ponce, César Troya, Jorge Arteaga y Celio A. Fabara.

ANTE LA ASAMBLEA:

Principales: Jacobo Touma, Luis G. Núñez, Arturo A. Rossi, Ernesto Suárez, Celio Favara.

Suplentes: César Carrera, Hipólito Terán, Luis Franco, Gonzalo Pachano, Humberto Yánez.

Facultad de Filosofía y Letras

ANTE EL CONSEJO

Principal: Jorge Alzamora.
Suplente: César Carrera.

ANTE LA FACULTAD:

Principales: Julio C. Villacreces, Juan Francisco Cevallos, César Mora, Joaquín Mena y Lucila Salvador.
Suplentes: Manuel M. González, J. Francisco Terán, Luis A. Sevilla, Miguel A. Torres y Federico E. Proaño.

ANTE LA ASAMBLEA:

Principales: Jaime Gómez Jurado, Jorge Vallarino, Eduardo Miño, Samuel Franco, Lola Avilés.
Suplentes: Luis A. Espinosa, César Mora, Misael Acosta, Miguel Torres, César Tinajero.

ÁREA HISTÓRICA
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

BIBLIOGRAFIA

Lista de folletos y revistas recibidas durante el último trimestre de 1932

Bolletino della regia Universitá Italiana per Stranieri. Año IV, Núms. 8, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18 y 19.—Perugia. Italia.

Revista de Ingeniería. Año XXVI, Núms. 7 y 8.—Montevideo. Uruguay.

Boletín de la Academia de Ciencias, Bellas Letras y Nobles Artes de Córdova. Año X, Núms. 31 y 32.—Córdova. España.

Revista de Derecho Internacional. Tomo XXII. Nº. 43. Habana. Cuba.

Revista de la Universidad de Arequipa. Año V, Nº. 5.—Arequipa. Perú.

Memoria del Rector de la Universidad de Arequipa correspondiente al año de 1932.—Arequipa. Perú.

Lehig University Publication. Vol. VI, Núms. 6, 7, 8, 9.—Betlehem - Pensilvania. E. U.

L'Influence Solaire et les Progress de la Meteorogia, por Henry Memery.—Talence, 1932.

Revista de la Sociedad Cubana de Ingenieros. Vol. XXIV, Núms. 4, 5.—Habana. Cuba.

Boletín mensual del Banco Central de Chile. Nos. 53, 54, 55.—Santiago de Chile.

FUNDADA EN 1651 QUITO
ÁREA HISTÓRICA DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

Situación Económica, Hacienda Pública, Comercio y Finanzas. Publicación del National City Bank de New York. Números correspondientes a los meses de agosto, setiembre, octubre, noviembre y diciembre del presente año.—Nueva York, E. U. A.

La Casa de Montalvo. Año II, Núms. 11, 12, 13.—Ambato. Ecuador.

Hoja de Informaciones Corporativas del Reino de Italia. Año IV, Núms. 6, 7, 8.—Roma. Italia.

Gaceta Judicial. Organo de la Corte Suprema de Justicia del Ecuador. Vol. XXXI, Núms. 64, 65, 66, 67.—Quito. Ecuador.

Revista mexicana de Ingeniería y Arquitectura. Vol. X, Núms. 9, 10, 11.—México. D. F.

University of Illinois Bulletin. Vol. XXIX, Nº. 75. Vol. XXX, Nº. 7.—Illinois. E. U.

Archivos de la Universidad de Buenos Aires. Vol. VII. Núms. 4, 5, 6, 7, 8, 9, 15, 16, 17. Buenos Aires. Argentina.

Boletín de la Unión Panamericana. Vol. LXVI, Núms. 8, 9, 11, 12. Washington. E. U. A.

Revista Siemens. Año IX, Nº. 2.—Siemens, Schuckerts. Alemania.

Die Friedens Warte. Vol. XXXII, Núms, 6, 9, 10, 11.—Bergland-Verlag. Alemania.

Revista Alemana. Año I, Núms, 3, 4. Hamburgo. Alemania.

La Fraternidad. Publicación del Instituto Hispano-Americano de Relaciones Culturales. Número suelto.

Boletin do Instituto de Criminologia. Año XI, Vol. XV, Serie VIII.—Lisboa. Portugal.

The Marconi Review. Nº. 37. Londres. Inglaterra.

Gaceta Jurídica. Año I, Núms. 1, 2. San Cristóbal. Venezuela.

Revista del Consejo Oceanográfico Ibero Americano. Año II, Nº. 4, Año III, Núms 1, 2 Madrid. España.

Revista de la Universidad de Cuenca. Año 1932, Nº. 8. Cuenca. Ecuador.

Los Tribunales. Vol, IX, Núms. 9, 10, 11, 12. Vol. X, Nº. 1. México, D. F.

Revista Chilena de Historia y Geogrfía. Tomo LXXI, Nº. 75. Santiago de Chile.

ÁREA HISTÓRICA DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

Revista del Colegio de Ingenieros de Venezuela. Año VIII, Núms. 90, 91. Caracas. Venezuela.

Anales de la Sociedad Científica Argentina. Tomo CXIV, Entregas I, II, III, IV.—Buenos Aires-Argentina.

Ymer. Año de 1932, Nos. 2 y 3.— Stockholm-Suecia.

Evolution. Año VII, Nº. 80.—París-Francia.

Boletin de la Oficina Sanitaria Panamericana. Año XI, Nos. 9, 10.—Washington. E. U. A.

América. Año VII, Nº. 50.—Quito-Ecuador

Revista Jurídica. Año III, Nos. 28, 29, 30, 31, 32, 33.—Caracas-Venezuela.

Boletín Mensual de la Sociedad de las Naciones. Vol. XII, Nos. 3, 6, 7.—Paris-Francia.

How the World War Came About. A Recital of Historical Events Proceding the Great War by Dr. h. c. Alfred von Wegerer.—New York. E. U. 1931.

Report of the National Research Council for the year. 1930-1931.—Washington-E. U. A.

Ibero Americanisches Archiv. Año VI, Nos. 2, 3.—Berlín-Alemania.

The Journal of the Linnean Society of London. Vol. XXXVIII, Nº. 257. Vol. XLIX, Nos. 326, 258, 327.—London-Inglaterra.

ÁREA HISTÓRICA
DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

Jurisprudencia. (Colección Abadie Santos).—Fascículo 58 Montevideo-Uruguay.

Tragedias del Frente Económico. Relaciones entre el Capital y el Trabajo por Eduardo Samaniego y Alvarez.—Quito-Ecuador. 1932.

Revista del Centro de Estudios Estremeños. Tomo VI, Nº. 1.—Badajos-E.

Revista Municipal. Año VII, 8, 9, 10.— Guayaquil Ecuador.

Revista de las Españas. Año VII, Nos, 71, 72.—Madrid-España.

Rivista di Diritto Internazionale. Año XXIV, Vol. XI, Fasc. III.—Roma-Italia.

Boletín meteorológico y Sismológico. Números correspondientes a los meses de Abril, Mayo, Junio, Julio, Agosto y Setiembre de 1932.—Quito-Ecuador.

Boletín de Hacienda. Año 1932, Nos. 50, 51 y 52.—Quito-Ecuador.

Diario de Sesiones de la Cámara de Senadores de la República Oriental del Uruguay. Tomo CLIV.—Montevideo-Uruguay. 1932

Anuario Estadístico de la República Oriental del Uruguay. Tomo XXXIX, Partes 1ª., 2ª., 3ª. y 4ª. del anuario correspondiente al año de 1930.—Montevideo-Uruguay.

Boletín de la Secretaría de Relaciones Exteriores. Tomo LIX, Nos. 7, 8 y 9.—México. D. F.

Memorias y Revistas de la Sociedad Científica «Antonio Alzate». Tomo 50, Nos. 7, 8, 9, 10, 11 y 12. Tomo 51. Nos. 1 y 2.—México-D. F.

Japanese Journal Of Zoology. Vol. IV Nº. 2.—Tokyo-Japón.

Boletín del Banco Central del Ecuador. Año VI, Nos. 63 y 64.—Quito-Ecuador.

El Libro y el Pueblo. Tomo X, Nº. 5.—México-D F.

La Instrucción Primaria en la República Oriental del Uruguay. Serie sobre Educación de La Unión Panamericana, Nº. 81.—Washington-E. U.

Revista de la Facultad de Ciencias Económicas, Comerciales y Políticas. Serie 3ª. Tomo II, Nº. 1.—Rosario de Santa Fe-Argentina.

The Johons Hopkins University Circular. Año de 1932. Nos. 438, 439 y 441.—Baltimore-Maryland. E. U.

Zeitsrif fur Volkerrecht. Año XVI, Nº. 3.—Breslau-A.

On the Expanding Universe por W. de Sitter. 1932

Juan Montalvo en el Centenario de su Nacimiento por Gonzalo Zaldumbide. Publicación de la Union Panamericana.—Washington 1932.

Boletín de la Sociedad Funeraria Nacional. Año XXIII, Nº. 254.—Quito-Ecuador.

En Marcha. Publicación del Centro Renovación. Año 1 Nº. 1.—Cuenca-Ecuador.

Le Revue Hebdomadaire. Año 41, Nos. 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 41, 42, 43, 44, 45 y 46.—París-Francia.

Ciencias y Letras. Año XXI, Nos. 209 y 210.—Guayaquil-Ecuador.

Revista del Archivo y Bioblioteca Nacionales. Tomo X, Nos. 7, 8, 9, 10, 11 y 12.—Tegucigalpa-Honduras.

La Revista Económica Sud Americana. Epoca II, Año XXXIV, Nos. 3, 4, 5, 7, 8 y 10.—Montevideo-Uruguay.

JAPANESE JOURNAL OF MEDICAL SCIENCE.. Vol. III, Nº. 1.—Tokyo-Japan.

THE WASHINGTON HISTORICAL QUARTERLY. Vol. XXIII, Núms. 3, 4.—Wáshington, E. U. A.

ANNAIS DA FACULTADE DE CIENCIAS DE PORTO. Vol. XVII, Nº. 2.—Porto-Portugal.

LA AURORA. Año XVI, Nº. 180.—Guayaquil. Ecuador.

ESTUDIOS METEREOLÓGICOS Y CLIMATÉRICOS POR NICOLAS G. MARTÍNEZ. Publicaciones del Observaratorio de Quito, Sección de Meteorología. 1932.

MEMORIAS DEL CONSEJO OCEANOGRÁFICO IBERO-AMERICANO. Año de 1932. Núms. 8, 9, 10 y 11.—Madrid. España.

L' ESPRIT ITTERNATIONAL. Año VI, Nº. 24.—Paris. Francia.

MEMORIES OF THE COLLEGE OF SCIENCE. Vol. XV, Nº. 4. Vol. VIII. Nº. 1.—Kyoto. Japan.

REVISTA DE LA FACULTAD DE DERECHO Y CIENCIAS SOCIALES. Tomo X, Núms. 38, 39.—Buenos Aires. Argentina.

REVISTA DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DE CÓRDOBA. Año XIX, Núms. 1, 2, 3, 4.—Córdoba. Argentina.

ANNOUCEMENTS THE UNIVERSITY OF CHICAGO. Arts, Literature and Science. Vol. XXII, Nº. 12. Año de 1932-33. —Chicago. Illinois, E. U. A.

WILSON BULLETIN. Vol. VII, Núms. 2, 3.—New York, E. U. A.

PROCEEDINGS OF THE LINNEAN SOCIETY OF LONDON. Session 1931-1932. Part. IV (pp. 73-150).—Londres. Inglaterra.

REVISTA DE OBRAS PÚBLICAS. Año de 1932, Nº. 18.—Madrid. España.

MEDICAL AND SANITARY REPORT FOR THE YEAR 1931 OF HONG KONG BY A. R. WELLINGTON.—Hong Kong. China.

ANNALES DE LA UNIVERSITÉ DE PARIS. Año VII, Nº. 5. —Paris. Francia.

JUVENTUD. Año I, Núms. 3, 4.—San Luis-Potosí. México.

EL CENTÍNELA. Epoca VI, Núms. 75, 76. Quito. Ecuador.

GACETA MUNICIPAL. Año X, Nº. 363.—Latacunga. Ecuador.

ÁREA HISTÓRICA DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

BOLETÍN DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA. Tomo XIV, Nº. 8.—La Plata. Argentina.

ANALES DE INGENIERÍA. Vol. XL, Núms. 468, 469, 470, 471.—Bogotá. Colombia.

MATHEMÁTICA. Año de 1932. Vol. VI.—Bucarest. Rumania.

O INSTITUTO. Serie IV, Vol. XIII, Nº. 2.—Coimbra. Portugal.

RIVISTA ITALIANA DI DIRITTO PENALE. Año XV, Nº. 5. —Padova. Italia.

EL PROGRESO DE LA INGENIERÍA. Vol. XIII, Nº. 11.— Berlín. Alemania.

KUNTUR. Organo oficial de la Sociedad Teosófica Argentina. Año I, Nº. 1.—Tucuman. Argentina.

MUNDO HISPANO ANERICANO. Número Dedicado a Méjico. Nº. 1.—Paris. Francia.

UNIVERSIDAD DE MÉXICO (REVISTA). Tomo IV, Núms. 17, 18, 21, 22.—México.

REVISTA DEL COLEGIO DE ABOGADOS DEL ESTADO DE MÉRIDA. Año I, Núms. 1, 2.—Mérida. México.

REVISTA TÉCNICA DEL MINISTERIO DE OBRAS PÚBLICAS. Año V, Nº. 49.—Caracas. Venezuela.

INFORME. Que el Director General de Rentas, etc., presenta al Señor Ministro de Crédito Público y Hacienda. 1930-31. Tegucigalpa. Honduras.

RESUMEN. Del Censo General de Población levantado el 29 de junio de 1930. Dirección General de Estadística.— Tegucigalpa. Honduras.

BOLELÍN ANUAL DEL SERVICIO METEOROLÓGICO MEXICANO. Año de 1930. Tacubaya. México.

ENCICLOPEDIA DE EDUCACIÓN. Dirección de Enseñanza Primaria Normal. Tomo XI, Núms. 1, 2. Montevideo. Uruguay.

ANALES DE INSTRUCCIÓN PRIMARIA. Tomo XXXI, Nº. 12. Montevideo. Uruguay.

REVISTA DE LA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ. Tomo 1, Nº. 2. Lima. Perú

THE BULLETIN OF BASIC OF SCIENCE RESEARCH. Vol. IV, Núms. 1, 2. Cincinnaty, Ohio. E. U. A.

SÍNTESIS ESTADÍSTICA DE LA REPÚBLICA ORIENTAL DEL URUGUAY. Agosto de 1932. Publicación CXV, Nº. 11. Montevideo Uruguay.

ÁREA HISTÓRICA DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL

Investigación y Progreso. Año de 1932, Nº 11. Madrid. España.

Gaceta Municipal. Concejo Municipal de Quito. Año XVII, Nº. 55 Quito. Ecuador.

Völkerbund. Año de 1932, Nos. 34 y 35. Ginebra Suiza.

Nariz del Diablo. Año XI, Nº. 81. Quito. Ecuador.

Bulletin du Bureau D'Education. Año VI, Nº. 3 Ginebra. Suiza.

Las Diferencias Cuantitativas de la Población de México y una Política Demográfica Nacional, por Gilberto Loyo. (Del Departamento de Estadística Nacional, México). Roma. Italia.

Boletín legislativo de la Revista General de Legislación y Jurisprudencia. Tomo 234, Entrega II. Madrid. España

Revista de la Biblioteca, Archivo y museo. Año IX, Nº. 36. Madrid. España.

Repertorio Americano. Tomo XV, Nos. 17, 18, 19, 20. San José. Costa Rica.

Lumen. Año IV, Nº. 10. Santo Domingo. República Dominicana.

The Annals of the American Academy of Political and Social Sciencies. Año de 1932. Vol. 164. Philadelphia. E. U. A.

Tierra y Roca. Tomo IX, Nos. 11, 12. Aurora. Illinois. E. U. A.

Journal de Mathematiques Pures et Apliquées. Tomo XI. Fascículo Nº. 3 París. Francia.

Ceologie ven Nordwest Guatemala ven Franz Termec. Publicación del Instituro Americanista de la Universidad de Wuersburg (Alemania).

Anales del Museo de Historia Natural de Montevideo. Serie II, Tomo III, Entrega III. Montevideo. Uruguay.

Acta Phitotaxonomica et Geobotanica. Vol. I, Nº. 3 Kyoto. Japan

Anales del Museo de Historia Natural Bernardino Rivadavia. Tomo XXXV. 1927-1932. Buenos Aires. Argentina.

ÁREA HISTÓRICA DEL CENTRO DE INFORMACIÓN INTEGRAL